

# Application de la méthode de condensation statique adaptative sur la maquette VERCORS

Ali MEZHER<sup>&, †</sup>

<sup>&</sup> Université Paris-Saclay, CEA, Service d'Études Mécaniques et Thermiques, 91191, Gif-sur-Yvette, France

<sup>†</sup> LEME, UPL, Université Paris Nanterre, 92410 Ville d'Avray, France

**RESUME** Afin d'évaluer le phénomène de fissuration dans les grandes structures en béton armé et précontraint, une simulation prédictive de l'endommagement du béton avec un maillage fin et une loi non linéaire est nécessaire. Du fait du coût de calcul, une telle modélisation n'est pas applicable à l'échelle de la structure complète. Pour résoudre cette difficulté, une méthode appelée condensation statique adaptative basée sur la condensation statique (Guyan, 1965), initialement proposée dans (Llau *et al.*, 2015) puis développée dans (Mezher *et al.*, 2022a) et (Mezher *et al.*, 2022b), qui concentre l'effort de calcul sur la zone endommagée, a été proposée. Dans cette contribution, l'applicabilité et l'efficacité de cette méthode sont montrées sur la maquette à l'échelle 1/3 d'une enceinte de confinement (Vercors). Elle a permis d'atteindre des niveaux de simulations inaccessibles en calcul complet tout en utilisant un modèle d'endommagement non local pour le béton.

**Mots-clefs** Fissure, endommagement, condensation statique, grandes structures, béton armé.

## I. INTRODUCTION

Dans cette contribution, la fissuration du béton dans les structures en béton armé et précontraint est étudié. Elle est considérée comme un phénomène localisé nécessitant une loi de comportement non linéaire avec un maillage fin pour permettre une bonne représentativité. Réaliser ce type de simulation sur une structure de grandes dimensions est un défi industriel en raison du coût de calcul. Une des solutions les plus courantes est la méthode de décomposition de domaine. C'est une technique de résolution mature pour calculer la solution de grands systèmes sur des ordinateurs parallèles (Farhat and Roux, 1991). Elle permet de répartir le calcul sur plusieurs processeurs et induit un gain significatif en temps de calcul. Néanmoins, ces méthodes rencontrent des difficultés lorsqu'elles sont appliquées à des structures complexes et/ou constituées de matériaux très différentes (béton armé/précontraint par exemple). Une autre solution est le Raffinement Adaptative de Maillage (AMR) qui consiste à adapter localement et en fonction du temps la discrétisation. Elle a été introduite pour la première fois dans (Berger and Olinger, 1984) pour résoudre des équations aux dérivées partielles hyperboliques. Son avantage réside principalement dans ses performances en termes de mémoire et de temps CPU. Cependant, avec l'AMR, la structure entière est modélisée ce qui n'est pas optimal lorsque la zone d'intérêt occupe seulement une petite partie de la structure. Concernant la fissuration dans les structures en béton armé, une méthode dite « Condensation Statique Adaptative (ASC) » a été développée ( (Llau *et al.*, 2015), (Mezher *et al.*, 2022b)). L'ASC est une méthode de résolution de grandes structures à comportement non linéaire et à endommagement localisé. C'est une méthode exacte basée sur le principe de la

condensation statique (Guyan, 1965). Elle a été testée sur plusieurs structures en béton, béton armé et béton précontraint et montre un intérêt dans le cas d'endommagements localisés. Dans cet article, l'ASC est testée sur une maquette d'enceinte de confinement à l'échelle 1/3 : Vercors. Après présentation des différentes étapes de l'algorithme, l'application de l'ASC sur Vercors est présentée.

## II. Condensation Statique Adaptative

Les étapes de l'algorithme de l'ASC sont présentées sur la Figure 1. Sur cette figure,  $N$  représente le numéro du pas courant de calcul,  $i$  est un entier et  $p$  est le nombre de pas entre 2 vérifications de l'évolution potentielle du Domaine d'Intérêt (DI). Cet algorithme a été implémenté dans le logiciel Cast3m ('cast3m', 2022). La Figure 2.a illustre les étapes de la méthode sur une poutre simple.

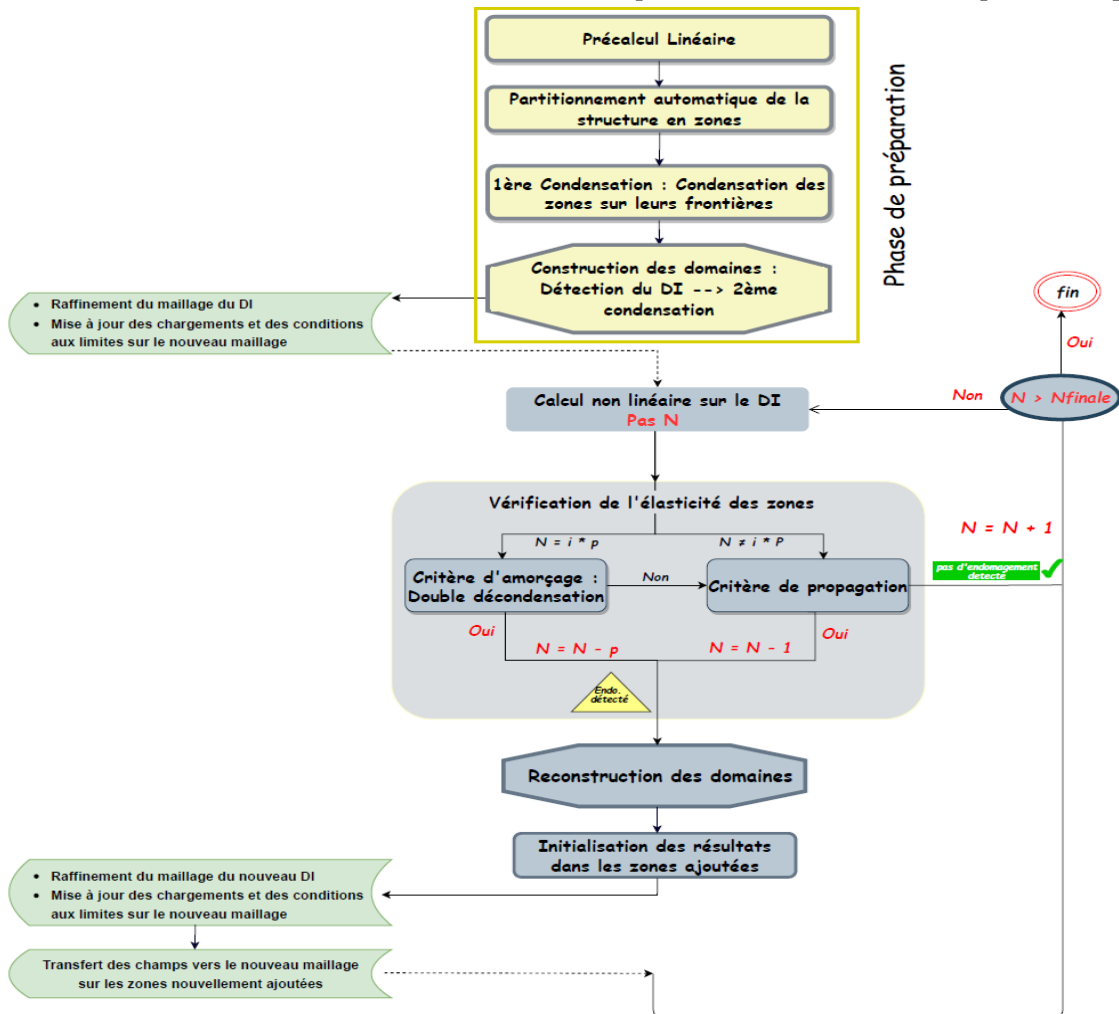


Figure 1 : Algorithme de la méthode ASC (en jaune: la phase de préparation, en gris: les étapes de calcul non linéaire, en vert: les étapes supplémentaires en cas de raffinement du maillage du DI)

### 1. Phase de préparation

Tout d'abord, un pré-calcul linéaire sur toute la structure est effectué afin de calculer la déformation élastique. La déformation équivalente de Mazars (Mazars, 1986) est choisie:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2} \quad (1)$$

avec  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  les valeurs principales positives de la déformation. La structure est ensuite partitionnée en zones. Cela est réalisé par une procédure automatique basée sur la distribution de  $\varepsilon_{eq}$ , adaptée à l'ASC et prend en compte l'initiation et la propagation de fissure (développée dans (Mezher *et al.*, 2022b)). Pour l'exemple, la poutre est partitionnée en 16 zones équivalentes sur la Figure 2.b. Ensuite, au cours d'une « 1<sup>ère</sup> condensation » (Figure 2.c), chaque zone est condensée et remplacée par des conditions aux limites équivalentes sur ses frontières en utilisant la condensation statique. Les matrices condensées sont conservées pour ne faire qu'une fois le calcul. Les zones ayant les plus grandes déformations élastiques forment le DI initial (Figure 2.d). La « 2<sup>ème</sup> condensation » (Figure 2.d) permet de remplacer les autres zones par des conditions aux limites au bord du DI. Toutes les étapes de la phase de préparation sont réalisées sur le maillage initial.

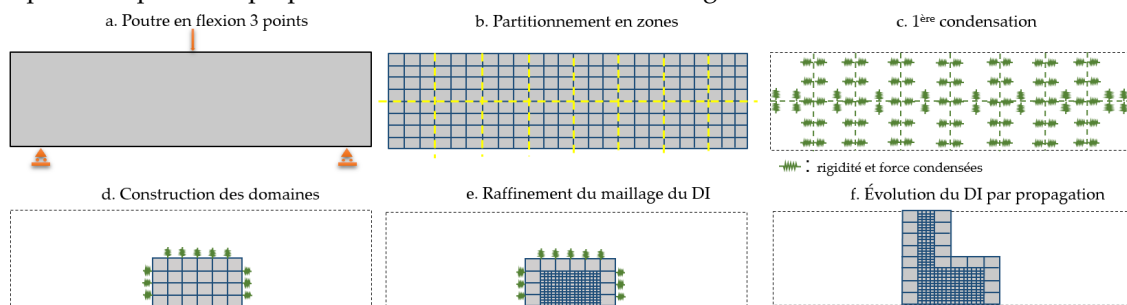


Figure 2 : Illustration des étapes de l'ASC sur la poutre simple en flexion

## 2. Raffinement de maillage du DI

L'idée générale est de fixer d'abord une finesse de maillage cible choisie en fonction de considérations de modèle ou de représentativité. Si le maillage initial ne satisfait pas le critère de finesse, il est considéré comme "grossier" (Mezher *et al.*, 2022a). Dans ce cas, le maillage du DI est raffiné à l'aide d'une méthode hiérarchique en subdivisant ses éléments jusqu'à atteindre la finesse cible (Zienkiewicz, Taylor and Zhu, 1983). Afin de conserver la performance liée à la double condensation, la discrétisation de la frontière du DI reste identique : le raffinement n'est effectué qu'à l'intérieur du DI (voir Figure 2.e,f). Le raffinement introduit des nœuds non-conformes. Les relations de conformité sont imposées via des multiplicateurs de Lagrange comme les conditions aux limites de Dirichlet (Verpeaux and Charras, 2011). Enfin, après raffinement, les chargements et conditions aux limites sont mis à jour sur le nouveau maillage si nécessaire (e.g. poids propre réparti sur tous les nœuds).

## 3. Phase de calcul

Le calcul non linéaire est effectué sur le DI raffiné uniquement en utilisant la rigidité des zones condensées comme conditions aux limites supplémentaires. Ce calcul est équivalent au calcul sans condensation tant que le domaine condensé reste élastique. Cela est vérifiée en utilisant un critère de propagation et un critère d'amorçage. Le premier détecte, à chaque pas de temps, si l'endommagement se rapproche de la frontière du DI en définissant des bandes de propagation

définies sur une largeur  $L$  autour de la frontière du DI, signe d'une potentielle propagation vers les zones condensées voisines. Si une technique de régularisation d'endommagement est utilisée, cette bande est choisie de manière à assurer l'exactitude du calcul. Le second vérifie l'apparition d'endommagement dans une zone condensée. Pour cela, nous reconstruisons le champ de déplacement sur toute la structure par décondensation et testons ensuite si la limite élastique est dépassée dans une zone condensée. Dans ce cas, cette zone est incluse dans le nouveau DI. En raison du coût de la « décondensation », ce critère n'est vérifié qu'après chaque  $p$  pas de chargement. En cas d'évolution du DI, la double condensation permet de ne pas condenser à nouveau toute la structure mais seulement les frontières des zones. Si le DI est modifié, des pas de chargement doivent être recalculés pour assurer la représentativité de la simulation. Dans ce cas, des champs doivent être projetés sur le maillage raffiné des zones nouvellement ajoutées au DI.

### III. Application de l'ASC sur la maquette VERCORS

#### 1. Description et modélisation de la maquette

EDF a lancé en 2013 la construction de Vercors, une maquette à échelle 1/3 d'une enceinte de confinement de type double paroi en béton armé et précontraint. La maquette présente la même géométrie qu'une enceinte réelle. Dans cette partie, l'ASC est appliquée à l'enceinte interne de Vercors. Les éléments géométriques de l'enceinte interne sont donnés sur la Figure 3.

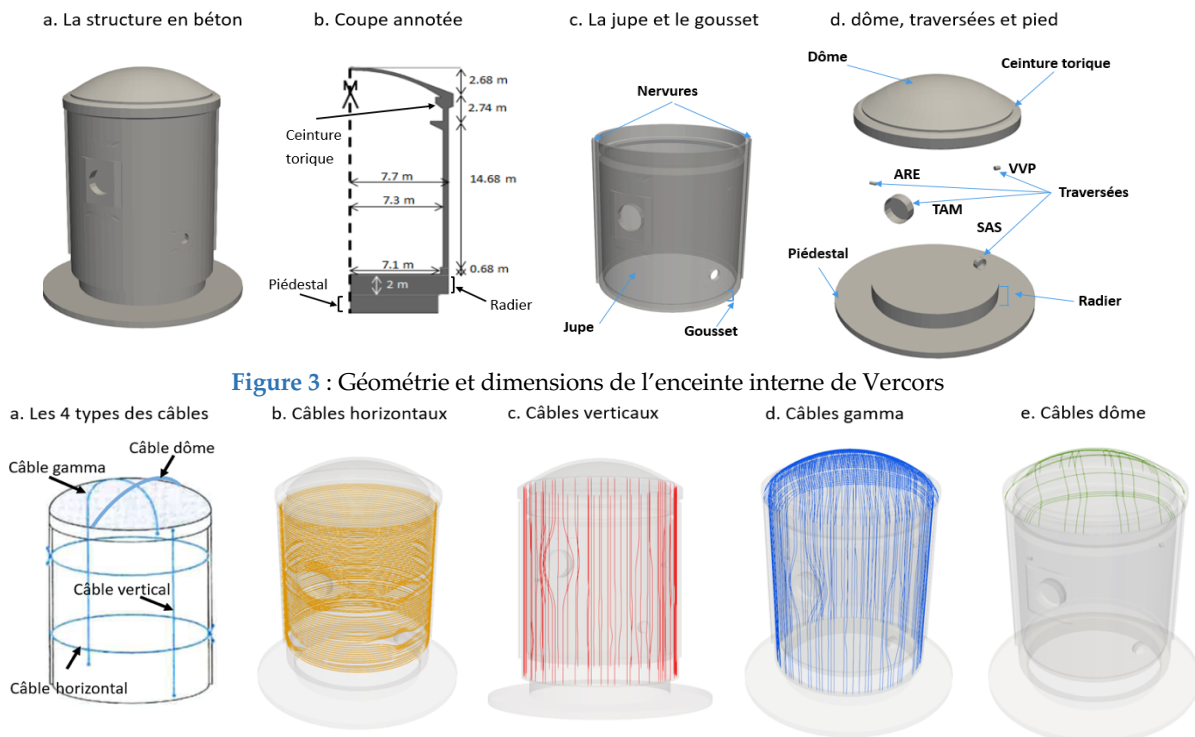


Figure 3 : Géométrie et dimensions de l'enceinte interne de Vercors

Figure 4: Câbles précontraints – Vercors

L'enceinte est mise en précontrainte à l'aide de 295 câbles de 4 types différents (Figure 4). Dans le maillage, le béton est représenté par des éléments hexaédriques linéaires à 8 nœuds et les câbles par des éléments barres linéaires à 2 nœuds. Les renforts passifs ne sont pas représentés. Différentes finesses sont disponibles (Figure 5) : du maillage grossier (40 000 hexaèdres, mailles entre 100 et 7,5 cm) jusqu'au maillage ultra fin (17 500 000 hexaèdres, mailles entre 13 et 1 cm). Pour éviter une localisation forte de la dégradation mécanique dans les lieux d'ancrage des câbles de précontrainte (nervures, gousset et ceinture torique), les éléments correspondants restent élastiques. Le béton du dôme est également considéré élastique ici car nous ne nous intéressons qu'à la jupe, au radier et au piédestal qui sont modélisés à l'aide du modèle d'endommagement de Mazars. Tous les paramètres matériaux utilisés sont donnés dans (Niepceon *et al.*, 2021). La principale condition aux limites correspond à l'encastrement de la surface inférieure du radier. Une adhérence parfaite est considérée entre le béton et les câbles. L'effet du jeune âge n'est pas pris en compte : les contraintes et déformations initiales avant précontrainte sont nulles car l'ASC n'est pas encore adaptée à ce type de chargement. Tous les calculs sont effectués sur des nœud de calcul identiques, disposant de 48 cœurs avec une mémoire de 256 Go.

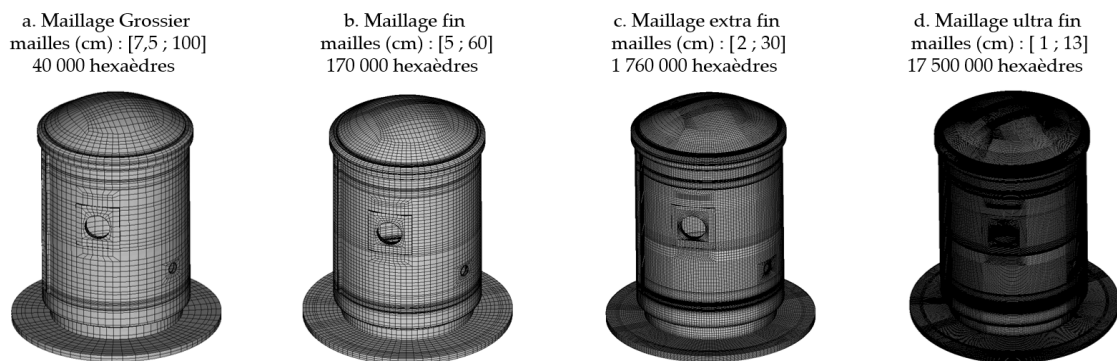


Figure 5: les différents maillages de Vercors

## 2. Applicabilité de l'ASC sur Vercors

Pour ce premier test visant à tester l'applicabilité de l'ASC sur Vercors, les calculs sont effectués sur le maillage grossier. L'instant de fin du coulage du béton est considéré comme  $t_0 = 0$ . Le premier chargement considéré est la précontrainte simultanée de chacun des câbles par ses deux extrémités avec une force  $F_0 = 826$  kN à  $t_1 = 85$  jours. Les déformations différées (fluage et retrait) sont ensuite considérées. Afin d'évaluer leur effet sur la perte de précontrainte et sur la réponse de la structure, deux instants correspondant au programme expérimental de visites sur Vercors sont considérés :  $t_2 = 191$  jours (la première visite VO1) et  $t_3 = 2528$  jours (dernière visite VD6). Le dernier chargement considéré est une mise en pression de la surface interne jusqu'à 5,2 bars au lieu de 4,2 bars expérimentalement pour observer de l'endommagement. Deux scénarios sont donc considérés : un premier (VO1) en considérant le fluage et le retrait entre  $t_1 = 85$  jours et  $t_2 = 191$  jours suivi de la pression et un second (VD6) en considérant le fluage et le retrait entre  $t_1 = 85$  jours et  $t_3 = 2528$  jours puis suivi de pression. Pour chaque scénario, deux calculs sont effectués: un calcul de référence complet et un calcul ASC.

Nous nous intéressons en particulier au câble horizontal illustré sur la Figure 6.a. Ce câble traverse le DI à deux endroits (Figure 6.b). Sur la Figure 6.c, plusieurs profils de tension sont tracés : en gris considérant uniquement les pertes instantanées, en orange pointillé considérant le fluage et le retrait jusqu'à 191 jours (VO1), en orange plein considérant le fluage et le retrait jusqu'à 2528 jours (VD6) et en noir le profil résultant du calcul ASC à VD6 au niveau du DI. Ces résultats montrent que la perte de précontrainte due au fluage et au retrait est importante. La perte est d'environ 20% pour le câble horizontal à 2528 jours contre 5% à 191 jours. Cela se traduit par un endommagement important à VD6 ainsi que l'apparition d'endommagement dans de nouvelles zones comme le montre la Figure 7. Il est à noter que les résultats du calcul ASC et le calcul complet sont similaires à tout instant. Ceci permet de valider la méthode et son applicabilité sur cette structure industrielle.

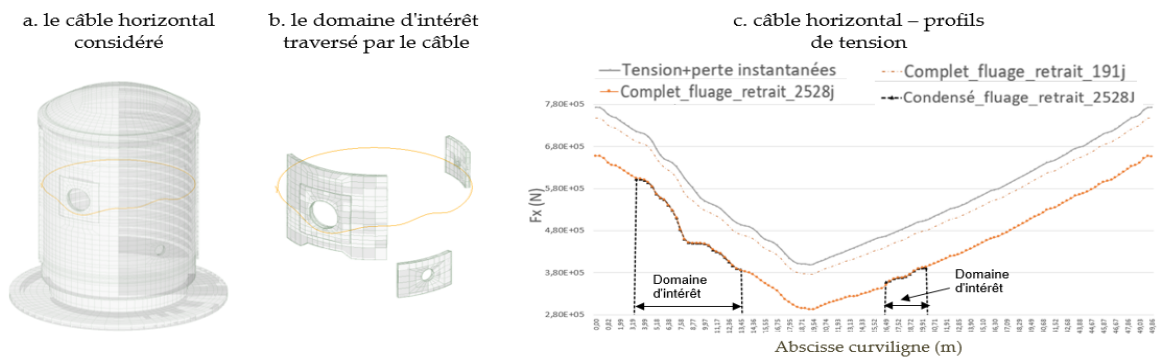


Figure 6 : profils de tension sur un câble horizontal traversant le domaine d'intérêt

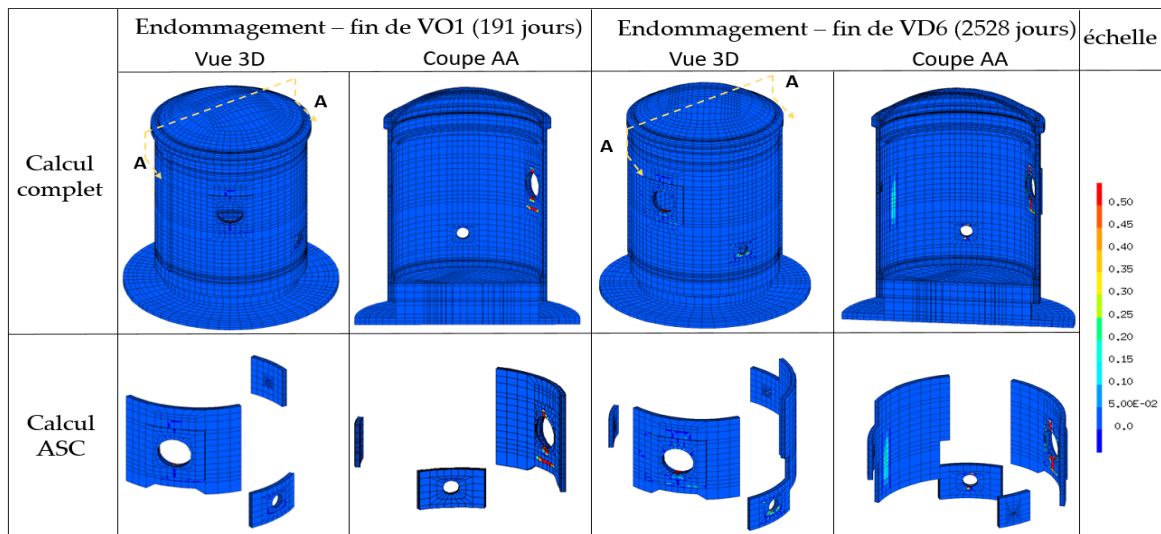


Figure 7 : Endommagement à la fin de VO1 et VD6 à 5,2 bars - calcul complet et calcul ASC

### 3. Performance de calcul

Le deuxième objectif est de tester les performances de l'ASC sur Vercors. Pour cela, le scénario considéré consiste en une mise en précontrainte suivie d'une pression jusqu'à 5,2 bars. Quatre comparaisons sont effectuées pour 4 finesses de maillage entre un calcul complet et un calcul ASC en partant du maillage grossier et raffinant le DI jusqu'à la finesse du calcul complet. Notons qu'avec le raffinement hiérarchique utilisée, la finesse obtenue est proche (inférieure) mais pas

exactement la même que le maillage complet. Avec un modèle d'endommagement local, cela peut induire une légère différence dans les résultats. Les trois premiers tests utilisent un modèle d'endommagement local alors que le quatrième utilise un modèle non local intégral avec une longueur caractéristique  $L_c = 8$  cm (Pijaudier-Cabot and Bazant, 1987) car la taille de l'élément est suffisamment fine.

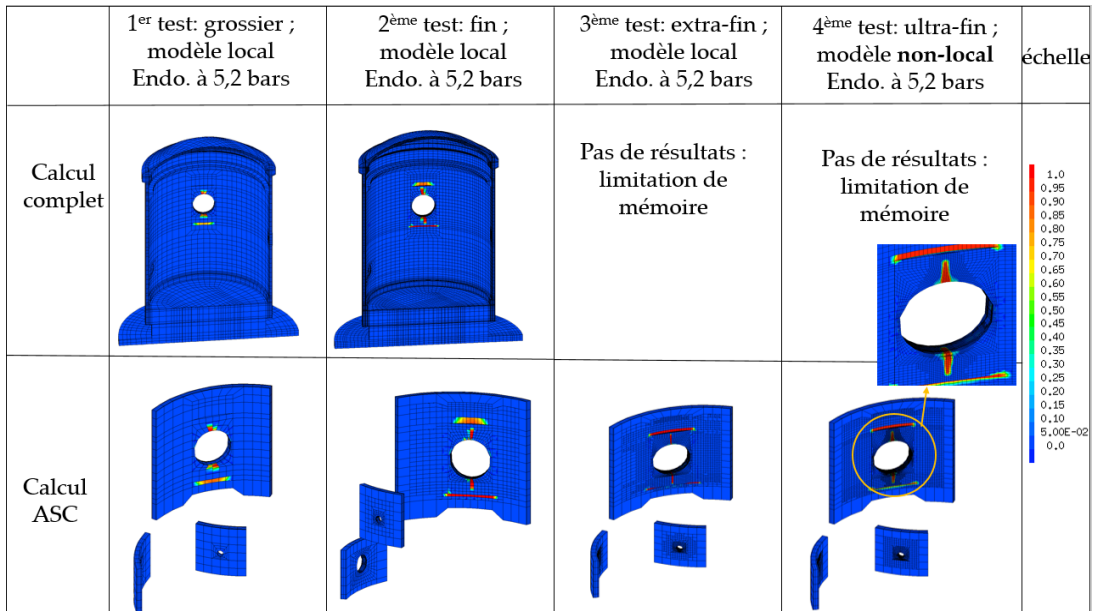


Figure 8 : Profils d'endommagement à 5,2 bars résultant des 4 tests (vue intérieure)

Les endommagements obtenus à la fin des 4 test sont donnés sur la Figure 8 et les temps de calcul sont donnés dans la Table 1. Dans le premier test, l'ASC donne les mêmes résultats en 4 fois moins de temps que le calcul complet. Dans le second, l'endommagement est un peu plus prononcé que dans le premier. Les résultats sont légèrement différents entre l'ASC et le calcul complet à cause de la différence de finesse de maillage. Un facteur de gain de 10 est obtenu sur ce test du fait d'une réduction significative du nombre de degrés de liberté (ddl) et de l'utilisation de raffinement de maillage du DI, ce qui permet d'optimiser les opérations de l'ASC. Dans le 3<sup>ème</sup> test, le calcul complet n'a pas pu être effectué en raison de manque de mémoire de la machine utilisée. En revanche, le calcul ASC, qui contient 9 fois moins de ddl, a été réalisé avec succès. L'endommagement est encore plus prononcé que le 2<sup>ème</sup> test. Avec l'ASC, un modèle non local a été appliqué avec succès sur le maillage ultra-fin. Qualitativement, la même distribution d'endommagement a été obtenue mais avec l'effet de régularisation comme le montre le zoom de la Figure 8.

Table 1: Résultats des performances de calcul

Finesse	Calcul complet		Calcul ASC/MR partant du maillage Grossier		
	Temps (s)	ddl	Temps (s)	ddl	Gain de temps
Grossier	1 408	321 837	301	29 370	4,68
Fin	11 735	817 812	1 176	98 562	10
Extra fin	--	6 075 987	24 815	713 625	--
Ultra fin	--	18 111 620	608 914	1 060 254	--

## Conclusion et perspectives

L'ASC consiste à réduire le système sur les parties endommagées de la structure en condensant la partie élastique. Cette partie peut évoluer au cours du calcul. L'ASC a été testée sur la maquette d'enceinte de confinement Vercors. Des calculs de mise en précontrainte prenant en compte les déformations différées suivies de la pression ont été effectués. Les résultats similaires entre le calcul ASC et le calcul complet permettent de valider l'ASC sur une structure réelle avec des chargements caractéristiques (précontrainte avec fluage et retrait et pression). Afin d'évaluer l'efficacité de l'ASC, plusieurs maillages ont été utilisés dont certains sont inaccessibles en calcul complet. L'ASC est jusqu'à 10 fois plus rapide. De plus, l'ASC a permis l'application d'un modèle d'endommagement non local sur la maquette.

Dans des travaux futurs, afin d'améliorer la prédiction de l'étanchéité des ouvrages de génie civil, il est prévu de considérer le comportement au jeune âge du béton lié à différentes causes (thermique, rhéologiques, etc.) qui peut être responsable de la formation des fissures initiales.

## Références

- Berger, M. J. and Olinger, J. (1984) 'Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations', *Journal of Computational Physics*, 53(3), pp. 484–512. doi: 10.1016/0021-9991(84)90073-1.
- 'cast3m' (2022). Available at: <http://www-cast3m.cea.fr/>.
- Farhat, C. and Roux, F. (1991) 'A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm', *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 32(6), pp. 1205–1227. doi: 10.1002/nme.1620320604.
- Guyan, R. J. (1965) 'Reduction of stiffness and mass matrices', *AIAA Journal*.
- Llau, A. et al. (2015) 'Adaptive zooming method for the analysis of large structures with localized nonlinearities', *Finite Elements in Analysis and Design*, 106, pp. 73–84. doi:10.1016/j.finel.2015.07.011.
- Mazars, J. (1986) 'A description of micro- and macroscale damage of concrete structures', *Engineering Fracture Mechanics*, 25(5–6), pp. 729–737. doi: 10.1016/0013-7944(86)90036-6.
- Mezher, A. et al. (2022a) 'Integration of the principle of mesh refinement in the Adaptive Static Condensation (ASC) method', *Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures*, pp. 424–431. doi: 10.1201/9781003316404-50.
- Mezher, A. et al. (2022b) 'Simulation of large dimensional reinforced and prestressed concrete structures using a new adaptive static condensation method including automatic mesh partitioning', *Finite Elements in Analysis and Design*, 202, p. 103718. doi: 10.1016/j.finel.2021.103718.
- Niepceron, J. et al. (2021) 'Ageing and air leakage assessment of a nuclear reactor containment mock-up: VERCORS 2nd benchmark', *Nuclear Engineering and Design*, 377.
- Pijaudier-Cabot, G. and Bazant, Z. P. (1987) 'Non Local Damage Theory', *Engineering Mechanics*, 113, pp. 1512–1533. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:10(1512).
- Verpeaux, P. and Charras, T. (2011) 'Multiplicateur de Lagrange, Condensation Statique et Conditions Unilatérales', in *10e colloque national en calcul des structures (CSMA)*. Giens, France.
- Zienkiewicz, O., Taylor, R. and Zhu, J. (1983) 'The hierarchical concept in finite element analysis', *Computers & Structures*, 16, pp. 53–65.