

Modélisation du comportement dynamique des plaques composites par une simple Théorie de Déformation en Cisaillement

KLOUCHE DJEDID iBrahim ¹, BOUFERRA rachid ²

¹ *University of tiaret, Département de Génie Civil, Université Ibn Khaldoun, BP 78 Zaaroura, 14000 Tiaret, Algérie*

² *Université CADI Ayad, Faculté des sciences et technologies, Avenue abdelkarim khattabi BP 549 Marrakech Maroc*

RESUME Dans le présent document, une simple théorie raffinée de déformation du cisaillement d'ordre n est appliquée pour l'analyse de vibration libre des plaques composites stratifiées. Le champ de déplacement proposé est basé sur une nouvelle cinématique utilisant des termes intégrales indéterminés et ne contient que quatre inconnues, contre cinq ou plus dans le cas d'autres théories d'ordre supérieur. La théorie actuelle explique une distribution adéquate des déformations de cisaillement transversales à travers l'épaisseur de la plaque et satisfait la nullité des contraintes de cisaillement aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque, par conséquent, il n'exige pas de facteur de correction de cisaillement. Les équations de mouvement sont dérivées du principe d'Hamilton et résolues par l'approche de Navier pour obtenir des solutions. Les résultats numériques des fréquences naturelles adimensionnelles obtenues en utilisant la présente théorie sont comparés à ceux disponibles dans la littérature pour vérifier la validité des solutions actuelles. On peut conclure que la théorie raffinée actuelle est précise et efficace dans la prévision des fréquences naturelles des plaques composites isotropes.

Mots-clefs théorie d'ordre n élevé; vibration libre; composites isotropes; principe d'Hamilton.

I. INTRODUCTION

Le composite stratifié est un type particulier de matériaux composites structuraux qui se compose de deux matériaux ou plus, généralement il est défini par sa séquence d'empilement, information qui fournit de manière synthétique l'orientation des diverses couches d'un stratifié.

Les problèmes de vibrations des structures composites sont devenus l'une des préoccupations actuelles dans plusieurs domaines (aéronautique, construction navale, automobile et le génie civil). Vue l'augmentation de l'application du stratifié dans les structures d'ingénierie, une variété de théories des plaques stratifiées ont été développées pour analyser leur comportement. Ces

théories peuvent être classées comme des théories à approche monocouche équivalente «Equivalent Single Layer ESL» et peuvent être divisées en trois catégories principales, la théorie classique des plaques CPT, la théorie FSDT et les théories de déformation de cisaillement d'ordre élevé (HSDTs). Dans ce présent travail, une simple théorie HSDT à quatre variables, récemment développée pour les plaques en matériaux à gradient de propriétés, est évaluée dans cette étude pour analyser le comportement dynamique des plaques composites stratifiées

II. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Considérons une plaque composite stratifiée de longueur a , largeur b et une épaisseur constante h le long de la direction z comme indiqué dans la fig.1. Le système de coordonnées (x, y, z) choisi et les paramètres de coordination sont tels que $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $-h/2 \leq z \leq h/2$. La plaque est supposée être construite d'un nombre arbitraire, N , de couches orthotropiques élastiques linéaires.

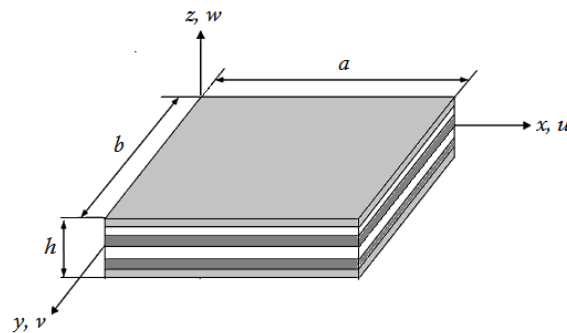


Figure 1. Système de coordonnées et géométrie d'une plaque stratifiée

A. Le champs de déplacement

En supposant que chaque couche possède un plan de symétrie élastique parallèle au plan $x - y$. Le déplacement transversal de la présente théorie est divisé en deux composantes, flexion et cisaillement.

Le champ de déplacement à un point situé à (x, y, z) dans la plaque peut s'écrire sous une forme plus simple

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} + k_1 f(z) \int \theta(x, y) dx \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + k_2 f(z) \int \theta(x, y) dy \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

La fonction de forme choisie pour satisfaire les conditions aux limites de nullité des contraintes de cisaillement sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque obtenue en mettant $(n=3,5,7,\dots)$ est donnée comme

$$f(z) = -\frac{1}{n} \left(\frac{2}{h} \right)^{n-1} z^n + z \quad (2)$$

Le champ de déformation est obtenu en substituant les termes de déplacement dans la relation d'élasticité linéaire déformations-déplacements. Il est donné comme suit:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^1 \\ \varepsilon_y^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^2 \\ \varepsilon_y^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{Bmatrix}, \quad (3a)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (3b)$$

avec

$$g(z) = \frac{df(z)}{dz} \quad (4)$$

B. Relations constitutives

Les relations contrainte-déformation pour n'importe quelle couche k d'un matériau stratifié dans le système de coordonnées (x, y), correspondent à un état de contraintes planes, défini comme :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (5)$$

Où \bar{Q}_{ij} sont les constantes matérielles transformées, exprimées comme

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11}^k &= Q_{11} \cos^4 \theta_k + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{22} \sin^4 \theta_k \\
\bar{Q}_{12}^k &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{12} (\sin^4 \theta_k + \cos^4 \theta_k) \\
\bar{Q}_{16}^k &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta_k \cos^3 \theta_k + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta_k \cos \theta_k \\
\bar{Q}_{22}^k &= Q_{11} \sin^4 \theta_k + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{22} \cos^4 \theta_k \\
\bar{Q}_{26}^k &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta_k \cos^3 \theta_k + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \theta_k + \sin^3 \theta_k \\
\bar{Q}_{66}^k &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + Q_{66} (\sin^4 \theta_k + \cos^4 \theta_k) \\
\bar{Q}_{44}^k &= Q_{44} \cos^2 \theta_k + Q_{55} \sin^2 \theta_k \\
\bar{Q}_{45}^k &= (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta_k \sin \theta_k \\
\bar{Q}_{55}^k &= Q_{55} \cos^2 \theta_k + Q_{44} \sin^2 \theta_k
\end{aligned} \tag{6}$$

C. Equations gouvernantes

Les équations d'équilibre de la plaque composite en vibration libre sont obtenues en utilisant le principe d'Hamilton sous la forme analytique suivante :

$$\begin{aligned}
\delta u_0 : \quad & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial x} + k_1 A' I_3 \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial x} \\
\delta v_0 : \quad & \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_0}{\partial y} + k_2 B' I_3 \frac{\partial \ddot{\theta}}{\partial y} \\
\delta w_0 : \quad & \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} + N_x^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\
& + N_y^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + q = I_0 \ddot{w}_0 + I_1 \left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) \\
& - I_2 \nabla^2 \ddot{w}_0 + k_1 A' I_4 \frac{\partial^2 \ddot{\theta}}{\partial x^2} + k_2 B' I_4 \frac{\partial^2 \ddot{\theta}}{\partial y^2} \\
\delta \theta : \quad & k_1 A' \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + (k_1 A' + k_2 B') \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + k_2 B' \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} \\
& - k_1 A' \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} - k_2 B' \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} = -I_3 \left(k_1 A' \frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + k_2 B' \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) \\
& + I_4 \left(k_1 A' \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + k_2 B' \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) \\
& - I_5 \left((k_1 A')^2 \frac{\partial^2 \ddot{\theta}}{\partial x^2} + (k_2 B')^2 \frac{\partial^2 \ddot{\theta}}{\partial y^2} \right)
\end{aligned} \tag{7}$$

III. SOLUTION DE NAVIER

La méthode Navier est applicable pour obtenir les solutions des équations différentielles partielles

En substituant les variables de déplacement dans les équations de mouvement précédentes, la vibration libre ($q=0$) des plaques composites peut être obtenue à partir de l'équation suivante :

$$([K] - \omega^2[M])\{\Delta\} = \{0\} \quad (8)$$

Où $[K]$, $[M]$ et $\{\Delta\}$ sont respectivement la matrice de rigidité, la matrice de masse et le vecteur d'amplitude.

IV. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Les propriétés matérielles de la plaque isotrope utilisées dans la présente étude sont :

$$E_1/E_2 = 1, \quad \nu = 0.3$$

La fréquence naturelle de la vibration libre est représentée sous forme adimensionnelle :

$$\bar{\omega} = (\omega b^2 / \pi^2) / \sqrt{\rho h / D} \quad D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$$

Dans cette analyse, des plaques carrées et rectangulaires isotropiques simplement appuyées ont été examinés avec des rapports épaisseur-largeur $h/b = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ et pour différentes valeurs des modes de vibration (r, s). Les résultats obtenus en utilisant la présente "nth-HSDT" théorie dans les Tableaux 1–3 sont comparés aux résultats correspondants basés sur la théorie de la FSDT et HSDT fournis par Shufrin and Eisenberger (2005). Dans cet exemple, les termes adimensionnels des fréquences naturelles des plaques isotropes sont définis par $\bar{\omega} = (\omega b^2 / \pi^2) / \sqrt{\rho h / D}$, où la constante est apparue ici peut être déterminée comme $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$. Il convient de noter que les résultats actuels sont en excellent accord avec les solutions de la HSDT, en particulier lorsque le paramètre nth-order de la fonction de forme de déformation transversale $f(z)$ proposée dans cette analyse est égale à 3.

TABLEAU 1. Comparaison des fréquences naturelles adimensionnelles d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée ($a=b$).

h/b	Theory	Mode								
		(1,1)	(2,1)	(3,1)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(1,3)	(2,3)	(3,3)
0.1	FSDT ^(a)	1.9317	4.6084	8.6162	4.6084	7.0716	10.8093	8.6162	10.8093	14.1908
	HSDT ^(a)	1.9317	4.6088	8.6188	4.6088	7.0732	10.8145	8.6188	10.8145	14.2022
	Present $n = 3$	1.9317	4.6088	8.6188	4.6088	7.0732	10.8145	8.6188	10.8145	14.2022
	Present $n = 5$	1.9327	4.6140	8.6346	4.6140	7.0844	10.8376	8.6346	10.8376	14.2376
	Present $n = 7$	1.9339	4.6204	8.6551	4.6204	7.0987	10.8683	8.6551	10.8683	14.2869
	Present $n = 9$	1.9349	4.6254	8.6712	4.6254	7.1099	10.8925	8.6712	10.8925	14.3260
0.2	FSDT ^(a)	1.7679	3.8656	6.6006	3.8656	5.5879	7.9737	6.6006	7.9737	9.9802
	HSDT ^(a)	1.7683	3.8693	6.6176	3.8693	5.5984	8.0030	6.6176	8.0030	10.0362
	Present $n = 3$	1.7683	3.8693	6.6176	3.8693	5.5984	8.0030	6.6176	8.0030	10.0362

	Present $n = 5$	1.7711	3.8793	6.6372	3.8793	5.6149	8.0255	6.6372	8.0255	10.0589
	Present $n = 7$	1.7747	3.8936	6.6710	3.8936	5.6409	8.0702	6.6710	8.0702	10.1197
	Present $n = 9$	1.7775	3.9049	6.6985	3.9049	5.6620	8.1072	6.6985	8.1072	10.1715
0.3	FSDT ^(a)	1.5768	3.1962	5.1426	3.1962	4.4356	6.0836	5.1426	6.0836	7.4342
	HSDT ^(a)	1.5780	3.2059	5.1807	3.2059	4.4605	6.1456	5.1807	6.1456	7.5452
	Present $n = 3$	1.5780	3.2059	5.1807	3.2059	4.4605	6.1456	5.1807	6.1456	7.5452
	Present $n = 5$	1.5819	3.2153	5.1889	3.2153	4.4706	6.1477	5.1889	6.1477	7.5298
	Present $n = 7$	1.5874	3.2324	5.2214	3.2324	4.4977	6.1869	5.2214	6.1869	7.5765
	Present $n = 9$	1.5918	3.2464	5.2497	3.2464	4.5207	6.2224	5.2497	6.2224	7.6218
0.4	FSDT ^(a)	1.3970	2.6771	4.1505	2.6771	3.6199	4.8521	4.1505	4.8521	5.8537
	HSDT ^(a)	1.3996	2.6942	4.2116	2.6942	3.6609	4.9482	4.2116	4.9482	6.0192
	Present $n = 3$	1.3996	2.6942	4.2116	2.6942	3.6609	4.9482	4.2116	4.9482	6.0192
	Present $n = 5$	1.4037	2.6995	4.2034	2.6995	3.6601	4.9252	4.2034	4.9252	5.9630
	Present $n = 7$	1.4102	2.7162	4.2296	2.7162	3.6834	4.9537	4.2296	4.9537	5.9912
	Present $n = 9$	1.4155	2.7305	4.2548	2.7305	3.7048	4.9835	4.2548	4.9835	6.0262

^(a) Taken from Shufrin and Eisenberger (2005)

TABLEAU 2. Comparaison des fréquences naturelles adimensionnelles d'une plaque rectangulaire isotrope simplement appuyée ($a/b=1.5$).

h/b	Theory	Mode								
		(1,1)	(2,1)	(3,1)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(1,3)	(2,3)	(3,3)
0.1	FSDT ^(a)	1.4082	2.6491	4.6084	4.1303	5.2656	7.0716	8.1942	9.1982	10.8093
	HSDT ^(a)	1.4082	2.6491	4.6088	4.1306	5.2662	7.0732	8.1965	9.2015	10.8145
	Present $n = 3$	1.4082	2.6491	4.6088	4.1306	5.2662	7.0732	8.1965	9.2015	10.8145
	Present $n = 5$	1.4087	2.6510	4.6140	4.1348	5.2728	7.0844	8.2110	9.2191	10.8376
	Present $n = 7$	1.4094	2.6532	4.6204	4.1400	5.2811	7.0987	8.2297	9.2422	10.8683
	Present $n = 9$	1.4099	2.6549	4.6254	4.1441	5.2875	7.1099	8.2444	9.2603	10.8925
0.2	FSDT ^(a)	1.3164	2.3612	3.8656	3.5117	4.3405	5.5879	6.3282	6.9717	7.9737
	HSDT ^(a)	1.3166	2.3620	3.8693	3.5145	4.3457	5.5984	6.3433	6.9917	8.0030
	Present $n = 3$	1.3165	2.3620	3.8693	3.5145	4.3456	5.5984	6.3432	6.9916	8.0030
	Present $n = 5$	1.3182	2.3666	3.8793	3.5232	4.3575	5.6149	6.3621	7.0122	8.0255
	Present $n = 7$	1.3203	2.3727	3.8936	3.5353	4.3748	5.6409	6.3937	7.0489	8.0702
	Present $n = 9$	1.3219	2.3774	3.9049	3.5449	4.3887	5.6620	6.4195	7.0789	8.1072
0.3	FSDT ^(a)	1.2010	2.0526	3.1962	2.9336	3.5439	4.4356	4.9536	5.3986	6.0836
	HSDT ^(a)	1.2016	2.0553	3.2059	2.9412	3.5569	4.4605	4.9879	5.4425	6.1456
	Present $n = 3$	1.2016	2.0553	3.2059	2.9412	3.5569	4.4605	4.9879	5.4425	6.1456
	Present $n = 5$	1.2042	2.0610	3.2153	2.9499	3.5669	4.4706	4.9967	5.4495	6.1477
	Present $n = 7$	1.2076	2.0696	3.2324	2.9649	3.5867	4.4977	5.0278	5.4839	6.1869
	Present $n = 9$	1.2103	2.0764	3.2464	2.9771	3.6032	4.5207	5.0547	5.5142	6.2224
0.4	FSDT ^(a)	1.0851	1.7818	2.6771	2.4742	2.9436	3.6199	4.0090	4.3419	4.8521
	HSDT ^(a)	1.0864	1.7871	2.6942	2.4879	2.9662	3.6609	4.0643	4.4115	4.9482
	Present $n = 3$	1.0864	1.7871	2.6942	2.4879	2.9662	3.6609	4.0643	4.4115	4.9482
	Present $n = 5$	1.0894	1.7924	2.6995	2.4936	2.9705	3.6601	4.0584	4.3999	4.9252
	Present $n = 7$	1.0937	1.8018	2.7162	2.5086	2.9892	3.6834	4.0839	4.4269	4.9537
	Present $n = 9$	1.0972	1.8096	2.7305	2.5214	3.0055	3.7048	4.1081	4.4534	4.9835

^(a) Taken from Shufrin and Eisenberger (2005)

TABLEAU 3. Comparaison des fréquences naturelles adimensionnelles d'une plaque rectangulaire isotrope simplement appuyée ($a/b=2$).

h/b	Theory	Mode								
		(1,1)	(2,1)	(3,1)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(1,3)	(2,3)	(3,3)
0.1	FSDT ^(a)	1.2227	1.9317	3.0762	3.9611	4.6084	5.6580	8.0453	8.6162	9.5468
	HSDT ^(a)	1.2227	1.9317	3.0763	3.9614	4.6088	5.6588	8.0475	8.6188	9.5505
	Present $n = 3$	1.2227	1.9317	3.0763	3.9614	4.6088	5.6588	8.0475	8.6188	9.5505
	Present $n = 5$	1.2231	1.9327	3.0788	3.9653	4.6140	5.6663	8.0615	8.6346	9.5692
	Present $n = 7$	1.2236	1.9339	3.0818	3.9702	4.6204	5.6758	8.0796	8.6551	9.5939
	Present $n = 9$	1.2240	1.9349	3.0841	3.9739	4.6254	5.6831	8.0938	8.6712	9.6133
0.2	FSDT ^(a)	1.1521	1.7679	2.7023	3.3847	3.8656	4.6183	6.2313	6.6006	7.1916
	HSDT ^(a)	1.1522	1.7683	2.7036	3.3872	3.8693	4.6244	6.2457	6.6176	7.2134
	Present $n = 3$	1.1522	1.7683	2.7036	3.3872	3.8693	4.6244	6.2457	6.6176	7.2134
	Present $n = 5$	1.1535	1.7711	2.7094	3.3954	3.8793	4.6373	6.2642	6.6372	7.2344
	Present $n = 7$	1.1551	1.7747	2.7171	3.4068	3.8936	4.6565	6.2951	6.6710	7.2728
	Present $n = 9$	1.1563	1.7775	2.7231	3.4158	3.9049	4.6719	6.3203	6.6985	7.3044
0.3	FSDT ^(a)	1.0608	1.5768	2.3188	2.8385	3.1962	3.7449	4.8862	5.1426	5.5497
	HSDT ^(a)	1.0612	1.5780	2.3227	2.8454	3.2059	3.7602	4.9191	5.1807	5.5972
	Present $n = 3$	1.0612	1.5780	2.3227	2.8454	3.2059	3.7602	4.9191	5.1807	5.5972
	Present $n = 5$	1.0632	1.5819	2.3294	2.8538	3.2153	3.7704	4.9282	5.1889	5.6033
	Present $n = 7$	1.0660	1.5874	2.3398	2.8681	3.2324	3.7919	4.9588	5.2214	5.6388
	Present $n = 9$	1.0681	1.5918	2.3482	2.8797	3.2464	3.8098	4.9852	5.2497	5.6703
0.4	FSDT ^(a)	0.9664	1.3970	1.9934	2.4004	2.6771	3.0969	3.9585	4.1505	4.4546
	HSDT ^(a)	0.9673	1.3996	2.0008	2.4130	2.6942	3.1230	4.0118	4.2116	4.5302
	Present $n = 3$	0.9673	1.3996	2.0008	2.4130	2.6942	3.1230	4.0117	4.2116	4.5300
	Present $n = 5$	0.9698	1.4037	2.0064	2.4188	2.6995	3.1266	4.0066	4.2034	4.5157
	Present $n = 7$	0.9734	1.4102	2.0175	2.4332	2.7162	3.1464	4.0318	4.2296	4.5431
	Present $n = 9$	0.9762	1.4155	2.0268	2.4454	2.7305	3.1639	4.0557	4.2548	4.5704

^(a) Taken from Shufrin and Eisenberger (2005)

V. CONCLUSION

Dans le cadre de cette étude, nous avons présenté une méthode analytique en utilisant une théorie raffinée de déformation du cisaillement d'ordre élevé pour l'analyse de la vibration libre des plaques composites stratifiées. Les résultats numériques ont conclu que cette théorie donne des valeurs précises des fréquences naturelles par rapport à celles qui sont obtenus par d'autres théories. Étant donné que la théorie ne contient que quatre variables inconnues et par conséquent, réduit le nombre d'équations et minimise le temps de calcul mathématique, elle est fortement recommandée pour l'analyse du comportement statique et dynamique des plaques stratifiées.

REFERENCES

REDDY, J. N. (1985). Stability and vibration of isotropic, orthotropic and laminated plates according to a higher-order shear deformation theory. *J Sound Vib*, 98(2), p. 157–170.

SAYYAD, A.S., SHINDE, B. M. AND GHUGAL, Y.M. (2016). Bending, Vibration and Buckling of Laminated Composite Plates Using a Simple Four Variable Plate Theory. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13, p. 516–535.

SEKKAL, M., FAHSI, B., TOUNSI, A., MAHMOUD, S.R. (2017). A novel and simple higher order shear deformation theory for stability and vibration of functionally graded sandwich plate. *Steel and Composite Structures*, 25(4), 2017 a, p. 389–401.

SOLDATOS, K.P. (1992). A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mech*, 94, p. 195–220.

THAI, HT., KIM, SE. (2010). Free vibration of laminated composite plates using two variable refined plate theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52, p. 626–633.

ZENKOUR, A. M. (2004). Analytical solution for bending of cross-ply laminated plates under thermo-mechanical loading. *Composite Structures*, 65, p. 367–379.