

Régularisation en compression d'un modèle de Mazars modifié

Martin DEBUISNE¹, Luc DAVENNE¹, Ludovic JASON²

1 Laboratoire Energétique Mécanique Electromagnétisme (LEME), UPL, Univ Paris Nanterre, F92410 Ville d'Avray, France

2 CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques, Université Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette 91191, France

RESUME Dans le cadre de la simulation du comportement mécanique des grandes structures en béton armé par éléments finis, la régularisation des paramètres de traction du modèle de comportement par la méthode de Hillerborg est aujourd'hui utilisée dans de nombreuses applications pour son caractère économique. Des limites peuvent néanmoins être constatées sur des structures dont le fonctionnement est principalement gouverné par l'écrasement du béton en compression. La définition d'une énergie de fissuration en compression est encore largement discutée dans la communauté scientifique, mais l'absence de régularisation en compression peut conduire à une forte dépendance de la réponse au maillage et à la perte d'objectivité. Cette contribution présente une nouvelle loi de comportement sur la base d'un critère de Mazars, intégrant à la fois une régularisation en traction et en compression, en modifiant la loi d'évolution de l'endommagement en compression. Son application sur des cas-tests représentatifs montre l'intérêt d'introduire une régularisation en compression pour réduire la dépendance de la solution numérique au maillage.

Mots-clefs Mazars, Endommagement, Régularisation, Compression, Éléments finis

I. INTRODUCTION

La dépendance au maillage est un thème récurrent en mécanique de l'endommagement. La perte d'objectivité se manifeste par une fragilité d'autant plus importante que le maillage est raffiné. Cet effet est dû à la localisation de l'endommagement, aboutissant dans les cas extrêmes à la simulation d'une rupture sans dissipation d'énergie. Parmi les méthodes de régularisation proposées dans la littérature, les modèles non-locaux intégraux (Pijaudier-Cabot, et al., 1991) ou à gradients (Rodríguez-Ferran, et al., 2011) sont relativement coûteux en calculs. Une solution plus économique et simple à implémenter a été proposée dans (Hillerborg, et al., 1976), et consiste en une dépendance des paramètres matériau à la taille caractéristique des éléments en fonction d'une énergie de fissuration mesurée expérimentalement. Le modèle de Mazars implémenté dans CAST3M permet d'appliquer cette solution en traction, car l'hypothèse est faite que la fissuration en traction est prépondérante par rapport à la fissuration en compression. Si c'est bien le cas dans les exemples les plus courants, il existe certaines situations où la rupture en compression peut également provoquer une dépendance au maillage. C'est par exemple le cas pour des poutres en béton armé, (Coleman & Spacone, 2001), des éprouvettes en compression (Desayi, 1977), et des essais pushout pour la caractérisation des propriétés de connecteurs en structures mixtes (Calixte, et al., 2022).

La première partie de ce travail discute quelques références expérimentales sur l'énergie de fissuration en compression. La deuxième partie présente le modèle de (Mazars, 1986) et ses modifications classiquement adoptées. Une troisième partie commente les modifications proposées par (Arruda, et al., 2022) pour la régularisation en compression. Les deux dernières parties illustrent la dépendance au maillage et l'intérêt de la régularisation au travers de deux cas d'étude : une éprouvette entaillée en compression (Desayi, 1977) et une poutre en flexion 3 points (Péra, 1973).

II. REGULARISATION EN COMPRESSION D'UN MODELE DE MAZARS MODIFIE

A. Energie de fissuration en compression

La définition de l'énergie de fissuration du béton en compression est largement discutée au sein de la communauté scientifique depuis les années 1970 (Kent & Park, 1971), (Nakamura & Higai, 2001), (Alfarah, et al., 2017). Sa mesure est complexe, car il faut s'assurer que le montage ne quantifie que l'énergie absorbée par la propagation des fissures. Des biais expérimentaux tels que la friction entre les surfaces des fissures ou une rupture des éprouvettes selon un mode différent peuvent ainsi modifier les résultats. De plus, plusieurs auteurs, par exemple (Lertsrisakulrat, et al., 2001), excluent la fin de la rupture en compression (partie où la contrainte retombe à 0) du calcul de l'énergie de fissuration, car ils considèrent que le mode de rupture y est mixte. Dans ce travail, l'énergie de fissuration est définie par l'intégrale du comportement contrainte-déformation en chargement uniaxial multipliée par la longueur caractéristique des éléments L_c (équation (1)).

$$G_f = L_c \int_0^{+\infty} \sigma \cdot \varepsilon d\varepsilon \quad [\text{N/m}] \quad (1)$$

En se fondant sur les travaux expérimentaux, des lois empiriques ont été proposées pour identifier l'énergie de fissuration en compression G_{fc} à partir des caractéristiques du matériau. L'équation (2) propose des exemples de lois empiriques, où f_c est la résistance en compression, f_t la résistance en traction et G_{ft} l'énergie de fissuration en traction.

$$\begin{aligned} G_{fc} &= 8,8\sqrt{f_c}, \text{ (Nakamura \& Higai, 2001)} & G_{fc} &= 250G_{ft}, \text{ (Alfarah, et al., 2017)} \\ \frac{G_{fc}}{L_c} &= 8,6(f_c)^{1/4}, \text{ (Lertsrisakulrat, et al., 2001)} & G_{fc} &= \left(\frac{f_c}{f_t}\right)^2 G_{ft}, \text{ (Oliver, 1989)} \end{aligned} \quad (2)$$

B. Présentation du modèle de Mazars classiquement modifié en traction

Le modèle de Mazars (Mazars, 1986) a été développé pour la simulation des matériaux adoucissants comme le béton. Le tenseur de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ est lié au tenseur de déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$ en dégradant le tenseur élastique d'ordre 4 $\underline{\underline{E}}$ par une variable d'endommagement isotrope d (équation (3)). Le calcul de d (variant de 0 pour le matériau sain à 1 pour une dégradation complète) repose sur la déformation équivalente exprimée en fonction des déformations principales $\varepsilon_{I,II,III}$ (équation (4)).

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - d)\underline{\underline{E}}\underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \sqrt{\langle \varepsilon_I \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_{II} \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_{III} \rangle_+^2} \quad ; \quad \langle x \rangle_+ = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4)$$

Pour décrire le comportement asymétrique en traction et en compression, deux lois d'endommagement en traction et en compression sont écrites en équation (5). Dans CAST3M, la loi

d'endommagement en traction d'origine est modifiée (voir Figure 1 à gauche) pour correspondre aux travaux de (Feenstra & De Borst, 1996), ce qui permet la régularisation énergétique en traction en fonction de l'énergie de fissuration en traction G_{ft} , de la contrainte maximale en traction f_t , du module de Young E et de la taille caractéristique des éléments L_c . Le paramètre ε_{d0} est le seuil d'endommagement initial (égal à f_t/E), le paramètre B_t est calculé pour obtenir l'énergie de fissuration en traction (équation (1)), et les paramètres A_c et B_c s'identifient à partir de la courbe expérimentale en compression. Au cours de l'histoire du chargement, la variable interne d est astreinte à ne pas diminuer, ainsi les décharges élastiques se font avec la matrice sécante.

L'endommagement total est la combinaison des endommagements de traction d_t et de compression d_c en équation (6). Les paramètres $\alpha_{t/c}$ décrivent la mixité du chargement (présence de traction, de compression ou de cisaillement) et permettent l'amélioration du comportement en cisaillement lorsque $\beta > 1$ (Pijaudier-Cabot, et al., 1991).

$$\forall \varepsilon_{\dot{\varepsilon}q} > \varepsilon_{d0}, \begin{cases} d_t = 1 - \frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q}} \exp(-B_t(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q} - \varepsilon_{d0})) & ; \quad B_t = \frac{f_t L_c}{G_{ft}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{d0} = \frac{f_t}{E} \\ d_c = 1 - \frac{(1 - A_c)\varepsilon_{d0}}{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q}} - A_c \exp(-B_c(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q} - \varepsilon_{d0})) \end{cases} \quad (5)$$

$$d = \alpha_t^\beta d_t + \alpha_c^\beta d_c \quad (6)$$

Pour se rapprocher des essais tels que ceux de (Kupfer, et al., 1969) montrant une augmentation de résistance en bi-compression, on introduit le facteur de réduction γ calculé avec les contraintes principales de compression $\sigma_{c,I/II/III}$ (équation (7)). Il retarde l'endommagement en réduisant la déformation équivalente en état de compression multiaxiale (Davenne, et al., 1989).

$$\gamma = -\frac{\sqrt{\sum_{l=1}^3 \sigma_{c,l}^2}}{\sum_{l=1}^3 \sigma_{c,l}} \leq 1 \quad ; \quad \varepsilon_{\dot{\varepsilon}q,new} = \gamma \times \sqrt{\sum_{l=1}^3 \langle \varepsilon_l \rangle_+^2} \quad (7)$$

Le modèle de Mazars tel qu'écrit en équation (5) est délicat à régulariser en compression, car il est requis que la contrainte maximale de compression soit égale à f_c , et que l'énergie de fissuration soit égale à G_{fc} . Cela mène à un système non linéaire de deux équations à deux inconnues (A_c et B_c) dépendant de la taille caractéristique des éléments L_c . On peut montrer que les solutions A_c et B_c tendent vers 0 pour les éléments très petits dont L_c approche 0, ce qui provoque une forte contrainte « résiduelle » pour des valeurs de déformation élevées, la modification du comportement contrainte-déformation pré-pic, et un pic de contrainte qui arrive tard.

C. Modifications apportées au modèle de Mazars pour la régularisation en compression

Les problématiques précédentes amènent à proposer de modifier la loi d'évolution de l'endommagement en compression (équation (9)). Cette loi s'appuie sur (Arruda, et al., 2022) en l'adaptant au modèle initial de Mazars. L'équation (9) introduit les paramètres de l'équation (8) :

$$\varepsilon_{c,\dot{\varepsilon}q} = \frac{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}q}}{\sqrt{2\nu}} \quad ; \quad k_1 = \frac{f_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}} \quad ; \quad k = \frac{1,05E\varepsilon_{c1}}{f_c} \quad ; \quad \varepsilon_{cu} = \frac{2G_{fc}}{L_c f_c} - (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{c1}) \quad (8)$$

$$\bar{\varepsilon}_c = \varepsilon_{c,\dot{\varepsilon}q} / \varepsilon_{c1} \quad ; \quad k_2 = f_c + k_1 \varepsilon_{c2}$$

Les caractéristiques matériau nécessaires pour le calcul de ce modèle sont : le module de Young E , le module de Poisson ν , la résistance en compression f_c , les paramètres de déformation

ε_{c1} et ε_{c2} , l'énergie de fissuration en compression G_{fc} et la longueur caractéristique de l'élément L_c . La nouvelle loi d'endommagement se décompose en trois parties : la première correspond au modèle non linéaire du Model Code 2010 (fib, 2012), la deuxième impose un plateau de contrainte de valeur f_c entre ε_{c1} et ε_{c2} , et la troisième est une descente droite jusqu'à une contrainte nulle en ε_{cu} . Les relations contrainte-déformation en traction et en compression uniaxiales sont représentées en Figure 1. Les valeurs données ici à ε_{c1} et ε_{c2} sont arbitraires pour permettre de mieux distinguer les trois parties du comportement, elles peuvent être confondues si l'on ne veut pas de plateau.

$$d_c = \begin{cases} 1 - \frac{(k\bar{\varepsilon}_c - \bar{\varepsilon}_c^2)}{1 + (k - 2)\bar{\varepsilon}_c} \frac{f_c}{E\varepsilon_{c,\acute{e}q}}, & \text{si } \varepsilon_{c,\acute{e}q} \leq \varepsilon_{c1} \\ 1 - \frac{f_c}{E\varepsilon_{c,\acute{e}q}}, & \text{si } \varepsilon_{c1} < \varepsilon_{c,\acute{e}q} \leq \varepsilon_{c2} \\ 1 + \frac{k_1}{E} - \frac{k_2}{E\varepsilon_{c,\acute{e}q}}, & \text{si } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_{c,\acute{e}q} \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (9)$$

Le seuil de non-linéarité en équation (5) est absent du modèle en compression de l'équation (9). On peut montrer que la rigidité initiale est égale à $1,05E$. Le Model Code 2010 (fib, 2012) considère que le module de Young est mesuré par la pente de la droite entre l'origine O et le point à $40\% \cdot f_c$ (ici, 14 MPa), en faisant l'hypothèse que le matériau n'y est plus linéaire. D'un point de vue numérique, une pente supérieure à E (courbe bleue à droite de la Figure 1) se traduirait par un endommagement négatif (courbe rouge, même figure), mais on peut introduire une sécurité en bornant l'endommagement entre 0 et 1 (courbe rouge en pointillés). Cela produit une petite zone élastique. La Figure 1 a été tracée avec $f_c = 35$ MPa, $E = 35$ GPa, $\nu = 0,2$, $\varepsilon_{c1} = 2,0 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{c2} = 5,0 \cdot 10^{-3}$ et $\varepsilon_{cu} = 9,0 \cdot 10^{-3}$, ce qui correspond à une énergie de fissuration en compression $G_{fc} = 17,5$ kN/m. L'énergie de fissuration en traction est $G_{ft} = 150$ N/m, et $f_t = 3,0$ MPa.

Pour valider l'implémentation du modèle sur un cas initial très simple, une étude paramétrique est réalisée par rapport à la taille d'un cube maillé avec un élément en compression (L_c est égale au côté du cube). La régularisation est adéquate lorsque l'énergie dissipée par l'élément ne dépend plus de L_c . Cela se traduit par un comportement post-pic identique en contrainte-déplacement. C'est le cas sur le graphe de droite en Figure 2 (les courbes y sont décalées pour qu'elle se superposent au pic). Les différences entre les redescentes proviennent du plateau dû au choix $\varepsilon_{c1} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ différent de $\varepsilon_{c2} = 2,3 \cdot 10^{-3}$. De plus, le comportement contrainte-déformation pré-pic (gauche de la Figure 2) n'est plus affecté par la régularisation car celle-ci n'agit que sur l'adoucissement post-pic, ce qui permet de lever des difficultés qui apparaissent lors de la simulation de structures plus compliquées.

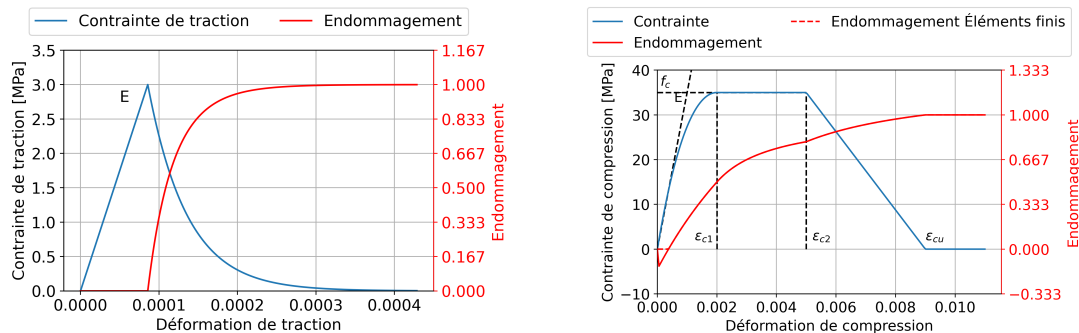


Figure 1 : Courbes contraintes-déformation en traction et compression uniaxiales

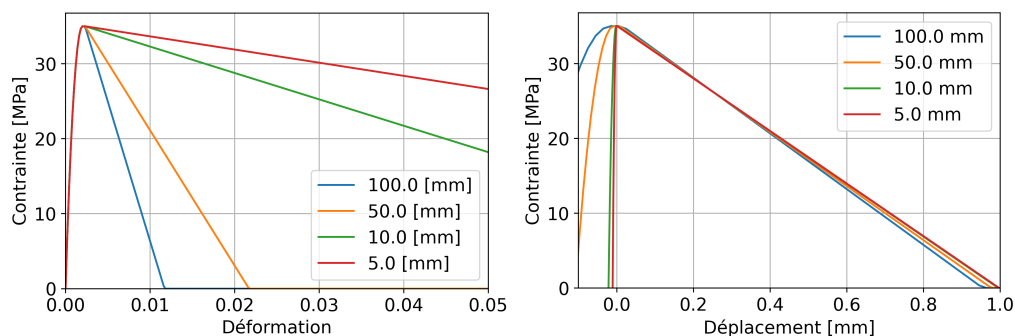


Figure 2 : comportements élémentaires de compression uniaxiale en contrainte-déformation et contrainte-déplacement pour plusieurs longueurs caractéristiques

D. Résultats sur éprouvette entaillée

La première étude porte sur les éprouvettes entaillées présentées par (Desayi, 1977). Les échantillons sont des parallélépipèdes rectangles à base carrée, faisant 30,48 cm (12 pouces) de haut, et 15,24 cm (6 pouces) de large. Une entaille traversante de longueur et d'angle variables est réalisée au milieu d'une des faces latérales de l'éprouvette à l'aide d'une plaque d'acier épaisse de 6,4 mm (0,25 pouces) plongée dans le béton lors de la prise. Les éprouvettes ont été fabriquées en deux fois trois groupes de 6 éprouvettes, pour varier le matériau (béton ordinaire et mortier) ainsi que l'angle de l'entaille (30°, 45° et 60°). Au sein d'un même groupe, deux éprouvettes sont destinées à mesurer la résistance en compression, et les quatre restantes ont une longueur d'entaille de 1,3 cm (~0,5 pouces), 2,5 cm (~1 pouce), 3,8 cm (~1,5 pouces) et 5,1 cm (~2 pouces). Selon le numéro du groupe, la résistance en compression varie entre 24,6 MPa et 28,1 MPa. Le chargement est une compression uniaxiale selon la hauteur des éprouvettes.

En complément de (Arruda, et al., 2022), une étude de dépendance au maillage est ici proposée avec le nouveau modèle. Quatre exemples des maillages 2D (grossiers et moyennement raffinés) utilisés sont disponibles en Figure 3. Les éléments utilisés sont des triangles à 3 nœuds. Les déplacements de la ligne inférieure sont bloqués dans le sens vertical pour modéliser l'appui, et le chargement est représenté par un déplacement imposé sur la ligne supérieure. Enfin, une condition supplémentaire sur le déplacement est nécessaire pour assurer la stabilité de l'éprouvette dans le sens horizontal. Les cas traités ici sont ceux pour lesquels les données expérimentales sont disponibles : les éprouvettes entaillées à 60° pour les courbes effort-déplacement et entaillées à 45° pour les faciès d'endommagement.

(Desayi, 1977) ne tracent que les courbes force-déformation du groupe PD4. Celui-ci correspond aux échantillons entaillés à 60°, en béton de résistance en compression moyenne 23,5 MPa. La déformation est mesurée sur le côté non entaillé par une jauge Demec de 20,3 cm (8 pouces). Le module de Young, la résistance en traction et l'énergie de fissuration en traction sont identifiés avec l'Eurocode 2 (CEN, 2005) en fonction de la résistance en compression. L'énergie de fissuration en compression est identifiée avec la relation empirique de l'équation (2), (Nakamura & Higai, 2001). Le coefficient de Poisson est choisi forfaitairement à 0,2. Des calculs régularisés et non régularisés sont présentés pour constater l'intérêt de la régularisation énergétique en compression. Le paramètre ε_{cu} des simulations non régularisées est fixé à $\varepsilon_{cu} = 1,2 \cdot 10^{-3}$.

La Figure 4 compare l'effort vertical appliqué sur l'éprouvette en fonction du déplacement, pour cinq raffinements de maillage, et une longueur d'entaille de 1,5 pouces. On observe initialement une bonne adéquation des courbes numériques avec la courbe expérimentale, jusqu'à ce que la dépendance au maillage des simulations non régularisées en compression provoque la rupture de l'éprouvette de plus en plus tôt dans le chargement à mesure qu'on affine le maillage. Les simulations régularisées se sont affranchies de la dépendance forte au maillage, mais elles font preuve d'un comportement presque élasto-plastique plus tard dans le chargement, alors qu'une rupture fragile est attendue. (Desayi, 1977) ne font pas mention du comportement après la dernière mesure, car celui-ci n'a pas été mesuré jusqu'à la rupture, donc l'interprétation des résultats du plateau doit être faite avec prudence, ne sachant pas pour quel déplacement les éprouvettes arrivent à rupture.

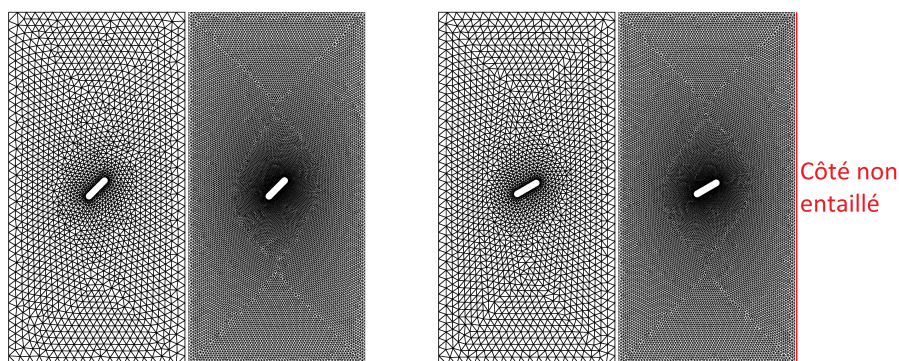


Figure 3 : maillages grossiers et fins de l'éprouvette entaillée à 45° (groupe de gauche) et 60° (à droite)

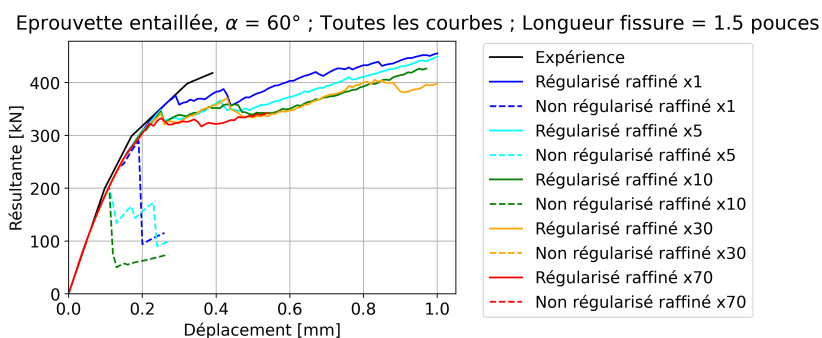


Figure 4 : efforts verticaux numériques et expérimental en fonction du déplacement imposé

Les cartes d'endommagement comparées aux résultats expérimentaux de (Desayi, 1977) sont disponibles en Figure 5 et Figure 6. Les résultats expérimentaux correspondent au groupe PD5 (éprouvettes en béton avec une fissure à 45°). A cause de la rupture à dissipation nulle, la fin de calcul des simulations non régularisées arrive d'autant plus prématurément que le maillage est raffiné (voir Figure 4), ce qui empêche d'obtenir les résultats au même instant pour toutes les simulations. Pour cette raison, les faciès d'endommagement des simulations non régularisées sont présentés au dernier instant convergé. Sur le groupe de gauche, on met en évidence la non-objectivité des résultats due au changement de mode de rupture. Pour les maillages les plus grossiers, la rupture est associée à des fissures verticales, ce qui est le mode de rupture attendu. Pour le maillage x10, les fissures deviennent horizontales, contrairement aux observations

expérimentales. Les maillages les plus fins induisent la perte de convergence avant même la propagation des fissures. Pour tous les raffinements de maillage des simulations régularisées, les résultats sont en accord avec le faciès expérimental (voir Figure 6). Bien que la dépendance au maillage des chemins de fissure ne soit pas entièrement résolue (ceux-ci sont plus ou moins recourbés), on peut constater une nette amélioration pour ce cas-test.

On remarque que le champ de paramètre ε_{cu} montre des déformations ultimes très fortes (de l'ordre de 1-20 m/m selon le raffinement des éléments). Une déformation supérieure à 1 en compression se traduit par un élément fini qui se retourne dans la configuration déformée. Si le solveur EF fait l'hypothèse des petites déformations, il calcule les matrices de rigidité dans la configuration non déformée (mais peut tenir compte de l'endommagement). Des déformations de l'ordre de la déformation ultime précédente n'introduisent donc pas de difficulté pour le solveur, à condition que celui-ci connaisse la relation contrainte-déformation jusqu'à de telles déformations. Cependant, de telles déformations ne sont tolérables que pour de petits éléments, et localement.

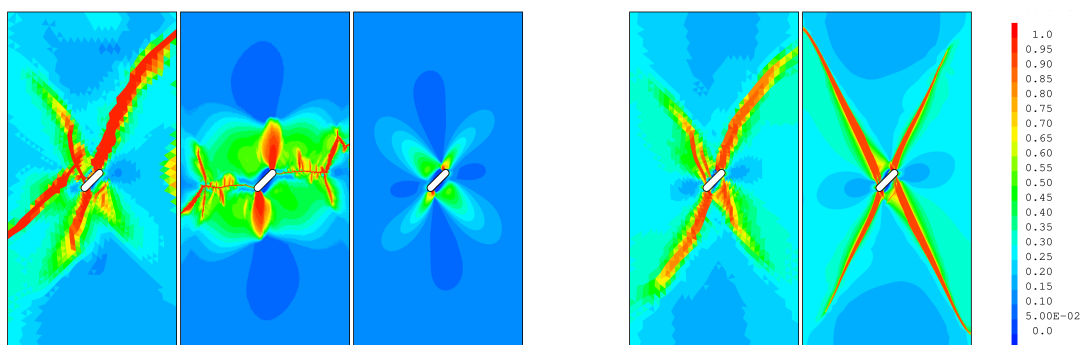


Figure 5 : Endommagement obtenu avec le modèle non régularisé (groupe de gauche ; maillages x1, x10, et x70 ; en fin de calcul) et régularisé (groupe de droite ; maillages x1 et x70 ; vers (0,3 mm, 400 kN))

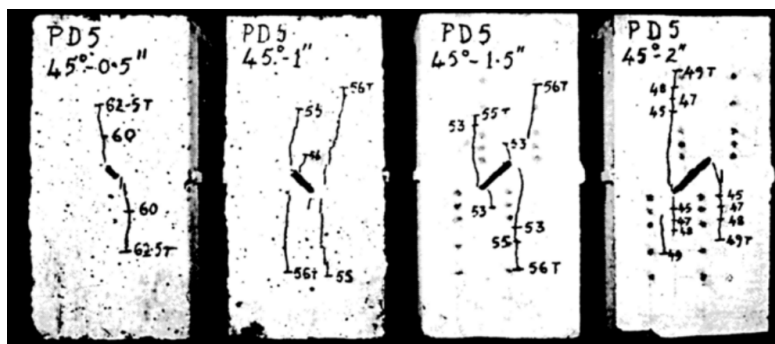


Figure 6 : profil de fissuration expérimental adapté de (Desayi, 1977)

Dans l'étendue du chargement, on n'observe pas de localisation suffisante de l'endommagement pour mener à une rupture globale (descente significative de l'effort). Cette absence de rupture n'est pas commentée dans (Arruda, et al., 2022). Les auteurs présentent une courbe qui suggère une amorce de rupture, mais ils ne semblent pas avoir poussé le chargement plus loin pour tenter de l'obtenir. Tant que le chargement est modéré (déplacement < 0.3 mm), la bande endommagée reste fine, mais elle s'élargit par la suite. On peut mettre en cause le comportement trop peu adoucissant lors de la descente, en particulier dans les éléments les plus fins, ainsi que l'amélioration en cisaillement (car les bandes endommagées ne sont pas verticales)

qui peut continuer à transmettre des contraintes malgré la présence de fissures. De plus, contrairement à la fissuration en traction, la propagation des fissures se fait dans le même sens que la contrainte de compression. Les éléments de part et d'autre de la fissure sont donc pas autant déchargés que dans le cas d'une fissure en traction, et continuent à transmettre les contraintes. En outre, dans le cas réel, il est probable que la rupture survienne lorsque les bielles de béton comprimé, séparées par les fissures verticales, se mettent à flamber. Les hypothèses du problème tel que posé ici ne peuvent pas permettre de modéliser ces phénomènes. Il peut donc être préférable d'utiliser la régularisation en compression avec des cas-tests qui « forcent » la localisation dans une zone limitée. Malgré ces limites, la diminution de la dépendance au maillage apportée par la régularisation en compression est bien réelle et est une amélioration non négligeable.

E. Poutre en flexion 3 points

Le second cas-test de validation vise à reproduire les résultats expérimentaux de (Péra, 1973) sur des poutres en flexion 3 points. La poutre étudiée est longue de 5 m, haute de 500 mm, et large de 200 mm. Les armatures longitudinales consistent en deux barres inférieures HA32 placées à 44 mm de hauteur et deux barres supérieures HA8 à une hauteur de 468 mm. Les armatures d'effort tranchant sont composées de cadres HA8 espacés de 100 mm. Le béton est ordinaire, ses paramètres sont rassemblés dans le TABLEAU 1.

A nouveau, il est proposé de faire une comparaison entre des simulations régularisées (RC) et non régularisées en compression (NRC). Les simulations NRC utilisent le modèle de Mazars modifié en traction de CAST3M (Feenstra & De Borst, 1996) et les simulations RC utilisent le modèle développé ici. Trois maillages à éléments quadratiques sont étudiés : un grossier, un fin (x1,5 dans chaque direction) et un extra-fin (x2). La Figure 8 permet d'apercevoir les maillages grossier et extra-fin au travers des profils d'endommagement. Le maillage représente un quart de poutre, avec deux symétries suivant la longueur et l'épaisseur. Un déplacement est imposé au travers d'une plaque de répartition de la charge sur la gauche du quart de poutre (voir Figure 8).

TABLEAU 1 : paramètres matériau de la poutre béton armé (Péra, 1973)

Béton	Module de Young E	Coefficient de Poisson ν	Contrainte maximale en traction f_t	Contrainte maximale en compression f_c	Energie de fissuration en traction G_{ft}	Energie de fissuration en compression G_{fc}
	37,27 GPa	0,2	3,9 MPa	38,3 MPa	110 J/m ²	54 000 J/m ²
Acier	Module de Young	Coefficient de Poisson	Limite élastique	Module d'écrouissage	X	X
	200 GPa	0,33	400 MPa	3,28 GPa	X	X

La Figure 7 présente l'effort appliqué sur la poutre entière pour les trois maillages. Régularisée ou non, la réponse simulée est plus rigide que celle du montage expérimental. Cela peut être dû à un écrasement local du béton sur les appuis pendant les essais. De même que pour l'éprouvette entaillée, les poutres NRC mettent en évidence la dépendance au maillage, car la rupture fragile survient de plus en plus tôt. Les maillages x1,5 et x1 ont une rupture pour un chargement similaire parce que la fissure change de forme. A l'inverse, la dépendance au maillage disparaît lorsque les

calculs sont régularisés en compression. La Figure 8 présente les faciès d'endommagement associés aux simulations précédentes. Les NRC (colonne de gauche) montrent une rupture en compression au niveau de la zone d'application de l'effort, mais la fissure se déplace lorsque le maillage est raffiné. A nouveau, la forme de l'endommagement des calculs RC reste similaire malgré le raffinement du maillage. On constate que le nombre de fissures en traction évolue quand le maillage est raffiné, ce qui reste cohérent car il n'est pas garanti que les fissures suivent le même chemin. Pour cette structure, c'est moins le cas en compression car la zone comprimée est plus restreinte.

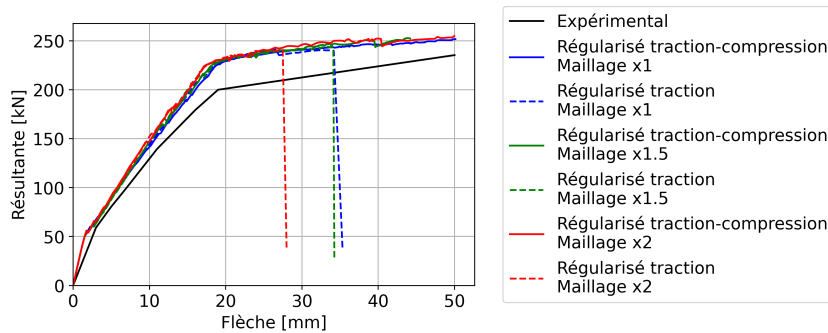


Figure 7 : Comparaison des comportements force-déplacement (vérin) des simulations RC et NRC

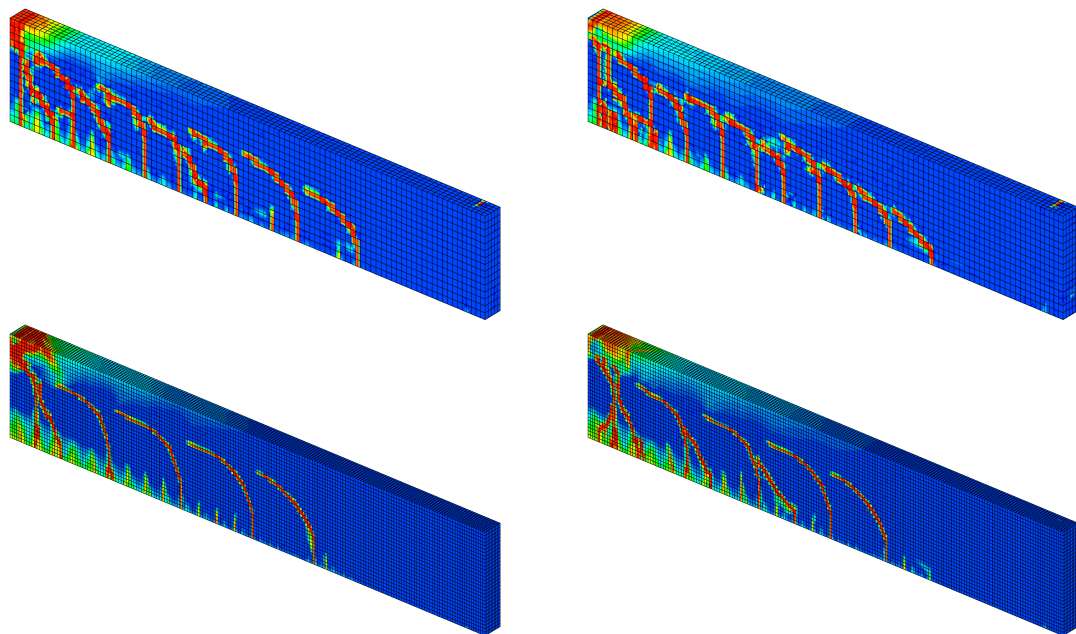


Figure 8 : Profils d'endommagement en fin de calcul pour le modèle non régularisé en compression (colonne de gauche) et le modèle régularisé en compression (colonne de droite)

III. CONCLUSION

Après une revue des auteurs ayant concouru à mettre en évidence l'existence d'une énergie de fissuration en compression, cette contribution a poursuivi le développement d'un nouveau modèle fondé sur le critère de Mazars, en modifiant la loi de compression pour permettre la régularisation énergétique en compression. Les résultats obtenus avec le nouveau modèle présentent une dépendance au maillage plus faible comparativement à la seule régularisation en traction. En outre,

la dépendance au maillage de la réponse structurelle (*i.e.* les efforts appliqués) est corrigée, mais une dépendance du profil de fissuration au maillage subsiste, bien que celle-ci soit réduite.

REFERENCES

- Alfarah, B., López-Almansa, F. & Oller, S., 2017. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. *Engineering Structures*, 132(1), pp. 70-86.
- Arruda, M., Pacheco, J., Castro, L. M. & Julio, E., 2022. A modified Mazars damage model with energy regularization. *Engineering Fracture mechanics*, 259(), p. .
- Calixte, R., Jason, L. & Davenne, L., 2022. Partial to full composite action in steel–concrete sandwich beams: development of a modeling strategy and comparison to standards. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, Volume 20, p. 1327–1342.
- CEN, 2005. *Eurocode 2 - Calcul des structures en béton, Partie 1-1*. Saint-Denis La Plaine: AFNOR.
- Coleman, J. & Spacone, E., 2001. Localization issues in force-based frame elements. *Journal of structural engineering*, November, 127(11), pp. 1257-1265.
- Davenne, L., Saouridis, C. & Piau, J., 1989. Un code de calcul pour la prévision du comportement de structures endommageables en béton, en béton armé, ou en béton de fibres. *Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics*, B267(478), pp. 137-156.
- Desayi, P., 1977. Fracture of concrete in compression. *Matériaux et constructions*, 10(57), pp. 139-144.
- Feenstra, P. H. & De Borst, R., 1996. A composite plasticity model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 33(5), pp. 707-730.
- fib, 2012. *Model Code 2010*. Bulletins 55, 56, 65 et 66 éd. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn.
- Hillerborg, A., Modéer, M. & Petersson, P.-E., 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6(6), pp. 773-781.
- Kent, D. C. & Park, R., 1971. Flexural members with confined concrete. *Journal of the structural division*, 97(ST7).
- Kupfer, H., Hilsdorf, H. K. & Rusch, H., 1969. Behavior of concrete under biaxial stresses. *Journal Proceedings*, 66(8), pp. 656-666.
- Lertsrisakulrat, T., Watanabe, K., Matsuo, M. & Niwa, J., 2001. Experimental study on parameters in localization of concrete subjected to compression. *Doboku Gakkai Ronbunshu*, 669(50), pp. 309-321.
- Mazars, J., 1986. A description of micro- and macroscale damage of concrete structures. *Engineering fracture mechanics*, 25(5-6), pp. 729-737.
- Nakamura, H. & Higai, T., 2001. Compressive fracture energy and fracture zone length of concrete. Dans: P. B. Shing & T. Tanabe, éd. *Modeling of Inelastic Behavior of Rc Structures Under Seismic Loads*. Takeda: ASCE, pp. 471-487.
- Oliver, J., 1989. A consistent characteristic length for smeared cracking models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 28(2), pp. 461-474.
- Péra, J., 1973. *Poutres hyperstatiques en béton armé : analyse théorique et expérimentale*. Thèse: INSA Lyon.
- Pijaudier-Cabot, G., Mazars, J. & Pulikowski, J., 1991. Steel-concrete bond analysis with nonlocal continuous damage. *Journal of Structural Engineering*, 117(3), pp. 862-882.
- Rodríguez-Ferran, A., Bennett, T., Askes, H. & Tamayo-Mas, E., 2011. A general framework for softening regularisation based on gradient elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 48(9), pp. 1382-1394.