

# Simulation 2D aux éléments discrets d'essais de module complexe en traction-compression directe sur béton bitumineux

COULON Léo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*ICube (CNRS UMR 7357), INSA Strasbourg, France.*

**RÉSUMÉ** Le modèle analytique VENoL permet de reproduire le comportement viscoélastique non-linéaire des enrobés bitumineux. Dans ce papier, il est intégré comme loi de contact dans une modélisation 2D utilisant la Méthode des Éléments Discrets sans aucune recalibration des paramètres analytiques. Le logiciel commercial PFC2D v5.0.40 est utilisé pour appliquer la Méthode des Éléments Discrets. Cette intégration est vérifiée en comparant, pour des essais de module complexe en traction-compression directe sur éprouvette cylindrique, les résultats obtenus pour le modèle numérique avec ceux extraits de la littérature. Les résultats montrent qu'avec un seul et même jeu de paramètres, il est possible de modéliser les effets de la fréquence, de l'amplitude de déformation et de la température sur le module complexe.

**Mots-clés** Béton bitumineux, essai de module complexe, Méthode des Éléments Discrets, modèle VENoL

## I. INTRODUCTION

Le béton bitumineux est l'un des principaux matériaux utilisés dans les couches de surface et d'assise pour la construction de routes en France et dans le monde. Il s'agit d'un matériau composite constitué d'un mélange de granulats et d'un liant hydrocarboné, complété éventuellement d'additifs. Le liant confère la cohésion et assure la répartition des contraintes sur l'ensemble de la surface des granulats tandis que le squelette granulaire assure la rigidité du matériau. L'enrobé hérite des caractéristiques viscoélastiques du liant qu'il contient, lesquelles sont fortement dépendantes de la vitesse et du niveau de chargement ainsi que de la température.

En laboratoire français, le caractère viscoélastique des bétons bitumineux est évalué avec des essais de module complexe selon la norme NF EN 12697-26 (juin 2018). Il s'agit d'essais dynamiques cycliques pouvant être menés par exemple en traction-compression directe sur éprouvette cylindrique (DTC-CY). Une déformation sinusoïdale  $\varepsilon^*(t)$  est appliquée à l'éprouvette durant quelques dizaines de cycles. En réponse le signal déphasé de la contrainte  $\sigma^*(t)$  est enregistré. La division de  $\sigma^*(t)$  par  $\varepsilon^*(t)$  permet d'obtenir le module de rigidité complexe  $E^*$ . L'expérience est réitérée pour différents couples température-fréquence à une amplitude de déformation fixée. Ces propriétés sont utilisées dans le dimensionnement et l'entretien des chaussées. Les essais de

laboratoire permettent d'identifier les propriétés des matériaux à une échelle macroscopique, mais plus difficilement à une échelle locale.

Avec l'amélioration continue des puissances de calcul, les modélisations numériques sont aujourd'hui amplement utilisées pour approcher les essais de laboratoire et analyser les comportements locaux. La Méthode des Éléments Discrets (DEM), initialement développée par Peter Cundall en 1971 (Cundall et Strack, 1979), permet de modéliser le comportement des matériaux granulaires en simulant des interactions entre particules pouvant prendre en compte différents effets multiphysiques. Dans le domaine des matériaux bitumineux, cette méthode a fait ses preuves et est très largement répandue (Yu et Shen, 2013 ; Dondi et al., 2014 ; Nguyen, 2017 ; Quezada et Chazallon, 2020). Généralement, les particules sont apparentées aux granulats, et les contacts entre particules au comportement viscoélastique du matériau.

Les travaux présentés dans ce papier sont consacrés à l'implémentation du modèle analytique VENoL (ViscoÉlastique Non-Linéaire), conçu lors de travaux antérieurs (Coulon et al., 2021), comme loi de contact en DEM afin de modéliser le comportement des enrobés bitumineux à court terme. Le choix s'est porté sur une modélisation 2D, moins onéreuse en temps de calcul, bien que la 2D sous-estime légèrement les valeurs du module par rapport à la 3D (You et al., 2008), avec un matériau considéré comme homogène. La Méthode des Éléments Finis (FEM) n'a pas été retenue car ce modèle doit servir de base à de futurs travaux sur les interactions liant-granulats et la propagation de fissures. Pour valider le modèle numérique, les résultats des simulations seront comparés aux résultats expérimentaux d'essais DTC-CY de module complexe.

## II. DONNÉES EXPÉRIMENTALES

Les résultats des essais DTC-CY de module complexe obtenus par Graziani et al. (2019) sont utilisés comme élément de comparaison avec le modèle numérique.

### A. Description de l'échantillon

Pour leur étude, les auteurs considérèrent un béton bitumineux pour couche de roulement produit dans une centrale d'enrobage. Le liant bitumineux de grade de pénétration 70/100 fut dosé à 5,3 % de la masse du mélange final. Le mélange était caractérisé par une courbe granulométrique dense avec un diamètre nominal maximal des granulats de 11 mm. Des éprouvettes cylindriques furent produites à l'aide d'un compacteur giratoire jusqu'à un diamètre de 150 mm, avant d'être carottées à un diamètre de 94 mm et coupées à une longueur de 120 mm. La teneur en vides des éprouvettes S1 et S2 était respectivement de 9,6 et 8,5 %.

### B. Description des essais

Des essais cycliques sinusoidaux en traction-compression directe furent appliqués aux éprouvettes à l'aide d'une presse servo-hydraulique développée au laboratoire d'infrastructure de transport de l'Università Politecnica delle Marche. Les essais furent réalisés en mode de contrôle de la contrainte et l'amplitude de la contrainte appliquée fut ajustée pour obtenir l'amplitude de déformation souhaitée en régime permanent. Pour évaluer la non-linéarité, trois niveaux d'amplitude de déformation (15, 30 et 60  $\mu\text{m/m}$ ), centrés sur zéro, furent réalisés avec des balayages en fréquence

(0.1, 0.25, 1, 4 et 12 Hz) à cinq températures différentes (0, 10, 20, 30 et 40°C). Cela représentait donc un total de soixante-quinze essais cycliques. Chaque essai consistait à appliquer vingt cycles de chargement, en commençant par le niveau de déformation le plus faible, la température la plus basse et la fréquence la plus élevée. Une période de repos d'au moins dix minutes fut maintenue entre deux fréquences consécutives. Les signaux de contrainte et de déformation mesurés furent utilisés pour évaluer les parties réelle  $\Re(E^*)$  et imaginaire  $\Im(E^*)$  du module de rigidité complexe  $E^*$ . Dans cet article, seuls les résultats de l'éprouvette S1 sont utilisés.

### III. PROCÉDURES NUMÉRIQUES

Cette section présente le développement de la loi de contact du modèle numérique ainsi que la préparation de l'éprouvette. Le logiciel commercial PFC v5.0.40 (Particle Flow Code) est utilisé pour appliquer la DEM.

#### A. Description du modèle VENoL

Le modèle analytique VENoL a été développé pour reproduire le comportement viscoélastique non-linéaire des enrobés au travers de l'estimation du module complexe. Il est constitué de deux éléments montés en parallèle : une composante de rigidité  $\Re_E$  reliée à la déformation  $\varepsilon^*$  et une composante de viscosité  $\Im_\eta$  reliée au taux de déformation  $\dot{\varepsilon}^*$ . Du fait de l'élaboration de lois rhéologiques, ses deux composantes varient suivant la température  $T$ , la pulsation  $\omega$  et l'amplitude de déformation  $\varepsilon_0$  du signal ; paramètres qui influencent la viscoélasticité des enrobés. L'équation générale du modèle est donc celle d'un modèle de Kelvin-Voigt à paramètres variables (Éq. 1). La calibration analytique des paramètres du modèle VENoL en fonction des données expérimentales de Graziani et al. est fournie dans un autre article (Coulon et al., 2021). Les paramètres obtenus sont directement implémentés dans le modèle numérique sans aucune modification.

De plus, le modèle VENoL peut être utilisé pour reproduire la partie réelle du coefficient de Poisson complexe  $\nu^*$  en remarquant qu'il varie de la même manière que l'angle de phase  $\varphi_{E^*}$ . Un seul facteur d'échelle est alors nécessaire. La partie imaginaire du coefficient de Poisson complexe est supposée nulle du fait qu'elle est très petite comparée à la partie réelle. Ainsi,  $\Re(\nu^*) = \nu$ .

$$\sigma^*(t) = \Re_E(T, \omega, \varepsilon_0) \cdot \varepsilon^*(t) + \Im_\eta(T, \omega, \varepsilon_0) \cdot \dot{\varepsilon}^*(t) \quad [ 1 ]$$

#### B. Passage du modèle analytique à la loi de contact

La figure 1 illustre un contact initial entre deux particules de rayon  $R_i$  et de masse  $m_i$  différentes. Le contact est représenté par un cylindre de longueur  $l_0$  et de rayon  $r$  égal au minimum des rayons des deux particules qu'il relie. Un contact est détecté dès lors que l'espace  $g$  entre les bords de deux particules est inférieur à l'espace de référence  $g_r$ . Sur PFC, la loi de contact se rapprochant du modèle de Kelvin-Voigt est le « Linear Contact Bond Model », constitué d'un ressort de raideur  $k$  et d'un amortisseur de viscosité  $c$  montés en parallèle. Ce modèle permet de maintenir un contact actif en compression ( $g < g_r$ ) et en traction ( $g > g_r$ ) une fois le contact créé. La superposition des particules est permise.

Dans le repère local du contact, chacune des particules est libre de se déplacer suivant une composante normale  $n$  et tangentielle  $t$  et de tourner autour de son centre. Lorsque les déplacements des deux particules sur un intervalle de temps entraînent un déplacement  $\delta_n (g - g_r)$  et une vitesse  $\dot{\delta}_n$  au niveau du contact normal, une force normale  $F_n$  est générée (Éq. 2). En considérant la géométrie 2D du cylindre, il est possible d'écrire la partie réelle de l'équation 2 du modèle VENO<sub>L</sub> en termes de force et de déplacement (Éq. 3). Par analogie, les valeurs de la raideur et de la viscosité normales  $k_n$  et  $c_n$  sont déduites (Éqs. 4 et 5). La force tangentielle  $F_t$  se calcule de la même façon en considérant en plus la différence de rotation entre les deux particules. Généralement, on définit la raideur et la viscosité tangentielles  $k_t$  et  $c_t$  en fonction de  $k_n$  et  $c_n$  en utilisant un coefficient  $\lambda_t$  qui symbolise le ratio tangentiel / normal (Éqs. 6 et 7). En DEM, la valeur du coefficient de Poisson dépend uniquement de  $\lambda_t$ . Suivant les valeurs prises par  $\lambda_t$ , le niveau du module de l'éprouvette modélisée peut être affecté. Il convient de le corriger à l'aide d'un coefficient  $\lambda_n$ . Les valeurs de  $\lambda_n$  et  $\lambda_t$  sont approchées en partie C.

$$F_n(t) = k_n \cdot \delta_n(t) + c_n \cdot \dot{\delta}_n(t) \quad (2)$$

$$F_{VENoL}(t) = \frac{2r}{l_0} [\mathfrak{R}_E \cdot \delta(t) + \mathfrak{I}_\eta \cdot \dot{\delta}(t)] \quad (3)$$

$$k_n = \lambda_n \cdot \frac{2r}{l_0} \cdot \mathfrak{R}_E \quad (4)$$

$$c_n = \lambda_n \cdot \frac{2r}{l_0} \cdot \mathfrak{I}_\eta \quad (5)$$

$$k_t = \lambda_t \cdot k_n \quad (6)$$

$$c_t = \lambda_t \cdot c_n \quad (7)$$

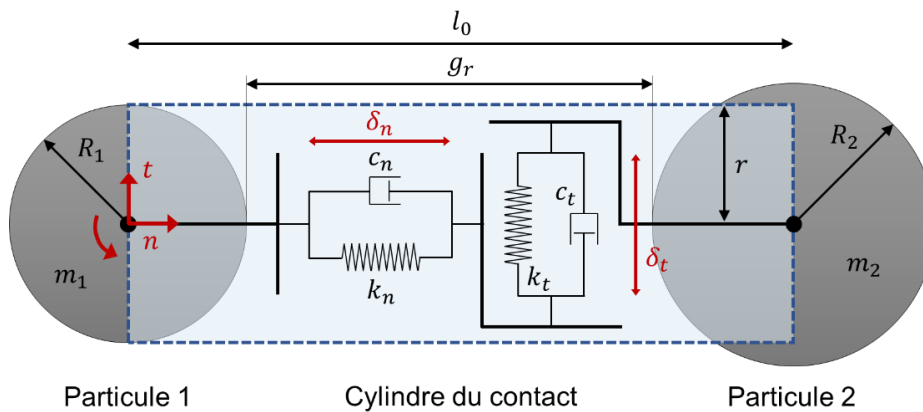


FIGURE 1. Représentation d'un contact entre deux particules au temps  $t = 0$  s.

### C. Prise en compte du coefficient de Poisson

L'approche menée consiste à représenter un matériau homogène isotrope d'élasticité  $\mathfrak{R}_E$ , de viscosité  $\mathfrak{S}_\eta$  et de coefficient de Poisson  $\nu$  par une distribution régulière de particules (Fig. 2). En considérant la périodicité de la structure, on identifie une cellule élémentaire représentative de tout le milieu discret, composée de particules de rayon  $R$  reliées entre elles par la loi de contact définie en figure 1. En sommant les matrices de raideur et de viscosité locales associées à chaque contact, on en déduit la matrice de raideur et de viscosité globale de cette cellule qui relie les forces aux déplacements. En considérant les conditions de chargement, la périodicité du système ainsi que la symétrie de la cellule, les matrices globales de taille  $9 \times 9$  peuvent être réduites à  $2 \times 2$ . En tenant compte de la géométrie de la cellule, les forces et déplacements sont respectivement remplacés par les contraintes et déformations. Puis, en utilisant la loi viscoélastique linéaire en contrainte plane, les contraintes et déformations peuvent également être remplacées par les propriétés du matériau. Enfin, en se plaçant dans le cas d'un chargement cyclique sinusoïdal, un système de quatre équations à quatre inconnues est obtenu dont les solutions sont les valeurs de  $k_n$ ,  $c_n$  et de  $k_t$ ,  $c_t$ . De ce fait, les formulations de  $\lambda_n$  et  $\lambda_t$  sont déduites avec  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  respectivement égaux à  $\sqrt{3}$ , 1 et 3 (Éqs. 8 et 9). Cependant pour des structures plus complexes, d'autres valeurs sont à considérer, telles que respectivement 1,65, 1,60 et 2,70 approchées par calibration numérique dans ce papier.

$$\lambda_n = \frac{1}{\alpha_1 \cdot (1 - \alpha_2 \cdot \nu)} \quad ( 8 )$$

$$\lambda_t = \frac{1 - \alpha_3 \cdot \nu}{1 + \nu} \quad ( 9 )$$

### D. Préparation des éprouvettes numériques avant l'essai

La création de l'échantillon numérique se déroule comme suit. Un moule aux dimensions de l'échantillon est d'abord créé. Une loi de contact provisoire « Linear Model » est ensuite imposée pour chaque contact futurément créé. Cette loi est un modèle de Kelvin-Voigt n'admettant pas de comportement en traction (le contact disparaît). L'espace de référence  $g_r$  est fixé à 0. Puis, des particules sont générées automatiquement au sein du moule suivant la porosité et la distribution de leur rayon imposées par l'utilisateur (Fig. 3, à gauche). Lorsque deux particules se superposent, une force de réaction est créée repoussant les particules. Des cycles de calcul sont alors effectués jusqu'à stabilisation du système. Les forces résiduelles sont ensuite remises à zéro. La loi des contacts actifs est remplacée par celle définie en partie B. L'espace  $g$  entre chaque particule connectée est définie comme le nouvel espace de référence  $g_r$ . Et toute création de nouveau contact est désactivée. L'éprouvette est alors constituée. Les plateaux de chargement sont formés par un groupe de particules dont les déplacements  $x$  et  $y$  et les rotations sont bloqués (encastrement). D'autres particules sont également ciblées pour servir de capteur durant l'essai (Fig. 3, à droite).

Les caractéristiques de l'éprouvette 10 001 sont données en figure 3. Les rayons des particules suivent une distribution normale et varient légèrement pour éviter d'avoir une structure ordonnée. Par choix, le réseau n'est donc pas utilisé comme le squelette granulaire des enrobés mais comme un système à un nombre élevé de degrés de liberté.

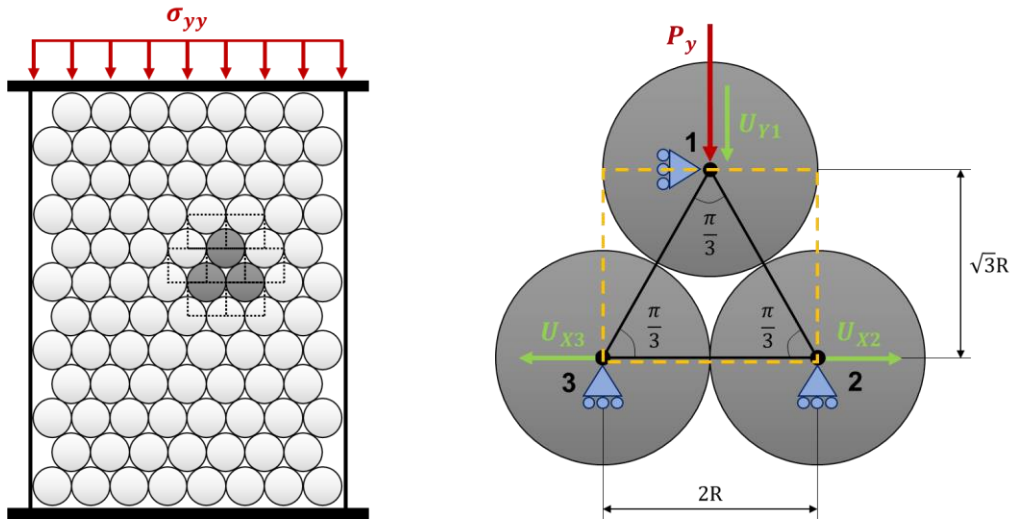


FIGURE 2. Représentation d'un matériau homogène par une disposition compacte périodique de particules en DEM (à gauche) et la cellule élémentaire associée (à droite).

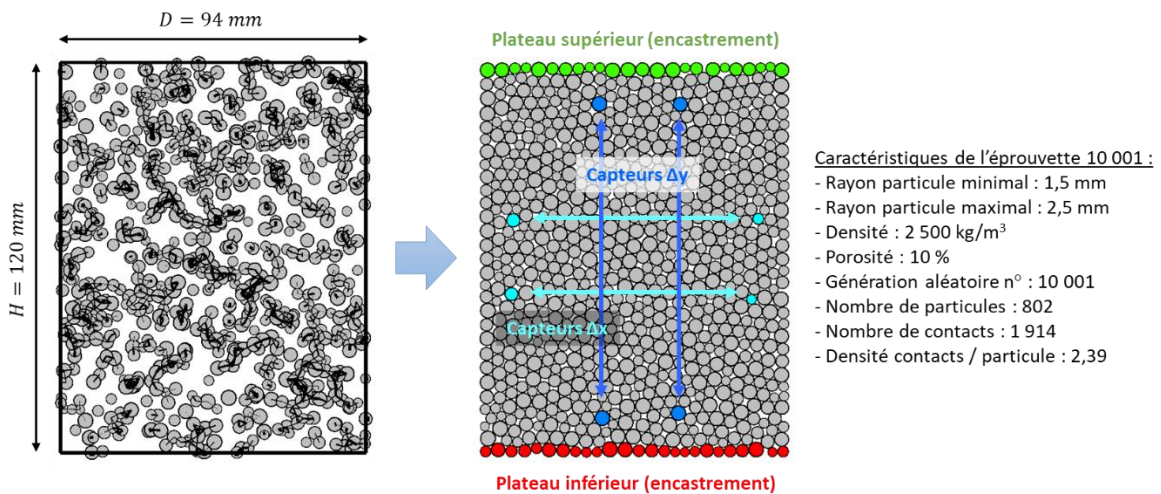


FIGURE 3. Préparation de l'éprouvette numérique cylindrique 10 001.

#### IV. VALIDATION DES RÉSULTATS NUMÉRIQUES

L'essai de module complexe est reproduit en appliquant une vitesse de déplacement cyclique au plateau supérieur de sorte à obtenir l'amplitude de déformation souhaitée. Pour trois générations de particules différentes (10 001, 10 002 et 10 003), une amplitude de  $30 \mu\text{m/m}$  est appliquée pour cinq températures différentes (0, 10, 20, 30 et  $40^\circ\text{C}$ ) à 12 Hz. Une mesure supplémentaire est réalisée à  $10^\circ\text{C}$  et 4 Hz. Les températures 50, 60, 70 et  $80^\circ\text{C}$  sont également testées pour l'éprouvette 10 003 à 12 Hz. Pour vérifier la bonne modélisation numérique de la non-linéarité, l'éprouvette 10 003 est testée à 15 et  $60 \mu\text{m/m}$ . Le pas de temps critique est calculé automatiquement par résolution de l'équation du mouvement pour un système amorti à un degré de liberté.

Les résultats sont compilés ci-après. La figure 4 montre la répartition des déplacements au sein de l'éprouvette 10 001 à 10 °C, 12 Hz selon les directions x et y lorsque le signal atteint 30  $\mu\text{m}/\text{m}$  en traction. Dans la direction x, une répartition en forme de sablier est obtenue comme attendue. La figure 5 superpose les données expérimentales (« Exp »), les modélisations analytiques (« Mod ») et les simulations numériques (« PFC ») dans le plan de Cole-Cole (à gauche) ainsi que pour la partie réelle du coefficient de Poisson complexe  $\Re(\nu^*)$  suivant la pulsation réduite  $\omega_{R-T}$  (connexion des effets de température et de fréquence dans une seule variable) (à droite). Les données se superposent correctement. Une différence notable est observée entre les éprouvettes 10 001, 10 002 et 10 003 qui est due à des densités de contacts par particule distinctes, dont les valeurs sont respectivement 2,39, 2,48 et 2,44. Plus cette densité est importante et plus le module est élevé. Cette densité est influencée par deux paramètres : la porosité et l'agencement des particules. Plus les particules sont petites, et plus l'influence de l'agencement tend vers zéro.

## CONCLUSION

Cet article détaille la démarche pour intégrer le modèle VEnoL comme loi de contact aux éléments discrets. Cette démarche est validée par la capacité du modèle numérique à reproduire le comportement viscoélastique d'un béton bitumineux extrait de la littérature, lors d'essais de module complexe pour différentes températures, fréquences et amplitudes de déformation, et ce pour un seul et même jeu de paramètres déterminés analytiquement. Toutefois, il reste à découvrir le mécanisme numérique qui permettra de simuler la partie imaginaire du coefficient de Poisson complexe.

## FINANCEMENT

Les travaux de recherche présentés dans ce document ont été financés par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-MoveDVDC project, ref. ANR-17-CE22-0014-03).

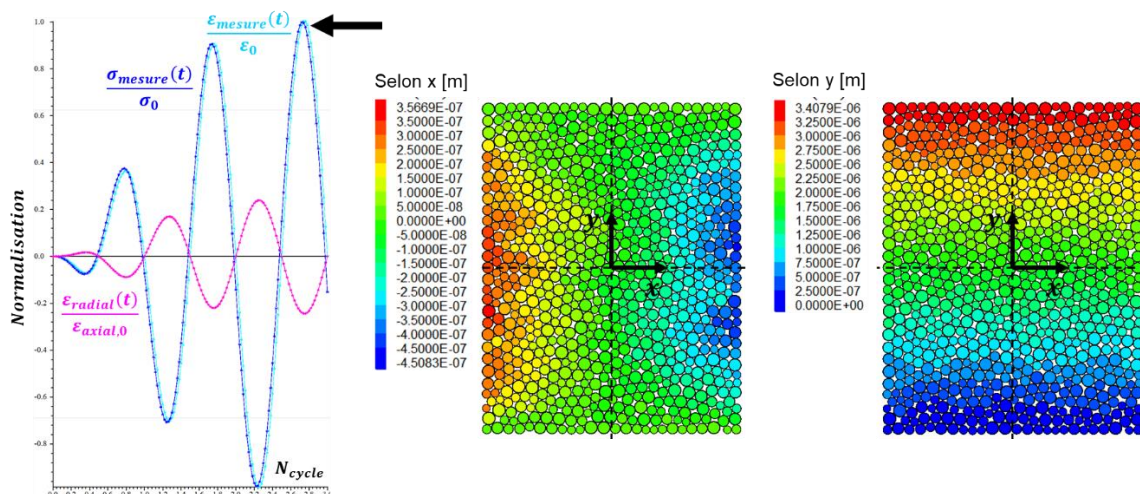
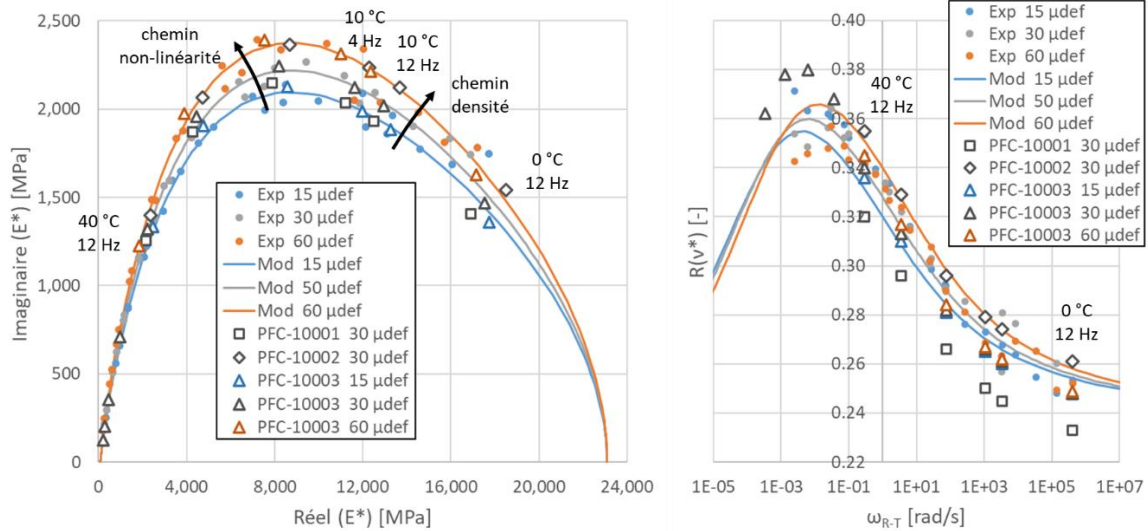


FIGURE 4. Répartition des déplacements dans l'éprouvette 10 001 à 30  $\mu\text{m}/\text{m}$ , 10 °C, 12 Hz en traction.



**FIGURE 5.** Superposition des résultats de l'essai de module complexe dans le plan de Cole-Cole (à gauche) et pour la partie réelle du coefficient de Poisson complexe (à droite).

## RÉFÉRENCES

- Coulon, L., Koval, G., Chazallon, C., & Roux, J.-N. (2021). Analytical modelling of complex stiffness modulus tests in direct tension-compression on asphalt concrete and nonlinearity effect due to strain amplitude. *Road Materials and Pavement Design*. <https://doi.org/10.1080/14680629.2021.2014349>
- Cundall, P. A., & Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29, 47–65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- Dondi, G., Vignali, V., Pettinari, M., Mazzotta, F., Simone, A., & Sangiorgi, C. (2014). Modeling the DSR complex shear modulus of asphalt binder using 3D discrete element approach. *Construction and Building Materials*, 54, 236–246. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.12.005>
- Graziani, A., Cardone, F., Virgili, A., & Canestrari, F. (2019). Linear viscoelastic characterisation of bituminous mixtures using random stress excitations. *Road Material and Pavement Design*, 20, S390–S408. <https://doi.org/10.1080/14680629.2019.1587494>
- Nguyen, M.-D. (2017). Modélisation numérique discrète des matériaux bitumeux (PhD thesis). Université de Lyon, ENTPE, LTDS.
- Quezada, J. C., & Chazallon, C. (2019). Complex modulus modeling of asphalt concrete mixes using the Non-Smooth Contact Dynamics method. *Computers and Geotechnics*, 117, 103255. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.103255>
- You, Z., Adhikari, S., & Dai, Q. (2008). Three-dimensional discrete element models for asphalt mixtures. *Journal of Engineering Mechanics*, 134(12), 1053–1063. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.09.036>
- Yu, H., & Shen, S. (2013). A micromechanical based three-dimensional DEM approach to characterize the complex modulus of asphalt mixtures. *Construction and Building Materials*, 38, 1089–1096. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.09.036>