

# Caractérisation des propriétés mécaniques de systèmes constructifs bois pour essais à échelle réduite- Lois de similitude

Yann SOUSSEAU<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Institut de Mécanique et d'Ingénierie, Département Génie Civil et Environnemental, Université de Bordeaux, Bat B18, Allée Geoffroy St Hilaire, 33615 Pessac

<sup>2</sup> Institut technologique Forêt Cellulose Bois-construction Ameublement, Allée de Boutaut, 33800 Bordeaux

**RESUME** Les essais expérimentaux sur des constructions à taille réelle sont coûteux, pour cela une solution consiste à tester des maquettes réduites représentatives, basées sur des lois de similitude. Les travaux présentés ici se focalisent sur une structure représentative des systèmes constructifs des bâtiments bois actuels. Dans un premier temps, il a été étudié les propriétés élastiques d'assemblages bois à échelles réduites, en comparant méthodes numériques et théoriques. Puis, c'est au niveau de la structure que le comportement élastique à l'échelle réduite a été étudié, en comparant méthodes numériques et d'extrapolation des données liées aux assemblages. La méthode d'extrapolation n'aboutit pas aux mêmes résultats que celle numérique, car elle ne tient pas compte des distorsions dans la structure. Ainsi, une nouvelle méthode d'extrapolation a été proposée, puis validée par le modèle numérique.

**Mots-clefs** Système de contreventement bois, assemblages bois, modèles numériques, facteurs de similitude, échelles réduites

## I. INTRODUCTION

L'expérience est probablement le meilleur moyen d'appréhender le comportement mécanique des bâtiments en bois. Cependant, les essais sur des structures à taille réelle nécessitent des moyens très coûteux. Une solution proposée est de tester des maquettes réduites représentatives, dont la conception est basée sur des lois de similitude (Coutinho et al., 2016). Puis, à partir des réponses observées à l'échelle réduite, les lois de similitude permettent d'en déduire le comportement à taille réelle (Fig. 1). Pour cela, des facteurs de similitude  $\lambda_x$  sont définis, pour chaque variable d'entrée  $x$ , par

$$\lambda_x = x^{(F)}/x^{(R)} \quad (1)$$

avec  $x^{(F)}$  et  $x^{(R)}$  les valeurs de  $x$  à l'échelle 1 (*Full scale*) et à l'échelle réduite (*Reduced scale*), respectivement. Les facteurs associés à la variable d'intérêt  $y$  sont définis de la même façon. Enfin, on appelle loi de similitude l'ensemble des valeurs attribuées aux facteurs de similitude.

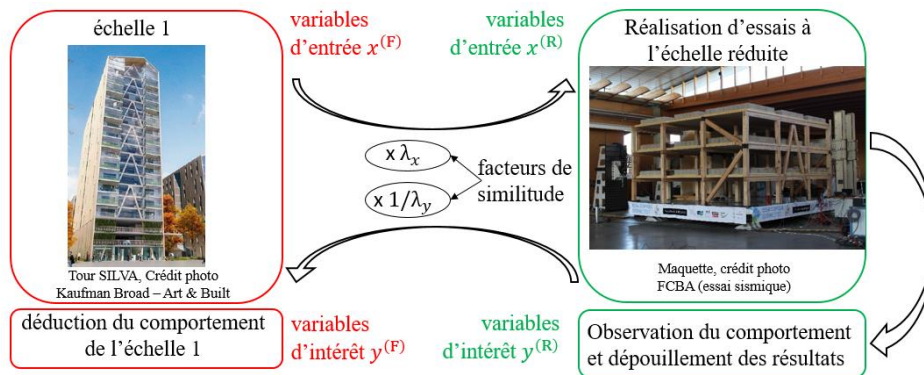


FIGURE 1. Principe des lois de similitude

Les travaux présentés ici visent à contribuer à la constitution de lois de similitude pour le comportement mécanique de bâtiments en bois. Ils se focalisent sur une structure (Fig. 2) constituée d'assemblages bois / métal et représentative des systèmes de contreventement utilisés dans les constructions bois actuelles. Plus particulièrement, il est proposé d'étudier les facteurs de similitude associés aux propriétés élastiques de la structure. Cela passe dans un premier temps par la caractérisation des facteurs liés aux assemblages. Les facteurs de similitude sont étudiés sur la base de méthodes théoriques et de modèles numériques (*Cast3M* et *OpenSees*), aussi bien au niveau de l'assemblage qu'à celui de la structure.

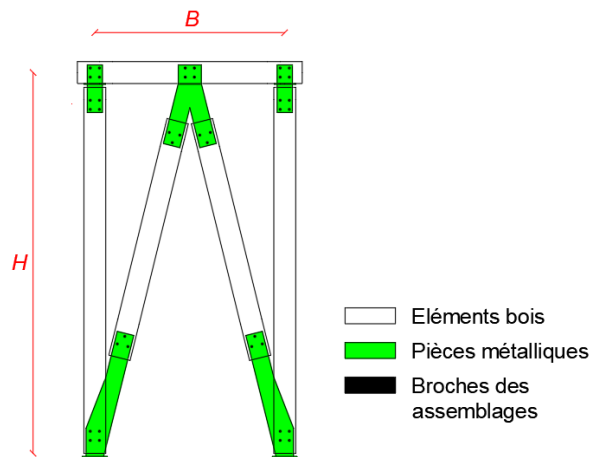


FIGURE 2. Structure étudiée ( $B = 1,25$  m et  $H = 2,5$  m à l'échelle 1)

## II. CARACTERISATION DES FACTEURS DE SIMILITUDE LIES AUX ASSEMBLAGES

### A. Utilisation de méthodes théoriques

Il est proposé ici d'étudier le facteur de similitude lié à la raideur axiale élastique  $K$ . Pour cela, plusieurs méthodes théoriques peuvent être utilisées, dont les plus courantes sont  $DA$  et  $STAGE$ . Ces méthodes aboutissent à des relations entre le facteur lié à la variable d'intérêt (ici  $K$ ) et ceux sur les paramètres d'entrée. La méthode  $STAGE$  (Simitzes and Rezaeepazhand, 1993) consiste à utiliser les équations, qui relient la variable d'intérêt aux paramètres d'entrée. Tandis qu'avec la méthode  $DA$  (Potter et al., 2017), l'avantage est qu'il n'est pas nécessaire de connaître ces équations. Cette méthode peut néanmoins comporter des inconvénients : en effet les relations entre les facteurs de similitude peuvent être conditionnées par le choix des paramètres d'entrée. Toutefois, cette difficulté ne se pose pas pour le comportement d'assemblage étudié ici. C'est donc la méthode  $DA$  qui est adoptée.

Avec la méthode  $DA$ , les facteurs de similitude sont déterminés selon le principe de la conservation par changement d'échelle des nombres adimensionnels, ces derniers étant constitués des paramètres d'entrée et de la variable d'intérêt. Pour le comportement élastique d'un assemblage, les paramètres sont les dimensions  $L_0, \dots, L_n$  (en m) et les modules d'élasticité (du bois et de l'acier)  $E_0, \dots, E_m$  (en N/m), la variable d'intérêt étant  $K$ . Des nombres adimensionnels sont donc

$$\{\pi\} = \{L_1/L_0; \dots; L_n/L_0; E_1/E_0; \dots; E_m/E_0; K/E_0 L_0\} \quad (2)$$

puis étant conservés par changement d'échelle, les facteurs de similitude sont donnés par

$$\lambda_{L1} = \lambda_{L0}; \dots; \lambda_{Ln} = \lambda_{L0}; \lambda_{E1} = \lambda_{E0}; \dots; \lambda_{Em} = \lambda_{E0}; \lambda_K = \lambda_{E0} \lambda_{L0} \quad (3)$$

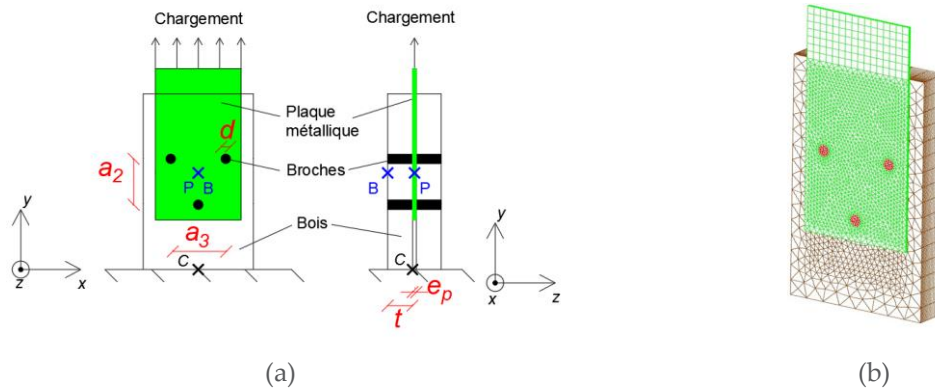
Il est fréquent d'utiliser les mêmes matériaux entre les différentes échelles (Yu et al., 2010), puis en définissant l'échelle de réduction à 1/3, la loi de similitude finalement obtenue est

$$\lambda_{E0} = \dots = \lambda_{Em} = 1; \lambda_{L0} = \dots = \lambda_{Ln} = 3; \lambda_K = 3 \quad (4)$$

### B. Evaluation des facteurs de similitude par des modèles numériques

Un modèle numérique sous *Cast3M* (CEA) (Fig. 3) est constitué afin d'évaluer le facteur  $\lambda_K$  donné par la relation (4). Le modèle *Cast3M* est constitué d'éléments volumiques. Le bois modélisé est supposé élastique orthotrope, avec un module d'Young longitudinal  $E_b = 11$  GPa (correspondant au bois résineux C24 ("NF EN 338 Juillet 2016 - Bois de structure - Classes de résistance,")). L'acier modélisé est élastique isotrope, avec un module d'Young  $E_a = 210$  GPa. Les interactions bois / broche et plaque broche sont modélisées par un contact unilatéral de non pénétration. Enfin au

niveau du support (Fig. 3a), seuls les déplacements suivant  $y$  sont bloqués (mais tous les déplacements sont bloqués en C).



**FIGURE 3.** Modèle *Cast3M* de l'assemblage a) configuration modélisée b) maillage

Les dimensions à l'échelle 1 sont données au tableau 1. Pour l'échelle 1/3, l'utilisation de plaques minces pour des assemblages étant difficilement envisageable dans la pratique, on adopte un facteur  $\lambda_{ep} = 1$ . Ce facteur ne correspondant pas à celui imposé par l'équation (4), on parle de distorsion (Luo et al., 2013). Enfin, les facteurs et les dimensions à l'échelle 1/3 qui en résultent, sont donnés au tableau 1.

**TABLEAU 1.** Dimensions de l'assemblage

	Dimensions (en mm)		Facteurs de similitude	
	Echelle 1	Echelle 1/3	Modèle numérique	Imposés par l'équation 4
$d$	12	4	3	3
$a_2$	60	20		
$a_3$	72	24		
$t$	65	21,7		
$e_p$	5	5	1	

La raideur  $K$  de l'assemblage est le rapport entre la force appliquée et le déplacement relatif entre la plaque et le bois (entre les points  $P$  et  $B$  de la Fig. 3a). Les raideurs  $K$  aux différentes échelles, puis leurs facteurs de similitude, sont donnés au tableau 2. Le facteur  $\lambda_K$  du modèle numérique diffère de celui donné par l'équation (4), ce qui s'explique uniquement par la distorsion sur l'épaisseur  $e_p$ .

**TABLEAU 2.** Raideur des assemblages

Raideur $K$ (en kN/mm)		Facteur de similitude $\lambda_K$	
Echelle 1	Echelle 1/3	Modèle numérique	Donné par l'équation 4
209	60,3	3,47	3

### III. CARACTERISATION DES FACTEURS DE SIMILITUDE LIES A LA STRUCTURE

#### A. Utilisation de méthodes théoriques

Il est proposé ici d'étudier le facteur de similitude lié à la raideur élastique horizontale  $K^{(s)}$  de la structure. La méthode *DA* est choisie ici. En considérant que la structure est constituée d'éléments poutre, les paramètres à prendre en compte sont : les longueurs  $L$  (en m) des éléments ; les propriétés mécaniques des sections, soit la raideur flexionnelle  $EI$  (en  $\text{Nm}^2$ ) et celle axiale  $ES$  (en N) ; les raideurs d'assemblages, en translation  $K^{(a)}$  (en  $\text{N/m}$ ) et en rotation  $K_{\theta}^{(a)}$  (en  $\text{Nm}$ ). En utilisant la méthode *DA*, les facteurs de similitude sont

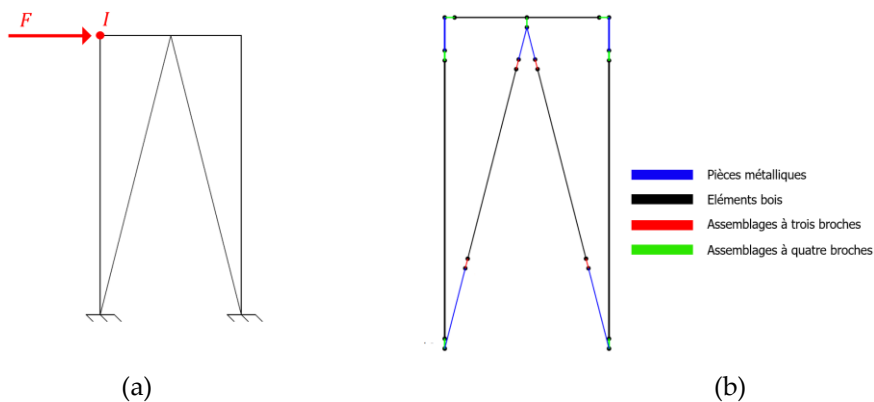
$$\lambda_{K^{(s)}} = \lambda_{K^{(a)}} = \lambda_{K_{\theta}^{(a)}} / \lambda_L^2 = \lambda_{ES} / \lambda_L = \lambda_{EI} / \lambda_L^3 \quad (5)$$

Pour les mêmes raisons qu'au niveau des assemblages, on fixe  $\lambda_E = 1$ , avec  $E$  le module d'Young des sections. Ensuite, le facteur  $\lambda_{K^{(a)}}$  est celui déterminé dans la partie précédente, soit  $\lambda_{K^{(a)}} = 3,47$ . Enfin avec  $\lambda_L$  fixé à 3, et en notant  $S = eh$  et  $I = eh^3/12$  avec  $e$  et  $h$  respectivement l'épaisseur et la hauteur des sections, les autres facteurs sont imposés, soit finalement

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_E = 1 \\ \lambda_h = \lambda_L = 3 \\ \lambda_{K^{(s)}} = \lambda_{K_{\theta}^{(a)}} / \lambda_L^2 = \lambda_e = \lambda_{K^{(a)}} = 3,47 \end{array} \right. \quad (6)$$

#### B. Evaluation des facteurs de similitude par des modèles numériques

Un modèle numérique sous *Opensees* (PEER) est constitué afin d'évaluer le facteur  $\lambda_{K^{(s)}}$  donné par la relation (6). Dans le modèle *Opensees* (Fig. 4), de largeur  $B$  et de hauteur  $H$  (Fig. 2), les pièces en bois et en acier sont modélisées par des éléments poutres. Les éléments bois ont un module d'Young  $E_b = 11$  GPa et une section de hauteur  $h_b$  et d'épaisseur  $e_b = e_p + 2t$  (Fig. 3a). Les pièces métalliques ont un module d'Young  $E_p = 210$  GPa et une section de hauteur  $h_p$  et d'épaisseur  $e_p$ . Les assemblages sont modélisés par des éléments sans dimensions, dont les raideurs sont celles obtenues avec *Cast3M*. Enfin, la structure est encastree au support.



**FIGURE 4. Modèle Opensees de la structure**

Les dimensions aux différentes échelles puis les facteurs de similitude sont donnés au tableau 3. Parmi les raideurs d'assemblages à intégrer (axiales, latérale et en rotation ; assemblages à trois et à quatre broches), seules les raideurs axiales et en rotation,  $K^{(a)}$  et  $K_{\theta}^{(a)}$ , des assemblages à trois broches, sont données au tableau 3, les autres raideurs n'ayant pas une influence majeure. Pour les paramètres  $e_b$ ,  $e_p$  et  $K_{\theta}^{(a)}$ , les facteurs ne correspondent pas (distorsions) à ceux imposés par l'équation (6).

**TABLEAU 3. Paramètres de la structure**

	Paramètres		Facteurs de similitude	
	Echelle 1	Echelle 1/3	Modèle numérique	Imposés par l'équation 6
$B$ (cm)	125	41,7	3	3
$H$ (cm)	250	83,3		
$h_b$ (mm)	144	48		
$h_p$ (mm)	112	37,3		
$e_b$ (mm)	70	26,7	2,63	3,47
$e_p$ (mm)	5	5	1	3,47
$K^{(a)}$ (kN/mm)	209	60,3	3,47	3,47
$K_{\theta}^{(a)}$ (Nm/degrés)	3 593	121,2	29,6	31,2

La raideur élastique  $K^{(s)}$  de la structure est le rapport, au point  $I$  (Fig. 4a), entre la force  $F$  et le déplacement. Les raideurs  $K^{(s)}$  aux différentes échelles, puis leurs facteurs de similitude, sont donnés au tableau 4. Le facteur  $\lambda_{K^{(s)}}$  du modèle numérique diffère de celui donné par l'équation (6), ce qui s'explique principalement par les distorsions importantes sur  $e_b$  et  $e_p$ .

**TABLEAU 4. Raideur des structures**

Raideur $K^{(s)}$ (en kN/mm)		Facteur de similitude $\lambda_{K^{(s)}}$	
Echelle 1	Echelle 1/3	Modèle numérique	Donné par l'équation 6
3,68	1,54	2,38	3,47

C. Constitution d'une nouvelle relation, donnant le facteur de similitude sur la raideur, et tenant compte des distorsions

Du fait que la relation (6) donnant le facteur  $\lambda_{K^{(s)}}$  ne prend pas en compte les distorsions, il s'agit d'établir une nouvelle expression de  $\lambda_{K^{(s)}}$ , prenant en compte les distorsions sur  $e_b$  et  $e_p$ , en considérant néanmoins

$$\lambda_E = 1; \lambda_{h_b} = \lambda_{h_p} = \lambda_L; \lambda_{K_{\theta}^{(a)}} = \lambda_{K^{(a)}} \lambda_L^2 \quad (7)$$

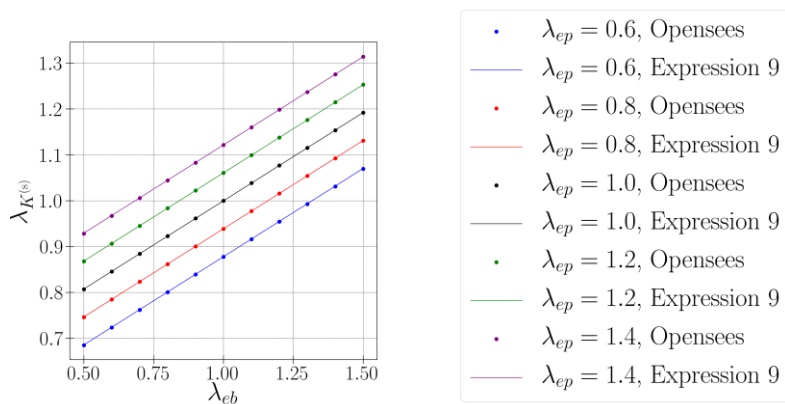
Pour cela, la méthode proposée consiste à utiliser les caractéristiques de l’expression de la raideur  $K^{(s)}$ . Bien qu’une telle expression soit difficile à déterminer, il est possible d’en obtenir des caractéristiques. En effet, la raideur  $K^{(s)}$  est directement liée à la matrice de souplesse  $S$ , plus particulièrement elle est égale au terme de  $S$  (noté  $s$ ) liant la force et le déplacement au point d’intérêt  $I$ . Les caractéristiques de son expression sont donc définies par

$$K^{(s)} = \left( A_{1b} \frac{L^3}{EI_b} + A_{1p} \frac{L^3}{EI_p} \right) + \left( A_{2b} \frac{L}{ES_b} + A_{2p} \frac{L}{ES_p} \right) + \left( A_3 \frac{1}{K^{(a)}} + A_4 \frac{L^2}{K_\theta^{(a)}} \right) \tag{8}$$

avec  $EI = Eeh^3/12$  et  $ES = Eeh$ , les indices «  $b$  » et «  $p$  » correspondant respectivement aux éléments bois et acier,  $L$  une longueur d’élément caractéristique, et  $\{A\}$  des coefficients liés à la géométrie de la structure. Enfin, l’expression de  $\lambda_{K^{(s)}}$  est obtenue à partir de l’équation (8), en tenant compte de la relation (7) et  $\lambda_A = 1$  :

$$\lambda_{K^{(s)}} = K^{(s,F)} / K^{(s,R)} = \alpha_p \lambda_{ep} + \alpha_b \lambda_{eb} + (1 - \alpha_p - \alpha_b) \lambda_{K^{(a)}} \tag{9}$$

avec  $\alpha_p$  et  $\alpha_b$  des coefficients dépendants des paramètres de l’échelle 1. A noter qu’en absence de distorsions, soit  $\lambda_{ep} = \lambda_{eb} = \lambda_{K^{(a)}}$ , l’expression (9) correspond à celle (6). La linéarité de l’expression (9) est avantageuse, car sur la seule base de deux valeurs  $\lambda_{K^{(s)}}$ , il est possible d’en déduire  $\lambda_{K^{(s)}}$  pour l’ensemble des échelles réduites définies par la relation (7). Ainsi, étant donné que le modèle *Opensees* donne :  $\lambda_{K^{(s)}} = 1,030$  pour  $\lambda_{ep} = 1,1$  et  $\lambda_{eb} = \lambda_{K^{(a)}} = 1$  ; et  $\lambda_{K^{(s)}} = 1,038$  pour  $\lambda_{eb} = 1,1$  et  $\lambda_{ep} = \lambda_{K^{(a)}} = 1$ , on en déduit  $\alpha_p = 0,30$  et  $\alpha_b = 0,38$ , et ainsi l’expression numérique de  $\lambda_{K^{(s)}}$ . Enfin, pour un ensemble de configurations d’échelles réduites (pour lesquelles on fixe  $\lambda_{K^{(a)}} = 1$ ), la figure 5 montre que les valeurs de  $\lambda_{K^{(s)}}$  données par l’expression (9) correspondent exactement à celles calculées avec *Opensees*.



**FIGURE 5.** Evolution, en fonction des distorsions, du facteur de similitude sur la raideur de la structure

#### IV. CONCLUSION

Au niveau des assemblages de la structure, un modèle numérique a été constitué afin de déterminer les facteurs de similitude sur les propriétés élastiques. Ces facteurs diffèrent de ceux théoriques, car ces derniers ne tiennent pas compte des distorsions géométriques. Ensuite, les facteurs de similitude ont été étudiés au niveau du comportement élastique de la structure, à partir de deux approches : une basée sur une extrapolation des facteurs calculés pour les assemblages, l'autre basée sur un modèle numérique de la structure. Il apparaît que les facteurs issus du modèle ne correspondent pas à ceux obtenus par extrapolation, du fait que ces derniers ne prennent pas en compte les distorsions dans la structure. Ainsi, une nouvelle méthode d'extrapolation tenant compte des distorsions a été proposée, puis validée par le modèle numérique. Sur la base de ces travaux, des essais expérimentaux sont nécessaires pour évaluer les résultats donnés par les modèles numériques, et étudier l'influence de phénomènes non pris en compte dans la modélisation (hétérogénéité, jeu...). Enfin, l'étude menée doit être étendue au comportement non linéaire des assemblages et de la structure.

#### REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier l'ADEME et le CODIFAB pour leur soutien financier à ces travaux, ainsi que la plateforme Equipex XYLOFOREST (ANR-10-EQPX-16).

#### REFERENCES

- CEA, Cast3M [WWW Document]. Cast3M. URL <http://www-cast3m.cea.fr/>
- Coutinho, C.P., Baptista, A.J., Dias Rodrigues, J., 2016. Reduced scale models based on similitude theory: A review up to 2015. *Engineering Structures* 119, 81–94. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.016>
- Luo, Z., Zhao, X., Zhu, Y., Li, J., 2013. Determination method of the structure size interval of dynamic similar models for predicting vibration characteristics of the isotropic sandwich plates. . *VOLUME* 16, 15.
- NF EN 338 Juillet 2016 - Bois de structure - Classes de résistance.
- PEER, OpenSees [WWW Document]. OpenSees. URL <https://opensees.berkeley.edu/>
- Potter, M., Wiggert, D., Ramadan, B., 2017. Dimensional Analysis and Similitude, in: *Mechanics of Fluids*. p. 816.
- Simitses, G.J., Rezaeepazhand, J., 1993. Structural Similitude and Design of Scaled down Laminated Models.
- Yu, H., Zhang, W., Zhang, Y., Sun, Y., 2010. Shaking table test and numerical analysis of a 1:12 scale model of a special concentrically braced steel frame with pinned connections. *Earthq. Engin. Engin. Vib.* 9, 51–63. <https://doi.org/10.1007/s11803-009-8049-0>