

# Identification et application d'un modèle d'amortissement non-linéaire actualisé à l'échelle locale pour des poutres en béton armé

Clotilde Chambreuil<sup>1</sup>, Cédric Giry<sup>1</sup>, Frédéric Ragueneau<sup>1,2</sup>, Pierre Léger<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France.

<sup>2</sup> EPF Ecole d'Ingénieur, 55, avenue du Président Wilson, F-94230, Cachan, France.

<sup>3</sup> Dept. Of Civil, Geological, and Mining Engineering, école Polytechnique de Montréal, Montreal Univ. Campus, P. O. Box 6079, Station CV, Montreal PQ, Canada H3C 3A7.

## RESUME

Depuis le 1<sup>er</sup> mai 2011, un nouveau zonage sismique du territoire français existe. Cependant, comme certaines régions françaises n'étaient pas considérées à risque avant 2011, les structures n'étaient pas conçues pour répondre aux normes sismiques. Aujourd'hui, pour assurer la résistance de ces structures ou prolonger leur durée de vie, il est nécessaire de réaliser de nouveaux calculs fins. En particulier, dans le cas des structures en béton armé, l'EC8 exige des réaliser des analyses temporelles non-linéaires représentant correctement les dissipations d'énergie dans les éléments structuraux. Cependant, les modèles d'amortissement visqueux, classiquement utilisés, ne sont pas basés sur des considérations physiques. C'est pourquoi cet article vise à évaluer les variations transitoires du taux d'amortissement effectif en tant que fonctions de variables représentatives du comportement non-linéaire. Ensuite, ces fonctions sont réutilisées pour développer un modèle d'amortissement non-linéaire localement actualisé pour des poutres en béton armé fissurées.

**Mots-clés** Béton armé, Modèle non-linéaire, Identification de l'amortissement, Modèle d'amortissement actualisé, Dissipation d'énergie.

## I. INTRODUCTION

La considération des normes sismiques remises à jour en France en 2011, nécessite de réaliser des calculs fins sur des structures à risque afin de s'assurer de leur résistance ou d'augmenter leur durée de vie. Dans le cas des structures en béton armé, lorsque des analyses temporelles non-linéaires sont attendues, l'Eurocode 8 impose d'avoir une représentation correcte des dissipations énergétiques dans les éléments structuraux. Pourtant, les modèles d'amortissement visqueux généralement utilisés, comme l'amortissement de Rayleigh, ne sont pas basés sur des considérations physiques.

### A. Modèles d'amortissement

La notion d'amortissement est difficile à définir à cause du manque de compréhension des mécanismes associés aux dissipations énergétiques (Daneshjoo and Gharighoran, 2006). C'est pourquoi, il n'existe pas de formule mathématique générale et que des stratégies diverses ont pu être proposées. En particulier, (Jacobsen, 1960) a introduit la notion d'amortissement visqueux équivalent  $\xi_{eq}$  afin de décrire les dissipations totales et leur évolution en fonction de l'état de la structure. Il peut être décomposé entre l'amortissement visqueux élastique  $\xi_{el}$  et l'amortissement hystérétique non-linéaire  $\xi_{nl}$  (Blandon and Priestley, 2005).  $\xi_{el}$  dépend principalement des propriétés matériaux et géométriques, ainsi que des conditions aux limites. En revanche,  $\xi_{nl}$  peut être exprimé à partir d'un certain nombre de variables internes. De nombreux modèles d'amortissement visqueux ont été proposés dans la littérature en fonction de différentes grandeurs mesurables ou non comme : (i) la ductilité, (ii) la flèche, ou (iii) des indices d'endommagement.

À l'échelle structurelle, les modèles d'amortissement classiquement utilisés sont les amortissements de type Rayleigh (Rayleigh, 1896, 1877), c'est-à-dire proportionnels aux matrices de masse et/ou rigidité, et les amortissements modaux (Bernal, 1994; Caughey, 1960; Caughey and O'Kelly, 1965; Wilson and Penzien, 1972). Cependant, ces modèles peinent à caractériser les phénomènes dissipatifs physiques. C'est pourquoi, des modèles actualisés ont été proposés initialement à l'échelle de la structure. Enfin des actualisations des modèles d'amortissement ont également été proposées à l'échelle locale afin d'améliorer la représentativité des phénomènes dissipatifs (Carr et al., 2017; Puthanpurayil et al., 2018; Voldoire, 2019).

### B. Objectifs de l'article

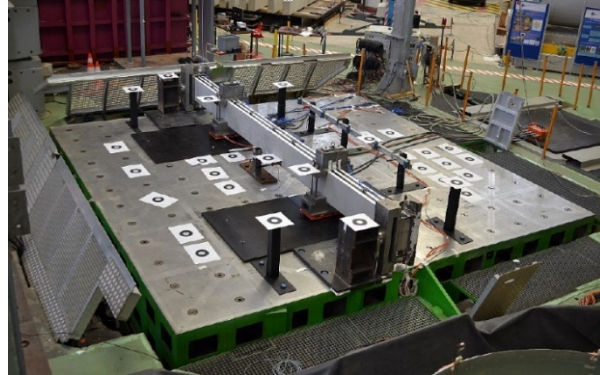
Les discussions sur les modèles d'amortissement montrent que les nouveaux modèles cherchent à améliorer la représentation des énergies dissipées dans les structures dans le cas d'analyses dynamiques non-linéaires. Pour cela, cet article s'intéresse à un modèle d'amortissement actualisé localement en se basant sur les mécanismes non-linéaires du béton armé. Les analyses se basent sur une campagne expérimentale réalisée sur des poutres en béton armé (section II.A.). Tout d'abord, un modèle équivalent à un degré-de-liberté (DDL) est proposé (section II.C.), puis des modèles d'amortissement sont identifiés (section III.). Des calculs dynamiques non-linéaires ont été réalisés avec ces modèles afin d'évaluer leurs performances en termes de représentativité du comportement global des poutres, mais également de la description des énergies. Par la suite, des stratégies ont été proposées pour adapter les modèles d'amortissement identifiés dans les calculs de poutres multifibres.

## II. MODELE A UN DDL DE POUTRE EN BETON ARME

### A. Poutres réelles et données expérimentales

Une campagne expérimentale a été réalisée par (Heitz et al., 2018) sur des poutres en béton armé au Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA) sur la plateforme AZALEE. L'objectif de la campagne était la réalisation d'essais quasi-statiques et dynamiques (FIGURE 1) afin d'évaluer les dissipations énergétiques des poutres en béton armé en fonction de caractéristiques matérielles, structurales et du signal sismique.

Les poutres ont une longueur de 6 m et une section de  $40 \times 20 \text{ cm}^2$ . Dans la suite de cet article, la poutre composée de huit armatures à haute adhérence de diamètre 16 mm est considérée. Le béton, de classe C25/30 a une résistance en compression à 28 jours de 35.0 MPa et un module d'Young de 26.4 GPa pour le béton. Les armatures métalliques ont une limite élastique de 568 MPa et un module d'Young de 217 GPa. Enfin, des masses additionnelles ont été positionnées au quart et trois-quarts de la poutre.

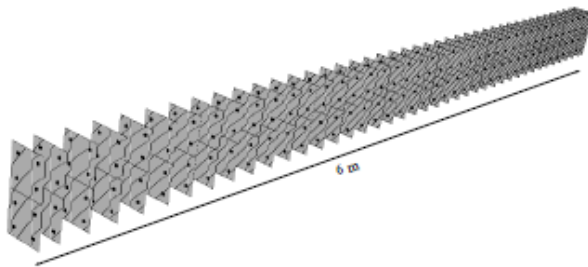


**FIGURE 1. Banc expérimental des essais expérimentaux**

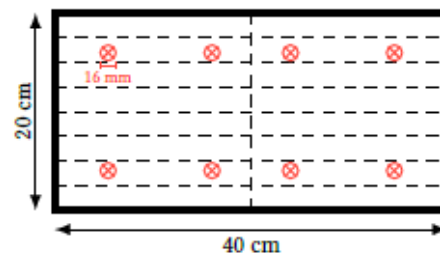
Différents essais ont été mis en œuvre sur les poutres expérimentales : (i) des essais quasi-statiques qui nous serviront à caler les modèles matériaux non-linéaires, (ii) des essais dynamiques utilisés pour évaluer les performances des modèles d'amortissement proposés, et (iii) des essais au marteau de choc afin de suivre l'évolution des fréquences des poutres au cours de leur endommagement. Les données expérimentales qui seront utilisées dans la suite sont les réponses en déplacement et accélération, les forces mesurées aux appuis, ainsi que l'évolution des fréquences des poutres au cours du temps.

### *B. Modèle multifibre et problème dynamique*

Un modèle multifibre des poutres expérimentales a été mis en œuvre dans (Chambreuil et al., 2021) sur le code éléments finis Cast3M. Les **FIGURE 2** et **FIGURE 3** présentent respectivement la discrétisation de la poutre sur sa longueur et la discrétisation d'une section de la poutre. La poutre est sollicitée selon son axe faible. Pour les conditions aux limites, les appuis élastiques sont modélisés par des rigidités en translation et rotation.



**FIGURE 2. Discrétisation de la poutre dans sa longueur**



**FIGURE 3. Discrétisation d'une section de la poutre**

Pour la modélisation des armatures, un modèle plastique a été considéré puisqu'elles sont restées dans leur comportement élastique au cours des essais expérimentaux. Pour le béton, le modèle RICBET implémenté dans Cast3M par (Richard and Ragueneau, 2013) a été considéré. Il s'agit d'un modèle non-linéaire considérant les phénomènes suivants : (i) l'endommagement associé à l'ouverture des fissures, (ii) le frottement entre les lèvres des surfaces, (iii) l'effet unilatéral associé aux fermetures de fissures anélastiques, et (iv) la plasticité en compression.

L'équation matricielle du problème dynamique associé à la poutre modélisée ci-dessus et soumise à un chargement sismique s'écrit (1),

$$\mathbb{M} \cdot \underline{\ddot{U}} + \mathbb{C} \cdot \underline{\dot{U}} + \underline{f}_{int}(\underline{U}) = - \sum_k \mathbb{M} \cdot \underline{\Gamma}_k \cdot \underline{\ddot{U}}_{s,k} \quad (1)$$

avec  $\mathbb{M}$  et  $\mathbb{C}$  les matrices de masse et d'amortissement,  $\underline{U}$ ,  $\underline{\dot{U}}$  et  $\underline{\ddot{U}}$  les déplacement, vitesse et accélération relatifs dépendant du temps et de l'espace.  $\underline{f}_{int}(\underline{U})$  est la force interne dépendant du champ de déplacement.  $\underline{\Gamma}_k$  donne la direction de l'excitation sismique ( $k \in \{x, y, z\}$ ) et  $\underline{\ddot{U}}_{s,k}$  sont les accélérations sismiques dans les trois directions de l'espace.

Dans (Chambreuil et al., 2021), un benchmark numérique a été réalisé afin de comparer les performances de 17 formulations d'amortissement classiquement utilisées en ingénierie. En comparant les réponses dynamiques aux essais expérimentaux, mais également à l'aide d'analyses énergétiques aux échelles globale et locale, il a été montré que les matrices d'amortissement de Rayleigh et proportionnelle à la matrice de rigidité étaient les plus performantes à condition d'actualiser la matrice de rigidité avec sa forme tangente. De plus, un taux d'amortissement de 2% doit être choisi pour évaluer les paramètres de proportionnalité des formulations. Cependant, il a également été observé que les performances des différentes formulations dépendent fortement du choix des grandeurs d'intérêt.

### C. Système équivalent à un DDL

L'identification des modèles d'amortissement dans la section III. a été réalisée sur un système équivalent à un degré-de-liberté (DDL) de la poutre. L'équivalence de type énergétique est mise en place grâce à une projection sur base modale. Il est donc nécessaire de déterminer la base modale du système d'étude. Une première stratégie est d'utiliser les résultats expérimentaux des essais au marteau de choc sur la poutre non endommagée. Une autre stratégie proposée est d'évaluer une base modale analytique approchée du système. En effet, le système poutre sur appuis élastiques avec des masses additionnelles ne possède pas de réponse analytique. C'est pourquoi, il a été proposé de décomposer le système complet en  $n_s$  sous-systèmes possédant des réponses analytiques. Après avoir évalué les fréquences et modes propres des sous-systèmes (Karnovsky and Lebed, 2000), il suffit de les recombinaison afin d'avoir une approximation des réponses modales pour le système complet.

Pour les fréquences, les stratégies de (Dunkerley, 1893) et (Low, 2000) ont été considérées pour définir la formule en équation (2),

$$\frac{1}{\omega_i^2} = \left[ \sum_{k=1}^{n_s} \frac{1}{\omega_{k,i}^2} \right] - (n_s - 1) \frac{1}{\omega_{psa,i}^2} \quad (2)$$

avec  $\omega_i$ ,  $\omega_{k,i}$  et  $\omega_{psa,i}$  les fréquences propres associées au mode  $i$  du système complet, du  $k^{\text{ème}}$  sous-système et de la poutre simplement appuyée.

Pour les modes propres, on considère une combinaison linéaire des modes propres des sous-systèmes (3),

$$\underline{\phi}_i = \sum_{k=1}^{n_s} a_k \times \underline{\phi}_{k,i} \quad (3)$$

avec  $\underline{\phi}_i$  et  $\underline{\phi}_{k,i}$  les modes propres associés au mode  $i$  du système complet et du  $k^{\text{ème}}$  sous-système. Les coefficients  $a_k$  sont déterminés par minimisation du quotient de Rayleigh. Puis la base est orthonormée grâce à l'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Le **TABLEAU 1** compare en particulier les fréquences propres des trois premiers modes de la poutre obtenues avec les données expérimentales et l'approximation analytique. Pour les deux premiers modes, on a une très bonne équivalence. Pour le troisième mode, la comparaison est plus difficile car la fréquence expérimentale se situe aux limites du banc d'essai donc la confiance sur cette valeur n'est pas très élevée. Pour les modes propres, on observe également une bonne équivalence entre les données expérimentales et analytiques.

**TABLEAU 1. Comparaison des fréquences propres obtenues expérimentalement et avec la méthode analytique approchée proposée**

Mode	Fréquence expérimentale [Hz]	Fréquence analytique approchée [Hz]	Écart [%]
1	6.99 Hz	7.18 Hz	+2.7%
2	22.6 Hz	22.9 Hz	+1.3%
3	57.6 Hz	45.3 Hz	-21%

Puisque nous avons déterminé la base modale de la poutre, il est désormais possible de décomposer le champ de déplacement sur la base modale du système poutre (4),

$$\underline{U} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \underline{\phi}_i \quad (4)$$

avec  $\alpha_i$  le déplacement généralisé associé au mode  $i$  et  $N$  le nombre de modes considérés. Puis, en projetant l'équation (1) sur le mode 1, représentant 89.6% de la masse totale effective de la poutre, on obtient l'équation (5) du système à un DDL équivalent au problème poutre.

$$m_1 \ddot{\alpha}_1 + c_1 \dot{\alpha}_1 + \frac{d\Psi_1}{d\alpha_1} = -L_1 \cdot \ddot{u}_g \quad (5)$$

avec  $m_1 = \underline{\phi}_1^T \cdot \mathbb{M} \cdot \underline{\phi}_1$  et  $c_1 = \underline{\phi}_1^T \cdot \mathbb{C} \cdot \underline{\phi}_1$  les masse et amortissement modaux associés au mode 1.  $\Psi_1$  est l'énergie libre de Helmholtz associée au mode 1. Enfin,  $\ddot{u}_g$  est l'accélération sismique et  $L_1$  est un coefficient associé au mode 1 prenant en compte la direction de l'accélération sismique et la masse. L'objectif de la section suivante sera donc d'identifier un modèle d'amortissement en résolvant l'équation (5).

### III. IDENTIFICATION D'UN MODELE D'AMORTISSEMENT

Dans l'objectif de proposer un modèle d'amortissement actualisé à l'échelle locale pour les poutres en béton armé soumises à des chargements dynamiques, une méthode d'identification de l'amortissement dans le domaine temporelle et inspirée de (Demarie and Sabia, 2011) est développée.

### A. Méthode d'identification

Une première étape consiste à projeter le signal sismique ainsi que les réponses expérimentales à identifier sur le premier mode de la poutre. Puis, les données sont décomposées en  $n_w$  fenêtres de longueur  $T_w$ . Ces fenêtres se superposent avec une longueur de superposition  $\delta T_w$ , donc l'intervalle de temps associé à la fenêtre  $w$  est  $t \in [(w-1)(T_w - \delta T_w), w(T_w - \delta T_w) - \delta T_w[$ . Sur chaque fenêtre, une fonction de minimisation est utilisée pour identifier les paramètres (amortissement et fréquence). La fonction de minimisation est définie comme l'erreur donnée en équation (6) entre la fonction à identifier  $\mathcal{F}_{id,w}(t)$  (7) et la fonction calculée  $\mathcal{F}_{c,w}(t)$  (8) sur la fenêtre  $w$ . L'erreur choisie en équation (6) correspond à la métrique de Russel en amplitude (Russell, 1997a, 1997b).

$$\varepsilon_{id,w} = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \left[ \text{sign} \left( \frac{\Psi_{\mathcal{F}_{id,w} \mathcal{F}_{id,w}}^{(i)} - \Psi_{\mathcal{F}_{c,w} \mathcal{F}_{c,w}}^{(i)}}{\sqrt{\Psi_{\mathcal{F}_{id,w} \mathcal{F}_{id,w}}^{(i)} \cdot \Psi_{\mathcal{F}_{c,w} \mathcal{F}_{c,w}}^{(i)}}} \right) \times \log_{10} \left( 1 + \left| \frac{\Psi_{\mathcal{F}_{id,w} \mathcal{F}_{id,w}}^{(i)} - \Psi_{\mathcal{F}_{c,w} \mathcal{F}_{c,w}}^{(i)}}{\sqrt{\Psi_{\mathcal{F}_{id,w} \mathcal{F}_{id,w}}^{(i)} \cdot \Psi_{\mathcal{F}_{c,w} \mathcal{F}_{c,w}}^{(i)}}} \right| \right) \right] \quad (6)$$

avec  $N_f = 3$  le nombre de termes dans  $\mathcal{F}_{id,w}$  et  $\mathcal{F}_{c,w}$ ,  $\Psi_{\mathcal{F}_{id,w} \mathcal{F}_{id,w}}^{(i)} = \frac{1}{N_{t,w}} \sum_{t=1}^{N_{t,w}} \mathcal{F}_{id,w}^{(i)}(t)^2$ ,  $\Psi_{\mathcal{F}_{c,w} \mathcal{F}_{c,w}}^{(i)} = \frac{1}{N_{t,w}} \sum_{t=1}^{N_{t,w}} \mathcal{F}_{c,w}^{(i)}(t)^2$  et  $N_{t,w}$  le nombre de pas de temps dans la fenêtre d'étude  $w$ .

$$\mathcal{F}_{id,w}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_{1,w}^{exp}(t) \\ \dot{\alpha}_{1,w}^{exp}(t) \\ \ddot{\alpha}_{1,w}^{exp}(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathcal{F}_{c,w}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_{1,w}(t) \\ \dot{\alpha}_{1,w}(t) \\ \ddot{\alpha}_{1,w}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Les grandeurs  $\alpha_{1,w}^{exp}(t)$ ,  $\dot{\alpha}_{1,w}^{exp}(t)$  et  $\ddot{\alpha}_{1,w}^{exp}(t)$  correspondent aux déplacement, vitesse et accélération expérimentaux projetés et  $\alpha_{1,w}(t)$ ,  $\dot{\alpha}_{1,w}(t)$  et  $\ddot{\alpha}_{1,w}(t)$  correspondent aux déplacement, vitesse et accélération calculés en résolvant l'équation (5) pour une fréquence et un taux d'amortissement donnés.

Le critère de convergence considéré pour la méthode de minimisation est basé sur l'écart des erreurs d'une itération à l'autre. Si cet écart est inférieur à  $10^{-6}$ , on considère que le calcul a convergé.

Deux modèles de comportement de poutre sont utilisés pour l'identification : (i) un modèle linéaire par partie, et (ii) un modèle non-linéaire. Ces deux stratégies sont présentées dans les parties suivantes.

### B. Modèle linéaire par partie

Dans le modèle linéaire par partie, on considère un comportement linéaire sur chaque fenêtre. Donc l'équation (5) peut être réécrite sur la fenêtre  $w$  avec  $t \in [(w-1)(T_w - \delta T_w), w(T_w - \delta T_w) - \delta T_w[$  (9),

$$\ddot{\alpha}_{1,w} + [4\pi\xi_{1,w}f_{1,w}]\dot{\alpha}_{1,w} + [2\pi f_{1,w}]^2 \alpha_{1,w} = -L_1 \cdot \ddot{u}_{g,w} \quad (9)$$

avec  $\xi_{1,w} = \xi_1(t) \forall t \in [(w-1)(T_w - \delta T_w), w(T_w - \delta T_w) - \delta T_w[$  le taux d'amortissement à identifier sur la fenêtre  $w$  et  $f_{1,w} = \text{cste} \forall t \in [(w-1)(T_w - \delta T_w), w(T_w - \delta T_w) - \delta T_w[$  la fréquence à identifier sur la fenêtre  $w$ .

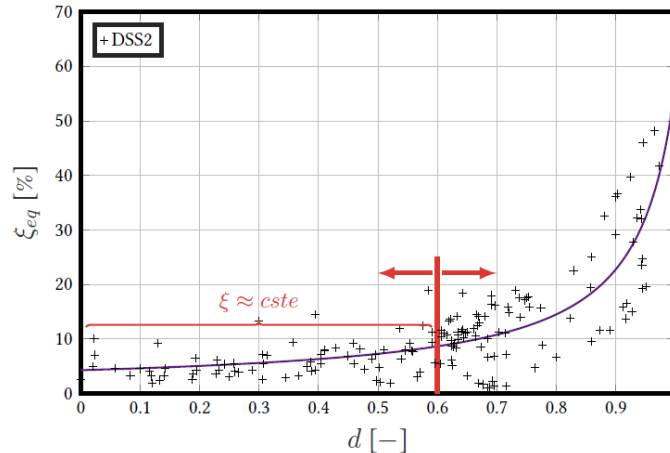
La méthode proposée d'identification de l'amortissement est appliquée à partir d'un essai dynamique. Il s'agit du premier signal dynamique appliqué à la poutre et endommageant celle-ci.

La comparaison des réponses dynamiques (déplacement, vitesse et accélération) identifiées et expérimentales ont montré les bonnes performances de la méthode. Des taux d'amortissement  $\xi_{1,w}$  et des fréquences  $f_{1,w}$  ont donc été identifiés au cours du temps. À partir des fréquences, un paramètre d'endommagement  $d_w$  a été défini en équation (10),

$$d_w = 1 - \left(\frac{\omega_{1,w}}{\omega_0}\right)^2 \tag{10}$$

avec  $\omega_{1,w} = 2\pi f_{1,w}$  la pulsation propre de la poutre sur la fenêtre  $w$  et  $\omega_0$  la pulsation propre de la poutre non endommagée.

La **FIGURE 4** présente alors l'évolution du taux d'amortissement en fonction du paramètre d'endommagement défini. Malgré une certaine dispersion des résultats, il est possible d'identifier une tendance globale. En particulier, on peut remarquer que pour un niveau d'endommagement inférieur à  $d = 0.6$ , il est possible de considérer un amortissement constant. En revanche, pour des niveaux d'endommagement plus forts, cette approximation généralement faite en ingénierie s'avère non réaliste. Une actualisation de l'amortissement est alors nécessaire et elle peut être faite avec la forme proposée en équation (11).



**FIGURE 4.** Évolution du taux d'amortissement  $\xi_{eq}$  en fonction de la perte de rigidité (modèle linéaire par partie)

$$\xi_{eq,ratio}(d) = \xi_{el} + \frac{-252 \times d + 284}{d^2 - (5.08 \times 10^3) \times d + (4.81 \times 10^3)} \tag{11}$$

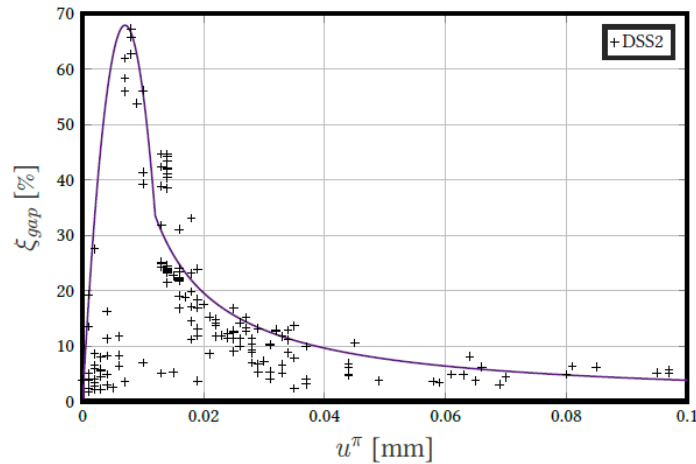
### C. Modèle non-linéaire

La deuxième stratégie consiste à utiliser un modèle non-linéaire prenant en compte les phénomènes dissipatifs du béton armé. C'est le cas du modèle IDEFIX développé par (Heitz et al., 2019) et utilisé pour cette analyse. L'énergie libre de Helmholtz est alors définie par le modèle non-linéaire et l'équation (5) devient (12),

$$\ddot{\alpha}_{1,w} + [4\pi\xi_{1,w}f_1^0]\dot{\alpha}_{1,w} + \frac{d\Psi_{1,w}}{d\alpha_{1,w}} = -L_1 \cdot \ddot{u}_{g,w} \tag{12}$$

avec  $\xi_{1,w} = \xi_1(t) \forall t \in [(w - 1)(T_w - \delta T_w), w(T_w - \delta T_w) - \delta T_w]$  le taux d'amortissement à identifier sur la fenêtre  $w$ . Dans ce cas, il n'y a plus de fréquence à identifier puisque les non-linéarités sont prises en compte dans le modèle non-linéaire macroscopique. Le modèle IDEFIX caractérise les

phénomènes d'endommagement, de frottement et unilatéral. Le phénomène le plus influent étant le frottement, on a utilisé la variable interne associée à ce phénomène pour proposer un modèle d'amortissement comme présenté dans la **FIGURE 5**. On remarque que pour de faibles valeurs de frottement, peu d'énergie est dissipée et donc il est nécessaire de compenser ce manque avec l'amortissement  $\xi_{gap}$  (équation (14)). En revanche, plus les fissures s'ouvrent et plus on a de dissipation par frottement donc moins il est nécessaire de rajouter des dissipations visqueuses. L'expression du modèle d'amortissement est définie en équation (13).



**FIGURE 5.** Évolution du taux d'amortissement en fonction de la variable interne de frottement (modèle non-linéaire IDEFIX)

$$\begin{cases} \xi_{gap}(u^\pi) = (-1.37 \times 10^6) \times |u^\pi|^2 + (-1.92 \times 10^4) \times |u^\pi| + 0.5, & \forall |u^\pi| \leq 0.012 \text{ mm} \\ \xi_{gap}(u^\pi) = \frac{0.377}{|u^\pi| - (7.42 \times 10^{-4})}, & \forall |u^\pi| \geq 0.012 \text{ mm} \end{cases} \quad (13)$$

#### D. Conclusion

En conclusion, la méthode d'identification de l'amortissement s'est avérée performante pour proposer deux modèles d'amortissement :

- Avec le modèle linéaire par partie, on a pu proposer un modèle de taux d'amortissement équivalent  $\xi_{eq}$  pouvant être utilisé dans le cas d'analyses linéaires afin de modéliser les dissipations,
- Avec le modèle non-linéaire IDEFIX, il est possible d'avoir une représentation plus physique de l'amortissement en le décomposant comme dans l'équation (14) entre les dissipations associées au modèle matériau non-linéaire «  $\xi_{modèle}$  » et un taux d'amortissement supplémentaire  $\xi_{gap}$ , défini à partir du niveau de non-linéarités dans le matériau et représentant les phénomènes non modélisés dans le modèle non-linéaire,

$$\xi_{physique} = \xi_{modèle} + \xi_{gap} \quad (14)$$

Les deux modèles ont par la suite été appliqués sur d'autres données expérimentales et se sont avérés performants. En particulier, on peut observer que l'utilisation du modèle non-linéaire IDEFIX permet une meilleure caractérisation des énergies dissipées aux échelles globale et locale.

#### IV. CONCLUSIONS

Dans cet article ont été proposés une méthode analytique approchée permettant d'évaluer la base modale d'un système complexe, et une méthode d'identification de l'amortissement dans le domaine temporel. Toutes les analyses ont été réalisées à partir des données d'une campagne expérimentale réalisée sur des poutres en béton armé. L'objectif était de proposer un modèle d'amortissement actualisé en se basant sur les phénomènes non-linéaires du béton. En effet, au cours des essais, les armatures sont restées dans leur comportement élastique, c'est pourquoi nous nous sommes focalisés sur le béton. Cependant, il pourrait se passer des phénomènes à l'interface entre l'acier et le béton (frottement), ce qui nécessiterait d'être étudié dans une nouvelle étude.

Les deux modèles d'amortissement identifiés dans la section III. se sont avérés performants lors de leur utilisation dans des analyses dynamiques non-linéaires. C'est pourquoi, par la suite, nous sommes repassés à l'échelle de la poutre afin de proposer un modèle d'amortissement actualisé à l'échelle locale pour des calculs dynamiques non-linéaires à plusieurs DDLs. Une stratégie d'actualisation de la matrice d'amortissement a été développée en se basant sur les formes des modèles identifiés. Puis, les résultats des analyses dynamiques avec les modèles actualisés ont été comparées aux réponses numériques des matrices d'amortissement de type Rayleigh classiquement utilisées en ingénierie. En termes de réponses dynamiques, les comparaisons avec les données expérimentales se sont avérées concluantes. Cependant, c'est principalement sur les représentations énergétiques que les modèles actualisés sont apparus plus performants que les matrices de type Rayleigh. En particulier, le frottement étant le phénomène dissipant le plus d'énergie, il est important de le considérer pour réaliser les actualisations et améliorer les réponses énergétiques.

#### V. REFERENCES

- Bernal, D., 1994. Viscous damping in inelastic structural response. *J. Struct. Eng.* 120, 1240–1254.
- Blandon, C.A., Priestley, M.J.N., 2005. Equivalent viscous damping equations for direct displacement-based design. *J. Earthq. Eng.* 9, 257–278. <https://doi.org/10.1142/S1363246905002390>
- Carr, A.J., Puthanpurayil, A.M., Lavan, O., Dhakal, R.P., 2017. Damping models for inelastic time history analysis: a proposed modelling approach. Presented at the 16th World Conference on Earthquake, 16WCEE 2017, Santiago, Chile.
- Caughey, T.K., 1960. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *J. Appl. Mech.* 27, 269–271. <https://doi.org/10.1115/1.3643949>
- Caughey, T.K., O'Kelly, M.E.J., 1965. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *J. Appl. Mech.* 32, 583–588. <https://doi.org/10.1115/1.3627262>
- Chambreuil, C., Giry, C., Ragueneau, F., Léger, P., 2021. Seismic energy dissipation in reinforced concrete beam: investigating damping formulations. *Eur. J. Environ. Civ. Eng.* 1–27. <https://doi.org/10.1080/19648189.2021.2009380>
- Daneshjoo, F., Gharighoran, A., 2006. Experimental investigation of damping in cracked concrete beams usable in bridges (beam-slab). Presented at the International Conference on Bridge Engineering, Hong Kong, China. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2997.2567>

- Demarie, G.V., Sabia, D., 2011. Non-linear damping and frequency identification in a progressively damaged R.C. element. *Exp. Mech.* 51, 229–245. <https://doi.org/10.1007/s11340-010-9360-4>
- Dunkerley, S., 1893. On the whirling and vibration of shafts. *Proc. R. Soc. Lond.* 54, 365–370.
- Heitz, T., Giry, C., Richard, B., Ragueneau, F., 2019. Identification of an equivalent viscous damping function depending on engineering demand parameters. *Eng. Struct.* 188, 637–649. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.058>
- Heitz, T., Le Maout, A., Richard, B., Giry, C., Ragueneau, F., 2018. Dissipations in reinforced concrete components: Static and dynamic experimental identification strategy. *Eng. Struct.* 163, 436–451. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.02.065>
- Jacobsen, L.S., 1960. Damping in composite structures. II WCEE Tokyo 1960.
- Karnovsky, I.A., Lebed, O.I., 2000. *Formulas for structural dynamics: tables, graphs, and solutions*, McGraw Hill Professional. McGraw Hill Professional.
- Low, K.H., 2000. A modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *Int. J. Mech. Sci.* 42, 1287–1305. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(99\)00049-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(99)00049-1)
- Puthanpurayil, A.M., Carr, A.J., Dhakal, R.P., 2018. Application of nonlocal elasticity continuum damping models in nonlinear dynamic analysis. *Bull. Earthq. Eng.* 16, 6269–6297. <https://doi.org/10.1007/s10518-018-0412-y>
- Puthanpurayil, A.M., Lavan, O., Carr, A.J., Dhakal, R.P., 2016. Elemental damping formulation: an alternative modelling of inherent damping in nonlinear dynamic analysis. *Bull. Earthq. Eng.* 14, 2405–2434. <https://doi.org/10.1007/s10518-016-9904-9>
- Rayleigh, J.W.S.B., 1896. *The theory of sound - Volume II*. Macmillan, New York, United States.
- Rayleigh, J.W.S.B., 1877. *The theory of sound - Volume I*. Macmillan, New York, United States.
- Richard, B., Ragueneau, F., 2013. Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and applications. *Eng. Fract. Mech.* 98, 383–406. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.11.013>
- Russell, D.M., 1997a. Error measures for comparing transient data: Part I: Development of a comprehensive error measure. Presented at the Proceedings of the 68th Shock and Vibration Symposium, SAVIAC, Arvonnia, VA, Hunt Valley, MD, pp. 175–184.
- Russell, D.M., 1997b. Error measures for comparing transient data: Part II: Error measures case study. Presented at the Proceedings of the 68th Shock and Vibration Symposium, SAVIAC, Arvonnia, VA, Hunt Valley, MD, pp. 185–198.
- Voltaire, F., 2019. Modélisation de l’amortissement dans les structures en béton armé sous séisme. Presented at the 10ème Colloque National AFPS 2019, Strasbourg, France.
- Wilson, E.L., Penzien, J., 1972. Evaluation of orthogonal damping matrices. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 4, 5–10. <https://doi.org/10.1002/nme.1620040103>