

Evaluation d'indicateurs d'endommagement issus de mesures du comportement dynamique des structures pour la détection et la localisation de défauts

Mohamed TAHIRI¹, Julian RAEDERSDORFF², David CLAIR¹, Abdelhamid BOUCHAIR¹

¹ Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal, F-63000 Clermont-Ferrand, France.

² Université Clermont Auvergne, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal - CIDECO, F-63000 Clermont-Ferrand, France.

RESUME De nombreux indicateurs d'endommagement basés sur l'évolution des caractéristiques modales (pulsations propres et modes propres) ont été proposés dans la littérature au cours des 30 dernières années. Réalisé dans le cadre du projet CI3S (Chaîne Intelligente pour la Surveillance de la Santé Structurale), le travail présenté propose une analyse comparative de ces indicateurs et de leurs performances attendues en fonction du nombre de capteurs utilisé pour l'observation de la réponse dynamique, ce qui est un paramètre essentiel pour la mise en œuvre pratique de systèmes de surveillance sur des ouvrages réels. Cette démarche est illustrée par deux applications : une étude théorique et numérique dans le cas simple d'une poutre bi-appuyée soumise à différents scénarii d'endommagements et une application expérimentale sur une structure treillis de laboratoire.

Mots-clefs : Réponse dynamique, Monitoring des Structures, Indicateurs d'endommagement

I. INTRODUCTION

L'évaluation et le suivi de la santé structurale des ouvrages de Génie Civil sont des enjeux majeurs pour assurer la sécurité des ouvrages et la gestion de leur maintenance tout au long de leur exploitation. Dans ce contexte, l'évaluation dynamique des ouvrages (Crémona, 2003) est un domaine en plein essor. Ainsi, de nombreux indicateurs d'endommagement basés sur l'évolution des caractéristiques modales (pulsations propres, modes propres et amortissement modaux) ont été proposés dans la littérature au cours des 30 dernières années avec pour objectifs de satisfaire aux 4 niveaux de performance définis par Rytter (Rytter, 1993) à savoir : la détection, la localisation, la quantification de la sévérité du défaut et enfin la prédiction de l'état de santé. Une revue bibliographique résumant les principales méthodes et techniques développées dans le cas des ponts est présentée dans le travail de (Yn et al., 2019). En pratique, les pulsations propres, modes propres et amortissements modaux sont obtenus à partir d'une procédure d'identification modale utilisant une mesure de la réponse dynamique (déplacement, vitesse ou accélération) en certains points de la structure. Par conséquent, les caractéristiques modales utilisables sont incomplètes (pas plus de

4 modes en général) et les modes identifiés constituent une observation de taille réduite des modes réels de l'ouvrage limitée à la localisation des points de mesure. De plus les modes identifiés ne sont pas normés par rapport à la masse ce qui rend le plus souvent leur utilisation combinée impossible sans avoir recours à une étape de calcul supplémentaire. Il apparaît donc important d'évaluer les performances des indicateurs d'endommagement lorsqu'on dispose d'une information réduite du comportement dynamique afin d'établir une stratégie simple et facilement applicable dans la pratique. Dans cette perspective, nous faisons le choix de construire des indicateurs d'endommagement avec comme uniques données d'entrée le premier mode propre de flexion et la fréquence propre correspondante obtenus par une procédure d'identification modale puis d'étudier les performances de ces indicateurs en fonction de la densité du réseau de capteurs (uniformément répartis). La section II présente la formalisation générale du problème en insistant sur les relations et différences entre le modèle théorique de la structure et son modèle observé. Les indicateurs d'endommagements retenus et leurs formulations sont détaillés dans la section III. La section IV présente deux applications de la démarche proposée : un exemple académique concernant une poutre bi-appuyée modélisée par éléments finis, soumise à différents scénarii d'endommagement et dont la réponse dynamique est observée par un réseau de capteurs de dimension variable puis une application pratique relative à l'étude expérimentale d'une structure treillis tridimensionnelle de laboratoire équipée d'un réseau de 14 accéléromètres.

II. FORMALISATION DU PROBLEME

A. Modèle théorique

Afin de garder un cadre relativement général, on se place dans le cas classique où les structures étudiées peuvent être modélisées par un système mécanique discret faiblement amorti à N degrés de libertés dont la réponse dynamique temporelle (vecteur déplacement $X(t) \in \mathbb{R}^N$) est régie par l'équation différentielle du second ordre :

$$M\ddot{X}(t) + D\dot{X}(t) + KX(t) = f(t) \quad (1)$$

où les matrices de masse M , d'amortissement D et de raideur K appartiennent à $\mathbb{R}^{N \times N}$ et sont symétriques, positives pour D et K , définie positive pour M . Le vecteur $f(t) \in \mathbb{R}^N$ représente l'excitation appliquée à la structure.

On considère de plus que la matrice d'amortissement D vérifie la relation de Caughey, ce qui signifie que les modes propres de la structure amortie sont réels et identiques à ceux de la structure conservative associée. Les pulsations propres et les modes propres sont obtenus en résolvant le problème aux valeurs propres suivant :

$$(K - \omega_i^2 M)\psi_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

où $\omega_i \geq 0$ est la i -ème pulsation propre et ψ_i est le i -ème mode propre tel que $\psi_i^T M \psi_i = 1$ et $\psi_i^T K \psi_i = \omega_i^2$. On obtient facilement l'expression du facteur d'amortissement modal $\xi_i = \frac{\psi_i^T D \psi_i}{2\omega_i}$

B. Modèle observé

En pratique, les pulsations propres, modes propres et amortissements modaux sont obtenus à partir d'une procédure d'identification modale utilisant la mesure de la réponse dynamique (déplacement, vitesse ou accélération) en n points de la structure. Ainsi, l'observation $X_{obs}(t)$ est de dimension réduite ($n \leq N$) :

$$X_{obs}(t) = \Pi X(t) \quad (3)$$

où $X_{obs}(t) \in \mathbb{R}^n, n \leq N$ et $\Pi \in \mathbb{R}^{n \times N}$ est la matrice de projection définissant la dimension n de l'observation et la position des capteurs.

Partant de l'observation $X_{obs}(t)$, une procédure d'identification modale conduit à déterminer : les modes propres identifiés $\tilde{\phi}_i \in \mathbb{R}^n$, les pulsations propres identifiées $\tilde{\omega}_i$, les amortissements modaux $\tilde{\xi}_i$, pour $i = 1, \dots, m$ où $m < n \leq N$ est le nombre de modes identifiés. On dispose donc d'une information réduite sur le système : $\tilde{\phi}_i \approx \frac{\Pi \psi_i}{\|\Pi \psi_i\|}$, $\tilde{\omega}_i \approx \omega_i$, $\tilde{\xi}_i \approx \xi_i$, $i = 1, \dots, m$ pour construire les indicateurs d'endommagement. Les modes identifiés sont tels que $\|\tilde{\phi}_i\| = 1$ et ne sont donc pas une simple projection des modes ψ_i . En pratique il faut donc faire face à une double incomplétude associée au nombre de capteurs ($n \leq N$) et au nombre de modes propres identifiés ($m \leq n \leq N$). Concernant la dimension de l'observation, un palliatif possible est d'utiliser une méthode de réduction-expansion (Guyan, 1965), Improved Reduction System (IRS) (O' Callahan, 1989), System Equivalent Expansion Reduction Process (SEREP) (O' Callahan et al., 1989) nécessitant un modèle (éléments finis le plus souvent) de la structure et qui ajoute une étape de calcul engendrant des approximations numériques.

III. METHODOLOGIE

A. Indicateurs d'endommagement

Les indicateurs d'endommagement sont des fonctions construites à partir des grandeurs issues des procédures d'identification modales menées sur la structure saine ($\tilde{\omega}_i^s, \tilde{\xi}_i^s, \tilde{\phi}_i^s$) et sur la structure endommagée ($\tilde{\omega}_i^e, \tilde{\xi}_i^e, \tilde{\phi}_i^e$), $i = 1, \dots, m$. Le Modal Assurance Criterion (MAC) (Allemang 1982), encore parfois utilisé aujourd'hui, permet la comparaison globale d'un mode de la structure saine avec un mode de la structure endommagée. Il a été suivi de nombreuses variantes et évolutions (Allemang 2003). D'autres indicateurs, plus sensibles et permettant la détection et la localisation des défauts ont été proposés et testés. Leur principe est de calculer un indicateur vectoriel (une valeur par point de mesure) afin de localiser l'endommagement. Certains d'entre eux utilisent les dérivées première et/ou seconde des modes propres observés dont les composantes sont alors le plus souvent calculées par différences centrées ou grâce à des interpolations polynomiales.

Le Tableau 1 présente de manière synthétique les indicateurs d'endommagement de la littérature qui font l'objet de comparaisons dans la présente étude et leur formule simplifiée dans le cas où une seule valeur de l'indice modal i est utilisée. Par souci de concision, nous ne présentons que les indicateurs basés sur la courbure modale réputés performants pour la détection et la localisation des structures poutres : *SWDS* (Simplified Weighted Damage Shape), *CDF* (Curvature Damage Factor) (Abdel Wahab & De Roeck., 1999), *MCSM* (Modal Curvature Square Method) (Limongelli et al., 2021), *DI* (Damage Index) (Stubbs & Kim., 1994) et *MSDBDI* (Mode Shape Derivative Based Damage Identification) (Navabian et al., 2016). L'indicateur *SWDS* (Simplified Weighted Damage Shape) proposé dans ce travail est une évolution de l'indicateur *CDF* basée sur l'analyse du travail de J. Ciambella et F. Vestroni (Ciambella & Vestroni, 2016). Pour le mode i et le capteur j , il s'exprime sous la forme suivante :

$$SWDS_j = \left| \phi_{i,j}''^e - \phi_{i,j}''^s + \frac{(\omega_i^s - \omega_i^e)}{\omega_i^s} \phi_{i,j}''^s \right| = \left| \phi_{i,j}''^e - \frac{\omega_i^e}{\omega_i^s} \phi_{i,j}''^s \right| \quad (4)$$

Notons que d'autres indicateurs sont également à l'étude dans le cadre du projet CI3S (Chaine Intelligente pour la Surveillance de la Santé Structurale).

TABLEAU 1. Indicateurs d'endommagements retenus

Indicateur	Formule	Mode ϕ	Rotation ϕ'	Courbure ϕ''	Pulsation ω
CDF	$CDF_j = \phi''_j^s - \phi''_j^e $	-	-	✓	
MCSM	$MCSM_j = \phi''_j^{e2} - \phi''_j^{s2} $	-	-	✓	-
SWDS	$SWDS_j = \left \phi''_j^e - \frac{\omega_i^e}{\omega_i^s} \phi''_j^s \right $	-	-	✓	✓
DI	$DI_j = \frac{((\phi''_j^e)^2 + \sum_{j=1}^n (\phi''_j^e)^2) \sum_{j=1}^n (\phi''_j^s)^2}{((\phi''_j^s)^2 + \sum_{j=1}^n (\phi''_j^s)^2) \sum_{j=1}^n (\phi''_j^e)^2}$	-	-	✓	-
MSDBDI	$MSDBDI_j = \left \phi''_j^s - \phi''_j^e \alpha_{ij} - (\phi''_j^e - \phi''_j^s)^2 \times (\phi_{i,j}^e - \phi_{i,j}^s) \right \gamma_{ij}$ avec $\alpha_{ij} = (\phi_{i,j}^e)^2 - (\phi_{i,j}^s)^2$, $\gamma_{ij} = \phi''_j^e - \phi''_j^s $	✓	✓	✓	-

B. Stratégie retenue

Comme indiqué au paragraphe précédent, les modes observés représentent des projections des modes réels en un nombre de points d'observation limité. Il est donc important d'évaluer l'efficacité de ces indicateurs en tenant compte des grandeurs modales effectivement disponibles en pratique. L'apparition d'ondulations associée à l'apparition de défauts dans les indicateurs d'endommagement lors de l'utilisation de modes d'indices élevés est un problème identifié depuis longtemps dans la littérature. Tout d'abord imputées à des erreurs de calculs de courbure issus des formules numériques approchées, une étude récente (Ciambella & Vestroni, 2016) a montré que ces oscillations localisées en différents endroits de la structure sont une conséquence de l'apparition d'un défaut. Notre stratégie est d'évaluer le potentiel des indicateurs d'endommagement présentés dans le tableau 1 en les utilisant de la manière la plus simple possible c'est-à-dire sans recours à un modèle et sans procédure de type expansion-réduction. De plus afin d'éviter les problèmes d'oscillations de courbure, nous construisons ces indicateurs à partir des premières grandeurs modales identifiées sur la structure saine $(\tilde{\omega}_1^s, \tilde{\phi}_1^s)$ et sur la structure endommagée $(\tilde{\omega}_1^e, \tilde{\phi}_1^e)$.

IV. APPLICATIONS

A. Poutre bi-appuyée modélisée par éléments finis

La première application concerne une poutre isostatique (modèle d'Euler-Bernoulli) dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2. Le modèle aux éléments finis de la structure est composé de $n_E = 48$ éléments de poutre d'une longueur $l = L/n_E$. L'endommagement introduit est

modélisé par une réduction de la matrice de rigidité élémentaire telle $k^e = (1 - \alpha)k^s$, où α est le facteur de réduction compris entre 0 et 1, k^e est la matrice élémentaire endommagée et k^s est la matrice élémentaire saine. La Figure 2 illustre les localisations du défaut introduit sur la poutre dans les positions A, B et C. Dans l'exemple présenté, l'élément endommagé subit une réduction de rigidité élémentaire de 25% ($\alpha=0,25$).

Le défaut introduit affecte peu les caractéristiques modales de la poutre. Le tableau 3 indique, pour chaque scénario de défaut, le décalage des fréquences entre la structure saine et la structure endommagée. Notons également que les indicateurs $MAC(\phi_i^s, \phi_i^e) = \frac{|\phi_i^{sT} \phi_i^e|^2}{(\phi_i^{sT} \phi_i^s)(\phi_i^{eT} \phi_i^e)}$, $i = 1, \dots, 4$ sont tous supérieurs à 0,99.

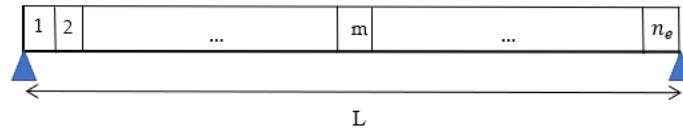


FIGURE 1. Modèle EF de la poutre isostatique d'Euler-Bernoulli.

TABLEAU 2. Caractéristiques de la poutre

Longueur	Masse volumique	Section droite	Module d'élasticité	Moment d'inertie
6m	$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	$S = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$	$I = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$

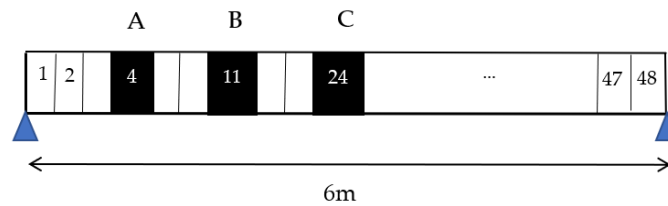


FIGURE 2. Positions du défaut Cas A, B et C.

TABLEAU 3. Variation des fréquences pour différents éléments endommagés

		$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$ (Hz)			
		f_1	f_2	f_3	f_4
Poutre saine		5.846	23.383	52.611	93.531
Poutre endommagée	Cas A	5.844 (0.034%)	23.351 (0.14%)	52.464 (0.28%)	93.125 (0.43%)
	Cas B	5.829 (0.29%)	23.229 (0.66%)	52.335 (0.52%)	93.436 (0.10%)
	Cas C	5.806 (0.68%)	23.382 (0.0043%)	52.258 (0.67%)	93.517 (0.015%)

La figure 3 présente les résultats obtenus avec une localisation du défaut au niveau de l'élément 11 (Cas B : entre $x_- = 1,25m$ et $x_+ = 1,375m$). Les cinq indicateurs retenus permettent de localiser facilement le défaut pour un nombre de 25 et 13 capteurs uniformément répartis sur la poutre. Dans le cas où le nombre de capteurs est réduit à 7, les indicateurs *MSDBDI* et *DI* se montrent beaucoup moins performants que *MCSM*, *CDF* et *SWDS*. Les résultats obtenus en faisant varier la localisation sont en accord avec ce résultat et permettent ainsi de conclure en faveur des indicateurs *SWDS* et *CDF* qui logiquement conduisent à des résultats comparables.

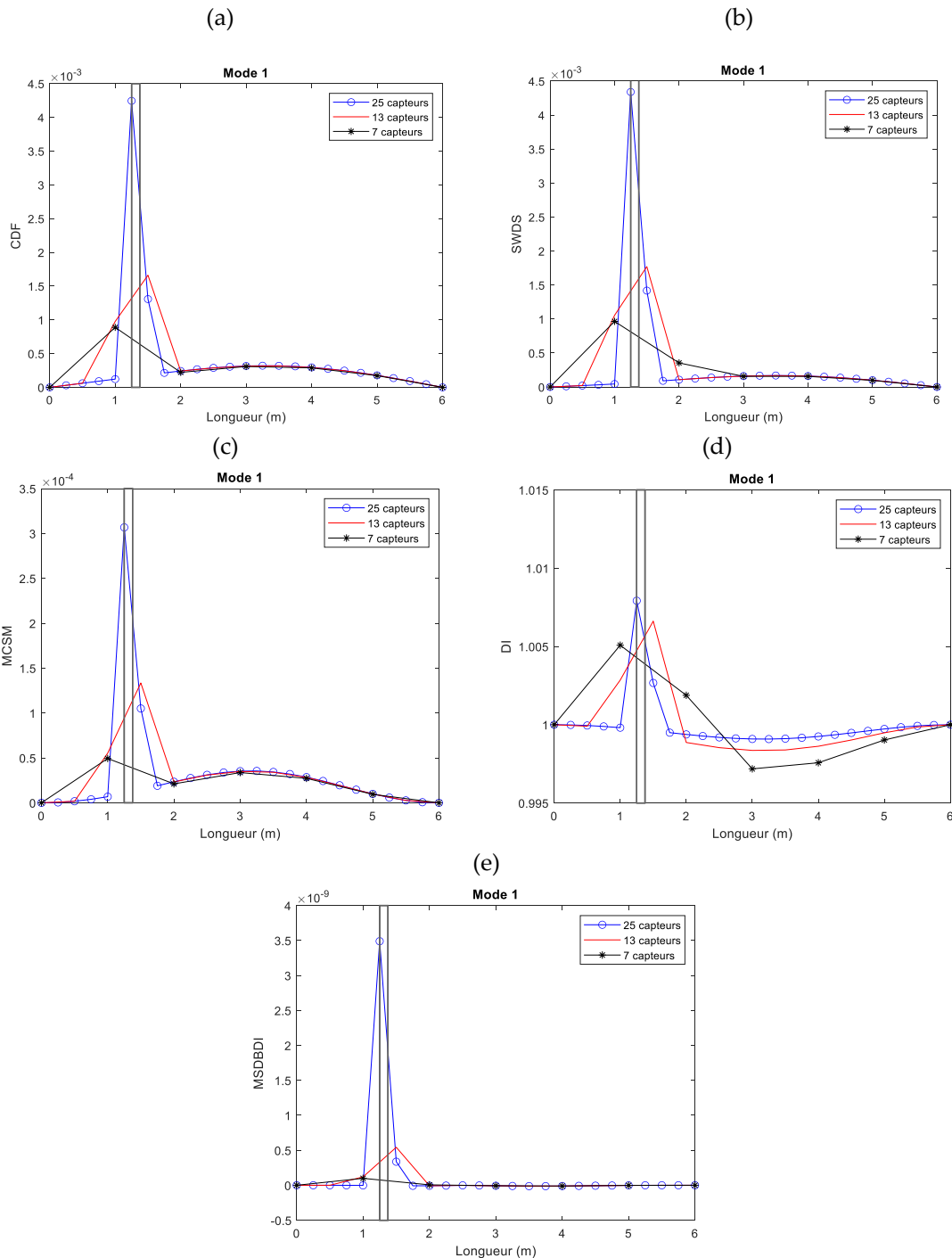


FIGURE 3. Indicateurs d'endommagements : (a) CDF, (b) SWDS, (c) MCSM, (d) DI, (e) MSBDBI.

B. Maquette treillis tridimensionnelle

Afin de tester les indicateurs sur des données issues de mesures expérimentales réelles, nous avons appliqué la même démarche dans le cas d'une structure treillis tridimensionnelle. Ce dispositif expérimental, développé dans le cadre du projet CI3S est une maquette de 6m de longueur formée par un assemblage de barres et de traverses sur ses parties supérieures et inférieures (fig. 4). Les traverses sont composées de section de plus fortes inerties et servent de support aux masses ajoutées. Les conditions aux limites sont données par 2 rotules et 2 appuis glissants. La mesure de la réponse dynamique temporelle de cette structure est réalisée grâce à un réseau de 14 accéléromètres positionnés sur sa partie inférieure (fig. 5). Ses caractéristiques modales sont déterminées par une procédure basée sur la méthode temporelle d'Ibrahim (Ibrahim & Mikulcik, 1978).



FIGURE 4. Maquette tridimensionnelle et zoom sur un capteur d'appui.

L'endommagement introduit consiste en une réduction de 35% de la rigidité longitudinale d'une barre oblique et en un passage d'un double encastrement à une double articulation. Les résultats présentés correspondent à un endommagement appliqué à une barre oblique dans la zone située entre les capteurs 5 et 6 sur la partie à droite de la structure (fig.5). L'endommagement introduit se traduit par de très faibles variations de la première fréquence propre ($f_1^s = 9,83 \text{ Hz}$, $f_1^e = 9,78 \text{ Hz}$) et du premier mode propre ($MAC(\phi_1^s, \phi_1^e) \geq 0,99$).

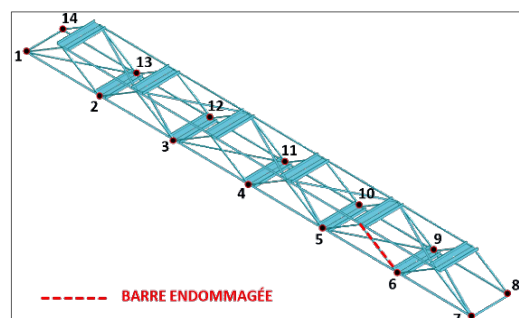


FIGURE 5. Représentation de la maquette : numérotation des capteurs.

Les figures 6 et 7 présentent les différents indicateurs d'endommagement construits à partir des caractéristiques modales identifiées sur la maquette saine puis endommagée. Sur ces figures, la localisation du défaut sur la partie de droite est symbolisée par un rectangle.

Les indicateurs *CDF*, *SWDS* et *MCSM* (fig. 6) permettent de localiser le défaut introduit malgré un nombre réduit de capteurs. Les indicateurs *MCSM* et *SWDS* mettent également en évidence un changement de comportement sur la partie gauche de la maquette, en face du défaut introduit. Les indicateurs *MSDBDI* et *DI* (fig. 7) se montrent moins performants, ce qui est en accord avec les résultats obtenus dans l'application précédente.

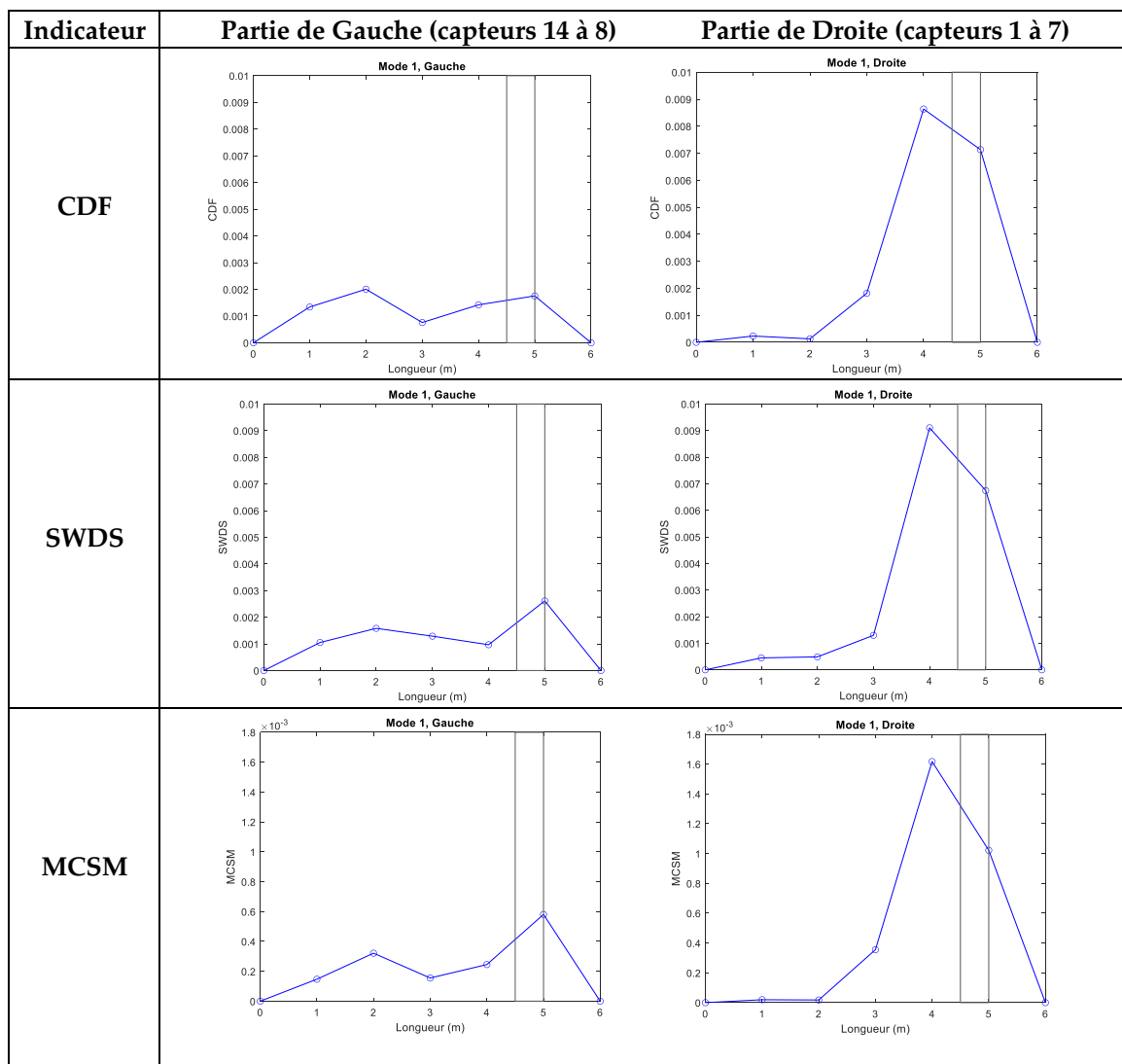


FIGURE 6. Indicateurs d'endommagements *CDF*, *SWDF* et *MCSM*.

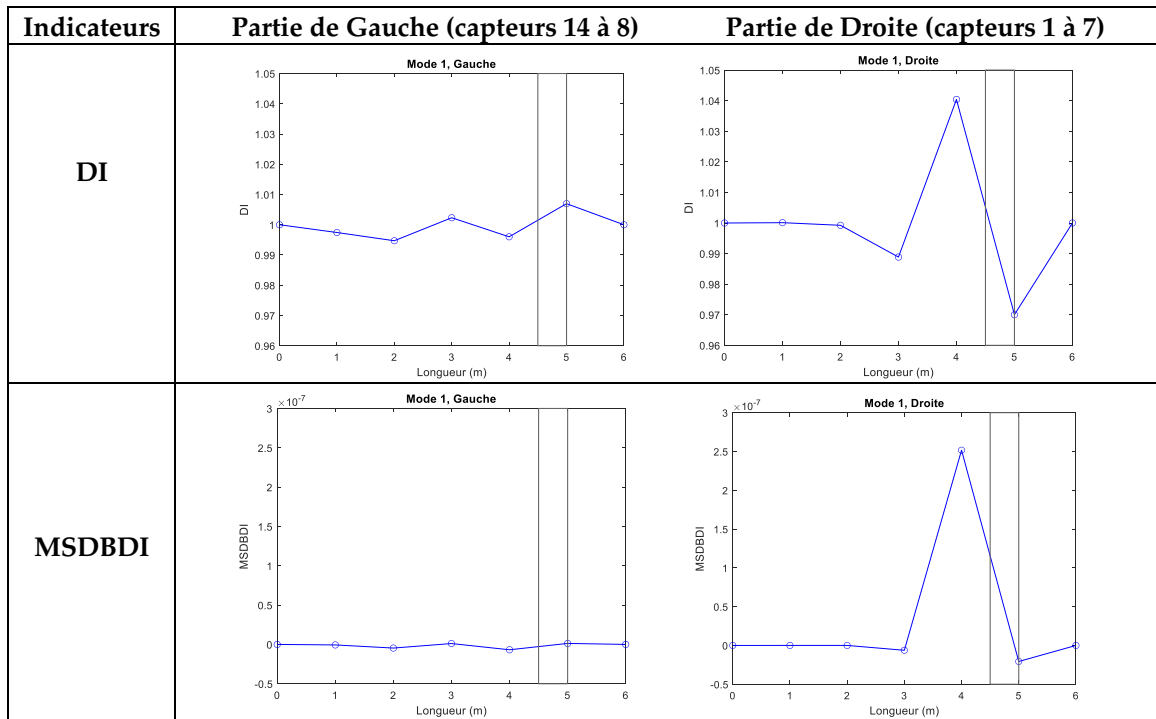


FIGURE 7. Indicateurs d'endommagements *DI* et *MSDBDI*.

V. CONCLUSION

Le travail présenté a permis d'évaluer la pertinence d'une stratégie simple de détection et de localisation de défauts basée sur la construction d'indicateurs d'endommagement à partir de la seule connaissance de la première pulsation propre et du premier mode propre identifiés sur la structure saine ($\tilde{\omega}_1^s, \tilde{\phi}_1^s$) et sur la structure endommagée ($\tilde{\omega}_1^e, \tilde{\phi}_1^e$). Cette démarche, illustrée par deux applications a montré une certaine efficacité, même avec un nombre réduit de capteurs. Utilisée seule, elle n'est toutefois que partiellement satisfaisante. Elle constitue en fait un des outils combinés dans une procédure plus élaborée de détection et de localisation des défauts développée dans le cadre du projet CI3S de l'appel à projets Ponts Connectés.

REMERCIEMENTS

Le projet CI3S a reçu une aide dans le cadre de l'appel à projets Ponts Connectés financé par l'État et porté par le Cerema qui vise à améliorer la gestion des ponts par l'emploi des techniques les plus récentes en matière d'instrumentation, de télécommunication, et de traitements des données. Les auteurs remercient le Cerema pour la bonne organisation de cet appel à projet et pour son implication scientifique dans le suivi des dossiers.

REFERENCES

- C. Cremona, (2003). L'apport de l'évaluation dynamique des structures. *Revue française de génie civil*. 7. 89-102. 10.1080/12795119.2003.9692450.
- A. Rytter. (1993). Vibrational based inspection of civil engineering structures, [Ph. D. Thesis]. Aalborg, Denmark: Department of building Technology and structural engineering. Aalborg university.
- Y. An, E. Chatzi, S.H. Sim, S. Laflamme, B. Blachowski, J. Ou. (2019). Recent progress and future trends on damage identification methods for bridge structures. *Structural Health Monitoring*, 26(10), e2416. <https://doi.org/10.1002/stc.2416>.
- J. Guyan, (1965). Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA*, 3.
- J. C. O' Callahan. (1989). A procedure for an improved reduced system (IRS) model, *Proc. 7. International Modal Analysis Conference, Las Vegas*.
- J. C. O' Callahan, P., Avitabile, R. Riemer (1989). System Equivalent Reduction Expansion Process (SEREP), *Proc. 7. International Modal Analysis Conference, Las Vegas*.
- R. J. Allemang. (1982). A correlation coefficient for modal vector analysis. In *Proceeding of the 1st International Modal Analysis Conference*, 110-116.
- Randall. (2003). The Modal Assurance Criterion (MAC): Twenty Years of Use and Abuse. *Journal of Sound and Vibration*. 37(8) : 14-23.
- A. K. Pandey, Biswas M, & Samman M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), 321-32. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90595-B](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90595-B).
- N. Stubbs, & J. T. Kim. (1994). Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm. *Texas A&M University Report prepared for New Mexico State University*.
- M. M. Abdel Wahab, & G. De Roeck. (1999). Damage detection in bridge using modal curvatures: application to real damage scenario. *Journal of Sound and Vibration*, 226(2), 217-235. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2295>.
- N. Navabian, M. Bozorgnasab, R. Taghipour, O. Yazdanpanah. (2016). Damage identification in plate-structure using mode-shape derivatives. *Archive of Applied Mechanics*, 86, 819-830. <https://doi.org/10.1007/s00419-015-1064-x>.
- J. Ciambella, F. Vestroni. (2015) The use of modal curvatures for damage localization in beam-type structures, *Journal of Sound and Vibration*, 340,126-137. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.11.037>.
- M. P. Limongelli, E. Manoach, S. Quqa, P. F. Giordano, B. Bhowmik, V. Pakrashi, A. Cigada. (2021). Chapter 6, *Structural Health Monitoring Damage Detection Systems for Aerospace*. Springer Aerospace Technology.