Influence de la variabilité spatiale sur la probabilité de défaillance aux ELS de structures en béton armé soumises à la corrosion par pénétration d'ions chlorures

Romain CLERC¹

¹ Université de Nantes, UFR Sciences et Techniques, GeM, UMR 6112 CNRS, IUML, FR CNRS 3473, 2 rue de la Houssinière, BP 92208, 44322 Nantes, France

RESUME Les structures en béton armé sont soumises à la pénétration d'agents chimiques, comme les chlorures, qui conduisent à leur dégradation via la corrosion des armatures. La réduction des incertitudes sur les propriétés du béton permet de mieux prédire ces phénomènes et d'optimiser la maintenance. Dans le cas de structures de grandes dimensions telles que les ouvrages portuaires et marins, la caractérisation de la variabilité spatiale du mécanisme de dégradation est ainsi un enjeu majeur, soutenu par le développement des méthodes de contrôle de santé des structures (SHM). Cet article entend apporter une contribution pour l'aide à la décision concernant la mise en œuvre de tels systèmes, et ce à travers une analyse de sensibilité de la probabilité de défaillance à l'ELS d'initiation de la corrosion par pénétration de chlorures de structures en béton armé vis-à-vis de la variabilité spatiale de leurs paramètres de dégradation. Le cas d'étude est la poutre de quai en BA du projet APOS. Les résultats obtenus indiquent que la caractérisation de cette variabilité spatiale est globalement superflue pour gagner en precision sur la probabilité de défaillance et qu'il est préférable de diriger l'effort sur la caractérisation de la corrélation entre la concentration de surface moyenne et la diffusivité moyenne des chlorures.

Mots-clefs béton armé, variabilité spatiale, chlorures, état limite de service

INTRODUCTION

Aujourd'hui, 60 % du patrimoine côtier Français a atteint sa durée de vie (Bastidas-Arteaga and Schoefs, 2015). Dans ce contexte et du fait de leur forte exposition au risque de dégradation par corrosion, la définition de stratégies de maintenance des ouvrages en Béton Armé (BA) est devenue une préoccupation majeure.

Du fait de notre connaissance imparfaite de l'état de santé et de l'environnement des ouvrages, il existe des incertitudes et variabilités globales, spatiales et temporelles quant à la définition de leurs paramètres de dégradation, et les négliger peut impliquer un risque de défaillance prématurée et non anticipée. Dans le cas de calculs aux États Limites de structures marines soumises au

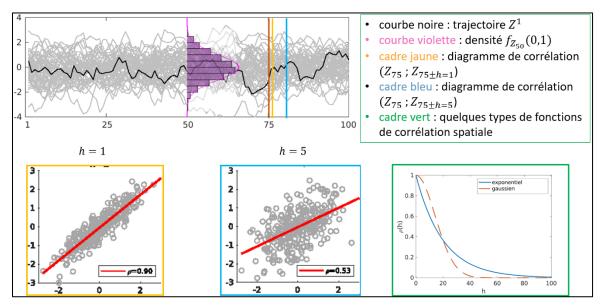


FIGURE 1. Illustration du formalisme géostatistique

phénomène de corrosion par pénétration d'ions chlorures, de nombreux chercheurs ont ainsi mis en évidence l'augmentation de la probabilité de défaillance avec la prise en compte de la variabilité spatiale des paramètres d'entrée (Karimi, 2002; Kenshel, 2009; Li, 2004; Stewart, 2009). De ces travaux se dégage comme recommandation de tenir compte de la variabilité spatiale, i.e de modéliser les paramètres d'entrée par des Champs Aléatoires (CA): c'est la modélisation géostatistique (Chilès and Delfiner, 2012).

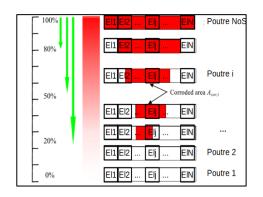
Dans le cas généralement employé de CA stationnaires au sens faible, un tel champ Z est défini sur un domaine D de \mathbb{R}^n et sur un espace de probabilité (Ω, A, P) de telle sorte que :

- $\forall x \in D^n$ et $\forall (p,q) \in [1;n]^2$, $Z(x,\cdot)$ est une variable aléatoire de $\omega \in \Omega$ de densité de probabilité jointe $f_Z(m, \Sigma)$ de moyenne m et de matrice de covariance $\Sigma_{pq} = v \times \rho \ (\|x_p x_q\|, \theta)$, avec v sa variance, ρ sa fonction de corrélation spatiale et θ son échelle de fluctuation;
- $\forall x_j \in D, j \in [1; n], Z(x_j, \cdot) = Z_j$ est une variable aléatoire de densité de probabilité marginale $f_{Z_j}(m, v)$;
- $\forall \omega \in \Omega, Z(\cdot, \omega) = Z^{\omega}$ est une réalisation de Z appelée *trajectoire*.

Ce formalisme est illustré sur la FIGURE 1. De même que les variables aléatoires, les CA peuvent être discrétisés par différentes méthodes, dont la description est hors du champ de cet article.

Sous une telle modélisation, la probabilité de défaillance est évaluée à partir de la simulation d'un grand nombre de structures similaires (NoS, indice i), spatialement discrétisées en élément suffisamment nombreux pour restituer la variabilité spatiale (N_{el} , indice j, en 1D ; **FIGURE 2**). En posant $S_j^i(t)$ et $R_j^i(t)$ la sollicitation vue et la résistance de l'élément j d'un échantillon i à un instant t, la probabilité de défaillance à l'État Limite k et à l'instant t s'écrit :

$$p_f^{EL_k}(t) = \frac{1}{NoS} \sum_{i=1}^{NoS} I\left(Q_f^i - \frac{1}{N_{el}} \sum_{j=1}^{N_{el}} I(R_j^i(t) - S_j^i(t) \le 0) \le 0\right)$$
(1)



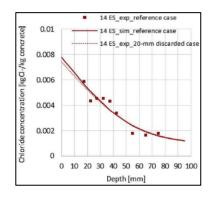


FIGURE 2. Echantillonnage de structure pour le calcul de p_f – adapté de (Li, 2004, fig. 5.9)

FIGURE 3. Estimation de C_s et D_{ar} sur un profil de chlorures totaux rognés (Othmen et al., 2018, fig. 7.b)

 $I(\cdot)$ est la fonction indicatrice et Q_f^i est le ratio d'éléments défaillants à partir duquel l'État Limite est atteint. A l'ELS d'initiation de la corrosion par pénétration de chlorures, $R_j^i(t) = C_{cr,j}^i(t)$ est une concentration critique en chlorures totaux, $S_j^i(t) = C_j^i(z = d, t)$ est la concentration en chlorures totaux à la profondeur d'enrobage, et $Q_f^i \in [1/N_{el}; 1]$ (modélisation parallèle).

Le problème de la définition des incertitudes se pose alors pour évaluer p_f , puisqu'un enjeu majeur des stratégies de maintenance est de maximiser la valeur ajoutée de la réduction des incertitudes. Ainsi, si une définition déterministe des paramètres peu sensibles est suffisante, il s'agit de définir, pour l'ensemble des paramètres sensibles, le type et les paramètres de la loi marginale ainsi que la fonction de corrélation spatiale $\rho(\theta)$ en cas de variabilité spatiale. Ceux-ci peuvent provenir ou de définitions a priori, au risque d'augmenter les coûts de calcul pour une réduction d'incertitude limitée, ou de mesures, au risque de générer d'importants coûts d'inspection ou SHM. Il s'agit alors d'avoir une idée du rapport de sensibilité $\frac{\text{paramètres loi marginale échelle de fluctuation}}{\text{échelle de fluctuation}}$ de p_f pour faire le choix optimal. Une telle information peut provenir d'avis d'experts ou d'Analyses de Sensibilité amont. En effet, l'Analyse de Sensibilité (AS) permet en outre de classer les hyper-paramètres d'entrée d'un modèle (notés HP) en fonction de l'influence de leurs variations respectives sur les variations globales des sorties. Ce classement s'effectue à partir des Indices de Sensibilité (IS).

Le travail présenté ici se place dans le cas d'une poutre BA à l'ELS d'initiation de la corrosion par pénétration de chlorures. On cherche à répondre au problème d'identification des paramètres modèles dont θ est particulièrement sensibles par rapport à l'ensemble des hyper-paramètres . On met pour cela en œuvre une AS All At Time (AAT), quantitative et robuste (Pianosi et al., 2016). Dans le souci d'allier représentativité structurelle et environnementale avec rapidité d'exécution, on se place dans le cadre d'un modèle analytique géostatistique de p_f^{ELS} et on considère le cas d'étude de la poutre de quai du projet APOS (voir § I.A).

Cette approche est inédite : la seule étude traitant de cette problématique emploie une méthodologie d'AS qualitative One-At-Time, une modélisation série à l'ELS, et des plages de définition inadaptées des paramètres quant à la réalité des incertitudes sur un ouvrage donné.

L'article est organisé comme suit : (I) définition du cas d'étude, (II) configuration de l'Analyse de Sensibilité, (III) résultats, (IV) conclusions.

I. METHODE: DEFINITION DU CAS D'ETUDE

A. Support structurel

Le support d'étude est une poutre BA CEMI 45N de E/C~0.4 de dimensions 9.34x0.86x0.4 m située en extrémité du terminal Charbonnier de Montoir-de-Bretagne, construit de 1981 à 1983 et distant de 7 km de l'Atlantique. Cette poutre est en zone de marnage. À la suite du projet APOS mené en 2011 (Desbois et al., 2012) on dispose d'une base de données riche qui permet la description (géo)statistique précise de nombreux paramètres de corrosion, parmi lesquels l'épaisseur d'enrobage d (366 points de mesures répartis en 6 trajectoires sur les deux côtés) ainsi que la concentration de surface moyenne C_{sa} et la diffusivité moyenne D_a à 28ans sur les faces EXTérieure, exposée, et INTérieure, abritée (37 valeurs issues de 37 profils (Othmen et al., 2018)).

B. Modèle de pénétration d'ions chlorures

Le modèle semi-empirique de concentration des chlorures C(z,t) dit faux-erfc et présenté par l'Equation 2 est retenu pour limiter le temps de calcul. Celui-ci est adapté de la solution exacte de la seconde loi de Fick (Frederiksen et al., 2008) sous hypothèses (i) de diffusion unidirectionnelle en milieu semi-infini saturé, (ii) d'interactions négligeables des chlorures avec les autres ions en solution, et (iii) d'évolution temporelle des paramètres de diffusion des chlorures (décroissance de D et croissance de C_s dues à l'hydratation et à leur fixation progressive (Tang et al., 2011; Val, 2006)). Cette dernière influence C_s dues à l'hydratation et à leur fixation progressive (Tang et al., 2011; Val, 2006).

 C_{sa} et D_a sont fonctions de facteurs de vieillissement β et α qui modulent des valeurs de référence C_{sar} et D_{ar} . Celles-ci sont en pratique estimées à un instant t_r à partir de «profils» de chlorures mesurés sur des carottes ou éprouvettes de béton (FIGURE 3Erreur! Source du renvoi introuvable.).

$$C(z,t) = \underbrace{C_{sar} \left(\frac{t}{t_r}\right)^{\beta}}_{C_{sa}(t,t_r)} \times \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{(t-t_r)\underbrace{D_{ar}\left(\frac{t_r}{t}\right)^{\alpha}}_{D_{al}(t,t_r)}}}\right)$$
(2)

Compte-tenu de ces hypothèses, ce modèle permet de modéliser C(z,t) de façon satisfaisante pour les ouvrages massifs maritimes existants, pour lesquels on a uniquement accès à des données sur les paramètres de diffusion moyens.

C. Modèles (géo)statistiques des paramètres

La prise en compte des incertitudes des paramètres de corrosion se traduit par la modélisation statistique de α et β (pas de variabilité spatiale) et une modélisation géostatistique de C_{cr} , d, C_{sar} et D_{ar} . En considérant par simplicité une unique armature, p_f^{ELS} s'écrit alors suivant l'Equation 3. On note que l'étude des données d'APOS montre que $\ln(C_{sar})$ et $\ln(D_{ar})$ sont linéairement corrélés (coefficient $\rho_{C_{sar},D_{ar}}$) et que les distributions de $\ln(C_{sar})$ et β sont fonction de l'exposition aux cycles humidification-séchage (Face EXT exposée, Face INT abritée). Ceci n'est pas le cas de $\ln(D_{ar})$ et α .

 $^{^{1}}$ valeurs moyennes entre un instant t_{r} de référence et l'instant t de calcul

$$p_f^{ELS}(t) = \frac{1}{NoS} \sum_{i=1}^{NoS} I \left\{ Q_f - \frac{1}{N_{el}} \sum_{j=1}^{N_{el}} I \left[C_{cr,j}^i(t) - C_{sar,j}^i \left(\frac{t}{t_r} \right)^{\beta^i} \times \operatorname{erfc} \left(\frac{d_j^i}{2\sqrt{(t - t_{ex})D_{ar,j}^i \left(\frac{t_r}{t} \right)^{\alpha^i}}} \right) \le 0 \right] \le 0 \right\}$$
(3)

II. METHODE: CONFIGURATION DE L'ANALYSE DE SENSIBILITE

A. Hypothèse principale

On prend pour hypothèse principale d'AS la description fine des incertitudes sur les paramètres des lois marginales des CA et la description grossière des θ ainsi que de $\rho_{C_{sar},D_{ar}}$. On se place ainsi dans le cas favorable à la sensibilité des HP méconnus, sachant que ces derniers sont coûteux à caractériser. Concrètement, on considère les modèles de de distribution suivantes :

- paramètres de distribution marginales: modèles de distributions de leurs estimateurs (Maximum de Vraisemblance), évalués à partir des données d'APOS. Seule l'erreur d'estimation est prise en compte et les erreurs de protocole de mesure ne sont pas intégrées dans l'AS;
- modèles de distribution des θ et de $\rho_{C_{sar},D_{ar}}$: distributions uniformes entre bornes les plus larges possibles.

B. Echantillonnage des hyper-paramètres

Les 12 hyper-paramètres d'AS sont l'ensemble des paramètres des lois marginales des CA précédemment définis ainsi que les ratios $r_{\theta} = \theta/L$. Ce choix permet de généraliser les résultats obtenus à toute dimension de poutre. Leur estimation (non détaillée ici) nécessite plusieurs développements. On souligne en particulier :

- la prise en compte des limites inférieures et supérieures de définition du ratio r_{θ} , respectivement imposées par les dimensions d'un volume au sein duquel les propriétés sont supposées homogènes, et par l'impératif de non-régionalisation des HP², nécessaire à la validité de l'AS et concomitant aux propriétés d'ergodicité des trajectoires.
- la mise en œuvre d'une extension de la méthode des matrices circulantes pour la prise en compte de la corrélation spatiale entre les paramètres de diffusion tout en respectant les contraintes mathématiques imposées par la nécessité de positivité de leur fonction de corrélation croisée (Helgason et al., 2011; Pichot, 2018).
- l'estimation des distributions des facteurs de vieillissement des paramètres de diffusion à partir des données conjointes d'APOS ($t_r = 28$ ans) et de deux autre programmes de recherches *in situ*, pour lesquels C_{sa} et D_a ont été régulièrement mesurés du jeune âge à 10 ans d'exposition pour des bétons et des conditions d'exposition similaires (Skjølsvold, 2011; Tang, 2003).

² régionalisation : tendances distinctes d'évolution de la probabilité de défaillance à valeur fixe d'un hyper-paramètre sur son domaine de définition

C. Variantes, méthodes d'Analyses de Sensibilité et étude de convergence

24 variantes d'AS sont considérées de façon à étudier l'influence combinée sur la répartition de la sensibilité aux HP de la face d'exposition, à la valeur du CoV de C_{sar} (variable suivant l'exposition), au modèle de $\rho(\theta)$ (exponentiel, gaussien), ainsi qu'à la prise en compte du vieillissement de la corrélation de C_{sar} et D_{ar} . Par ailleurs, 7 instants de calculs (de 10 à 70 ans), 6 valeurs de Q_f (de 5 à 30%) et 2 méthodes d'AS AAT (indices de coefficients de régression de rang standard – SRRC – et indices de Borgonovo, respectivement notés $\hat{\gamma}$ et $\hat{\delta}$ (Pianosi et al., 2016)) sont considérés afin de respectivement couvrir les durées d'utilisation de projet des structures marines, représenter l'ensemble des valeurs de seuil rencontrées dans la littérature et l'industrie, et vérifier et assurer la robustesse des résultats d'AS. 2016 AS de p_f^{ELS} sont ainsi réalisées sur un ordinateur de bureau pour un temps de calcul de 35h. Leur robustesse est validée par la vérification de la convergence et de la cohérence des IS issus des deux méthodes (**FIGURE 4**).

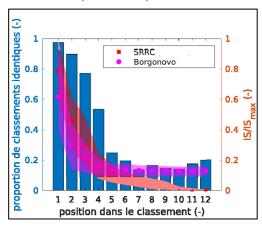


FIGURE 4. Evolution de la proportion des HP dont le classement des IS est identique pour les méthodes SRRC et Borgonovo en fonction de la position dans le classement

III. RESULTATS

Afin de répondre au problème d'identification des paramètres dont les échelles de fluctuation (regroupées dans le vecteur $X_{\theta,i=1..M_{\theta}}$) sont particulièrement sensibles par rapport aux paramètres des lois marginales (regroupés dans le vecteur $X_{p,i=1..M_{p}}$), les résultats sont exprimés sous la forme de ratios d'indices de sensibilité $R_{\hat{V}}$ et R_{δ} définis sur le modèle de l'Equation 4.

$$R_{\hat{\gamma}}(Q_f, t) = \frac{\max_{i=1..M_{\theta}} (|\hat{\gamma}(X_{\theta,i}, Q_f, t)|)}{\max_{i=1..M_{p}} (|\hat{\gamma}(X_{p,i}, Q_f, t)|)}$$
(4)

On ne considère que les configurations d'AS (variante d'AS + instant de calcul + valeur de seuil d'État Limite) qualifiées « d'intérêt », i.e pour lesquelles l'écart-type et la moyenne de p_f^{ELS} sont respectivement supérieur à 1% et inférieure à 50% et pour lesquelles R > 50%. Ce choix est pris de façon à garantir la robustesse d'AS et à ne considérer que les résultats pour lesquels p_f^{ELS} ainsi que la précision sur son évaluation sont limitées, et pour lesquels au moins un r_θ est sensible.

Les résultats obtenus sont présentés sur le **TABLEAU** 1. Ils montrent que dans le cas d'indépendance des paramètres de diffusion, l'HP le plus sensible est la moyenne de C_{sar} ($\mu_{C_{sar}}$) ou

la moyenne et l'écart-type D_{ar} (μ_{Dar}). Dans le cas de corrélation des paramètres de diffusion, $\rho_{C_{sar},D_{ar}}$ est l'HP le plus sensible pour les configuration d'intérêt et p_f^{ELS} augmente. Enfin, le seul r_{θ} sensible pour les configurations est est celui de D_{ar} .

TABLEAU 1. proportion des Analyses de Sensibilité correspondant à un classement donné pour chaque Hyper-Paramètre sensible suivant les ensembles de configuration d'intérêt

adde 11yper 1 arametre sensible survain les ensembles de configuration à interet					
	variantes C_{sar} et D_{ar} indépendants				
HP\classement	1	2	3	4	autre
$r_{ heta,D_{ar}}$	0%	23%	36%	41%	0%
$\mu_{C_{sar}}$	0%	18%	27%	27%	27%
$\mu_{D_{ar}}$	82%	18%	0%	0%	0%
$\sigma_{D_{ar}}$	18%	41%	36%	5%	0%
autres	0%	0%	0%	27%	73%
	variantes C_{sar} et D_{ar} corrélés				
HP\classement	1	2	3	4	autre
$r_{\theta,D_{ar}}$	0%	0%	13%	31%	56%
$\mu_{C_{sar}}$	0%	0%	31%	31%	38%
$\mu_{D_{ar}}$	0%	88%	6%	6%	0%
$\sigma_{D_{ar}}$	0%	13%	50%	31%	6%
$ ho_{C_{sar},D_{ar}}$	100%	0%	0%	0%	0%
autres	0%	0%	0%	0%	100%

Compte tenu des moyens de mesures courants actuels et dans un cas d'investigation fine, représentatif du cas d'étude considéré, cela indique que la diminution des incertitudes sur la probabilité de défaillance passe dans un premier temps par la caractérisation de la corrélation des paramètres de diffusion. Les erreurs sont dans un second temps en priorité dues au trop faible nombre de mesures des paramètres de diffusion ainsi qu'à la précision limitée de celles-ci. La seule caractérisation géostatistique de variabilité spatiale qui a alors finalement du sens pour les gestionnaires d'ouvrage est celle D_{ar} . Enfin, bien que l'erreur des protocoles de mesure n'est pas intégrée, sa prise en compte ne touche pas les r_{θ} d'après les choix de modélisation effectués. Elle ne modifie donc pas les classements et accentue la sensibilité des autres HP.

IV. CONCLUSIONS

Ce travail est une étude de la sensibilité de la probabilité de défaillance à l'ELS d'initiation de la corrosion d'une structure en béton amé en environnement marin.

Il repose sur la mise en œuvre d'une analyse de sensibilité globale AAT de la probabilité de défaillance calculée à partir de modèle faux-erfc de pénétration d'ions chlorures avec paramètres de diffusion moyens corrélés, fonction du temps et de l'exposition, et ce dans le cadre d'une modélisation géostatistique. L'objectif est de caractériser la sensibilité relative de leurs échelles de fluctuation vis-à-vis de leurs moments afin de statuer sur la nécessité de disposer de leur définition géostatistique fine.

Les résultats obtenus indiquent que la caractérisation de la variabilité spatiale des paramètres de dégradation est globalement superflue pour caractériser la probabilité de défaillance, et il ressort de façon annexe que la caractérisation de la corrélation entre la concentration de surface moyenne et la diffusivité moyenne des chlorures est nécessaire afin de ne pas la sous-estimer.

REFERENCES

- Bastidas-Arteaga, E., Schoefs, F., 2015. Sustainable maintenance and repair of RC coastal structures. Proc. ICE-Marit. Eng. 168, 162–173.
- Chilès, J.-P., Delfiner, P., 2012. Geostatistics: modeling spatial uncertainty, 2. ed. ed, Wiley series in probability and statistics. Wiley, Hoboken, NJ.
- Desbois, T., Pasquiet, S., Queguiner, R., Thauvin, B., 2012. Poste charbonnnier Grand Port Maritime de Nantes Saint-Nazaire Montoir de Bretagne : Synthèse des mesures réalisées sur site avant réparation de l'ouvrage par protection cathodique. CETE de l'Ouest.
- Frederiksen, J.M., Mejlbro, L., Nilsson, L.-O., 2008. Fick's 2nd law Complete solutions for chloride ingress into concrete—with focus on time dependent diffusivity and boundary condition (No. TVBM-3146). Lund Institute of Technology, Lund, Sweden.
- Helgason, H., Pipiras, V., Abry, P., 2011. Fast and exact synthesis of stationary multivariate Gaussian time series using circulant embedding. Signal Process. 91, 1123–1133. https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2010.10.014
- Karimi, A.R., 2002. Probabilistic assessment of deterioration and strength of concrete bridge beams and slabs. Imperial College London, London.
- Kenshel, O., 2009. Influence on spatial variability on whole life management of reinforced concrete bridges. Trinity College, Dublin, Ireland.
- Li, Y., 2004. Effect of spatial variability on maintenance and repair decisions for concrete structures. Delft University Press, Delft, Netherlands.
- Othmen, I., Bonnet, S., Schoefs, F., 2018. Statistical investigation of different analysis methods for chloride profiles within a real structure in a marine environment. Ocean Eng. 157, 96–107. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.03.040
- Pianosi, F., Beven, K., Freer, J., Hall, J.W., Rougier, J., Stephenson, D.B., Wagener, T., 2016. Sensitivity analysis of environmental models: A systematic review with practical workflow. Environ. Model. Softw. 79, 214–232. https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2016.02.008
- Pichot, G., 2018. Algorithms for Gaussian random field generation (Technical Report No. RT-0484). INRIA Paris.
- Skjølsvold, O., 2011. Kloriddiffusjon i betong. Vurdering av aldringseffekten ved felteksponering COIN P4 Operational service life design SP 4.1 Service life modelling (COIN Projet Report No. 11), COIN P4 Operational service life design - SP 4.1 Service life modelling. SINTEF, Oslo, Norway.
- Stewart, M.G., 2009. Mechanical behaviour of pitting corrosion of flexural and shear reinforcement and its effect on structural reliability of corroding RC beams. Struct. Saf. 31, 19–30. https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2007.12.001
- Tang, L., 2003. Chloride ingress in concrete exposed to marine environment field data up to 10 years exposure (No. 2003:16), Natural Sciences. SP Bygg och Mekanik.
- Tang, L., Nilsson, L.-O., Basheer, P.A.M., 2011. Resistance of Concrete to Chloride Ingress: Testing and modelling, 0 ed. CRC Press. https://doi.org/10.1201/b12603
- Val, D., 2006. Service-life performance of RC structures made with supplementary cementitious materials in chloride-contaminated environments, in: ConcreteLife'06 - International RILEM-JCI Seminar on Concrete Durability and Service Life Planning: Curing, Crack Control, Performance in Harsh Environments. Presented at the ConcreteLife'06 - International RILEM-JCI Seminar on Concrete Durability and Service Life Planning: Curing, Crack Control, Performance in Harsh Environments, RILEM Publications SARL, Dead Sea, Israel, pp. 363–373. https://doi.org/10.1617/291214390X.038