

Modélisation du comportement quasi-statique cyclique de la maçonnerie

Héloïse ROSTAGNI¹

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay (LMPS) – 4 avenue des sciences, 91190 Gif-sur-Yvette, France

heloise.rostagni@ens-paris-saclay.fr

RÉSUMÉ Ce travail développe un modèle de comportement permettant de décrire la réponse mécanique non-linéaire de la maçonnerie, notamment sous actions sismiques. Il intègre la complexité de ce matériau hétérogène (anisotropie, endommagement, dissipation par frottement, effet unilatéral, etc.) dans un formalisme thermodynamique robuste pour une utilisation à l'échelle de la structure. Ce modèle est implémenté dans un code aux éléments finis et validé à l'échelle du point de Gauss. Il est ensuite utilisé pour évaluer la réponse de structures soumises à des chargements multidirectionnels monotones et cycliques. Une analyse des méthodes de régularisation (énergétique et non-locale) est proposée. Ce modèle permet une représentation fiable du comportement global de la maçonnerie avec une étude possible des mécanismes dissipatifs de manière indépendante.

Mots-clés maçonnerie, endommagement, quasi-fragile, orthotropie, dissipation, non-local

I. INTRODUCTION

Les constructions en maçonnerie constituent une part importante du patrimoine bâti et culturel existant. La préservation de leur intégrité structurelle nécessite le développement d'outils efficaces et précis pour représenter au mieux les dégradations et évaluer leur vulnérabilité face à des sollicitations complexes. De événements sismiques récents ont mis en évidence cette nécessité. Les séismes de l'Aquila (Italie, 2009) ou d'Amatrice (Italie, 2016) qui ont en grande partie détruit ces villes peuvent par exemple être cités, ou encore celui du Teil (France, 2019) qui a entraîné des dégâts importants sur des structures historiques (château de Saint-Tomé, église Saint-Étienne de Melas).

La maçonnerie est un matériau quasi-fragile caractérisé par une nature hétérogène (blocs liés ou non), un comportement non linéaire, non symétrique et adoucissant. Ces travaux s'intéressent à des maçonneries dites assisées, c'est-à-dire arrangées suivant des joints orthogonaux (Fig. 1(b)). Plusieurs modèles ont été développés ou adaptés pour la maçonnerie au cours des décennies précédentes (e.g., [Roca et al. 2010, Sellier et al., 2013, Sacco et al., 2018]). Les modèles macroscopiques par éléments finis sont les plus utilisés pour décrire de grandes structures, mais certains d'entre eux ont des difficultés à représenter la nature anisotrope non-linéaire du matériau.

Une description rapide du modèle développé dans ces travaux suivie de son application à l'échelle d'un point de Gauss et d'un mur sont présentées ci-après. Deux méthodes de régularisation implémentées sont ensuite étudiées.

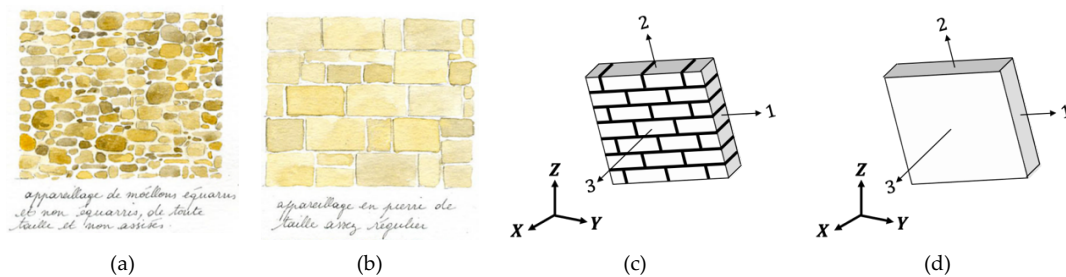


FIGURE 1. Exemple de maçonnerie (a) non-aisée et (b) aisée [culture.gouv.fr] – Descriptions (c) explicite et (d) homogénéisée de la maçonnerie [Tisserand *et al.*, 2022]

II. MODÈLE MAÇONNERIE

La maçonnerie est décrite ici comme un matériau homogène dont la base orthotrope principale (1, 2, 3) est liée à ses plans de joint orthogonaux (Fig. 1(d)). Le modèle basé sur la mécanique continue de l'endommagement est développé en proposant une description des dégradations orthotropes à travers une décomposition des familles de fissures suivant les directions naturelles des joints de maçonnerie (Fig. 3). L'effet unilatéral (reprise de raideur lors de la refermeture des fissures) et le glissement interne (dissipation hystérétique et déformations permanentes engendrées en raison du frottement à la surface des fissures) sont introduits pour reproduire son comportement sous chargement cyclique. L'énergie de Gibbs d'un tel modèle donne lieu à la formulation d'une énergie dissipative intrinsèque assurant la prise en compte des mécanismes de dégradation. Le modèle complet est donné dans [Tisserand *et al.*, 2022]. Seules les équations liées à l'endommagement, la régularisation et les dissipations sont rappelées.

A. Endommagement

Lorsqu'elle est soumise à des sollicitations mécaniques, la maçonnerie va se dégrader et dissiper de l'énergie. Dans une majorité de cas, cela va entraîner la formation de fissures qui vont suivre les plans de joint (Fig. 2). Le développement de l'endommagement dans le matériau est modélisé par la décomposition du tenseur de souplesse représentant l'impact d'un réseau de fissures orthogonales et indépendantes le long des plans de joints (Fig. 3). L'endommagement affecte alors les modules élastiques au moyen d'un tenseur d'effet $A^{(i)}$ dont l'expression est inspirée des modèles pour les matériaux composites [Marcin *et al.*, 2011] et d'une variable scalaire d_i , variant de 0 pour l'absence de fissure dans la direction i à $+\infty$ pour un matériau totalement dégradé dans cette direction (Éq. [4]). La souplesse effective peut être calculée par :

$$S^{eff} = S^0 + \Delta S = S^0 + \sum_{i=1}^3 d_i (A^{(i)} : S^0) \tag{2}$$



FIGURE 2. Exemples de fissures sur des structures en maçonnerie aisée [Dais *et al.*, 2021]

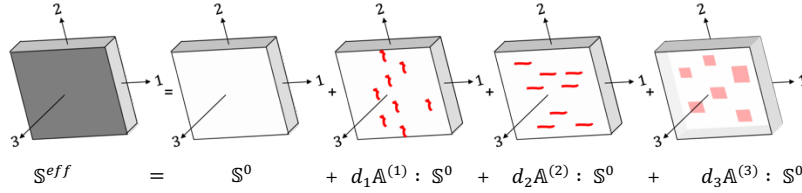


FIGURE 3. Effet des familles de fissures sur le tenseur de souplesse [Tisserand *et al.*, 2022]

Évolution locale : l'évolution de la fissuration est pilotée à la fois par l'extension du matériau et les déformations de cisaillement à travers une déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}_i$:

$$\tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{\langle \varepsilon_i \rangle_+^2 + \beta_{ij} \varepsilon_{ij}^2 + \beta_{ik} \varepsilon_{ik}^2}, \quad \text{avec } (i, j, k) = (1, 2, 3) \quad [3]$$

où β_{ij} et β_{ik} sont des coefficients matériaux modulant l'impact des déformations de cisaillement sur la limite d'élasticité et l'évolution de l'endommagement. Elle intervient directement dans la fonction seuil d'endommagement qui, en appliquant les conditions de charge-décharge, donne la loi d'évolution (Éq. [4]) avec k_i le seuil de déformation équivalent qui initie l'endommagement dans la direction i et χ_i un paramètre de fragilité.

$$d_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{k_i} \exp[\chi_i(\tilde{\varepsilon}_i - k_i)] - 1, \quad \text{avec } i \in \llbracket 1; 3 \rrbracket \quad [4]$$

B. Régularisation

Pour limiter la dépendance au maillage de la solution obtenue par la méthode des éléments finis, des techniques de régularisation doivent être adoptées. Différentes méthodes ont été développées dans la littérature afin de conserver une objectivité des résultats vis-à-vis du maillage lors de la localisation des déformations (e.g. [Hillerborg, 1978], [Peerlings et al., 1996] et [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987]). Dans ces travaux, les deux méthodes suivantes sont utilisées :

Régularisation de l'énergie de rupture [Hillerborg, 1978] : une relation explicite entre l'énergie de dissipation intrinsèque du matériau et la taille des éléments est introduite afin d'assurer une dissipation d'énergie indépendante du raffinement du maillage. Les paramètres de la loi d'évolution de l'endommagement sont ajustés afin de dissiper la quantité d'énergie G_{fi} dans chaque élément fini. Pour chaque élément, une taille caractéristique h_i de l'élément le long de la direction normale à la fissure est prise en compte, et l'énergie de rupture s'écrit alors selon l'équation [5].

$$G_{fi} = \int_0^\infty \sigma_i d\varepsilon_i \rightarrow \chi_i = \frac{E_i k_i h_i}{G_{fi} - 0,5 h_i E_i k_i^2} \quad [5]$$

Cette méthode ne permet cependant pas de s'affranchir de tous les biais puisqu'une dépendance à l'orientation des éléments est observée [Jirásek et Grassl, 2008].

Régularisation non-locale intégrale [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987] : le caractère non-local du processus de dégradation est pris en compte. Les déformations équivalentes locales sont remplacées par leur quantité non-locale associée prenant en compte l'influence du voisinage. Ainsi, l'endommagement dans chacune des directions i est piloté par la variable non-locale :

$$\tilde{\varepsilon}_i(x) = \frac{\int_\Omega \alpha(x, \xi, l_c) \varepsilon_i(\xi) d\xi}{\int_\Omega \alpha(x, \xi, l_c) d\xi}, \quad i \in \llbracket 1; 3 \rrbracket \quad [6]$$

avec $\alpha(x, \xi, l_c)$ une fonction poids dépendant de la distance entre un point source ξ et un point cible x et d'une longueur interne l_c . Elle est classiquement prise égale à une distribution de Gauss. Ces variables non-locales interviennent alors directement dans l'expression de l'endommagement d_i (Éq. [4]) dans laquelle $\tilde{\varepsilon}_i$ est remplacée par $\bar{\varepsilon}_i$.

III. RÉSULTATS

A. Validation sur un point de Gauss

Le modèle a été implémenté dans le logiciel MFront [<http://tfel.sourceforge.net>] et testé sur un point matériel à l'aide du module MTest. Trois essais sont réalisés afin de mettre en avant les principaux mécanismes du modèle.

Essai de traction-compression unidirectionnel (Fig. 4(a)) : il permet d'illustrer l'évolution de l'endommagement et l'effet unilatéral. Lorsque le seuil d'endommagement est dépassé, une phase adoucissante est observée. La phase de décharge est suivie d'une reprise de raideur lorsque la contrainte devient négative (compression). L'évolution de D_1 en fonction de la déformation dans la direction de chargement (Fig. 4(b)) montre que l'endommagement reste nul tant que k_i n'est pas dépassé, puis il augmente de manière progressive avec la déformation. Lors de la décharge, D_1 reste constant (pas d'endommagement de compression).

Essai de cisaillement cyclique sans pré-compression (Fig. 4(c)) : il permet d'activer le couplage entre les mécanismes d'endommagement et de frottement. Le module de cisaillement se dégrade lorsque le matériau s'endommage. La présence d'une boucle d'hystérésis lors de la phase de décharge-recharge indique le développement des frottements à l'interface des fissures.

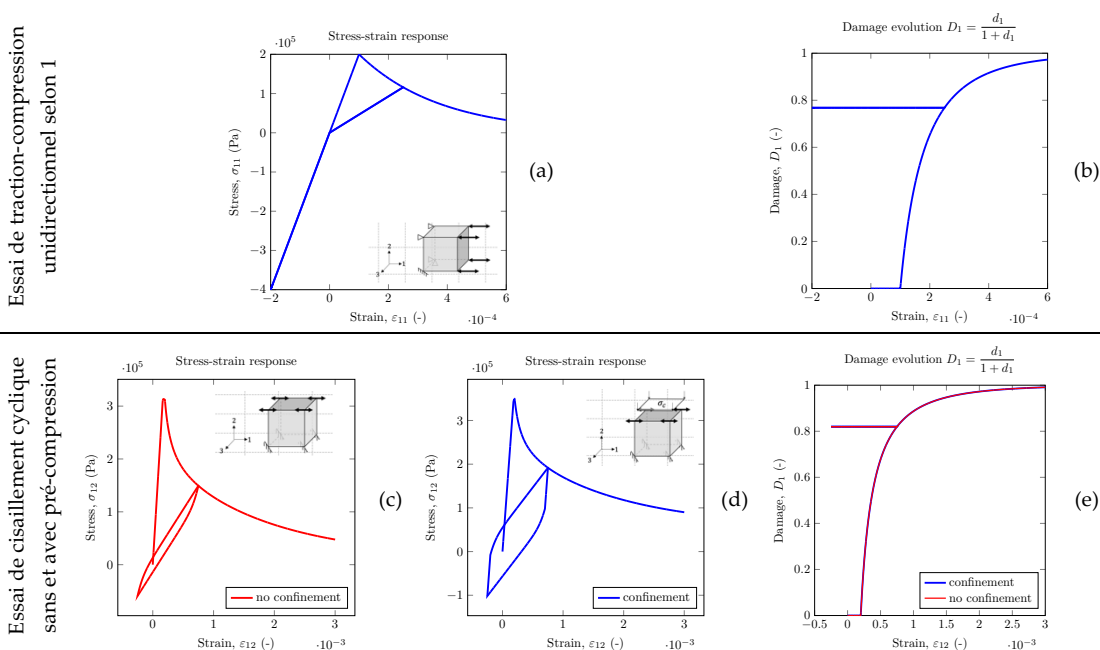


FIGURE 4. (a), (c), (d) Réponse contrainte-déformation – (b), (e) Évolution de la variable d'endommagement D_1

Essai de cisaillement cyclique avec une pré-compression de 0,2 MPa (Fig. 4(d)) : il permet de montrer la réponse du modèle sous un chargement non proportionnel et de mettre en évidence l'influence du confinement. Une réponse analogue au cas sans pré-compression est obtenue ; néanmoins, la largeur de la boucle d'hystérésis a augmenté avec le confinement. Pour les variables d'endommagement (Fig. 4(e)), des évolutions similaires sont observées avec ou sans confinement, ce dernier impactant principalement le mécanisme de friction.

B. Essai sur un mur sous chargement cyclique (régularisation en énergie)

Le modèle est utilisé pour effectuer des analyses statiques non-linéaires sur des murs en maçonnerie chargés dans le plan en étudiant leur réponse globale charge-déplacement, la distribution des dégradations et l'énergie dissipée. Tous les résultats numériques présentés dans cette section ont été obtenus en utilisant le solveur éléments finis Cast3M [<http://www-cast3m.cea.fr>] dans lequel le modèle a été implémenté.

Des essais cycliques ont été réalisés et comparés à la campagne expérimentale menée par [Anthonie *et al.*, 1995] pour analyser la capacité du modèle à décrire la réponse hystérétique à l'échelle de la structure. La géométrie du mur, le chargement et les conditions aux limites sont présentés sur la Figure 5(a). Une pré-compression verticale uniforme p de 0,6 MPa est appliquée puis maintenue constante lors de l'application du déplacement horizontal cyclique d . L'identification des paramètres a été effectuée en amont sur un essai de cisaillement monotone représentant la courbe enveloppe de l'essai cyclique.

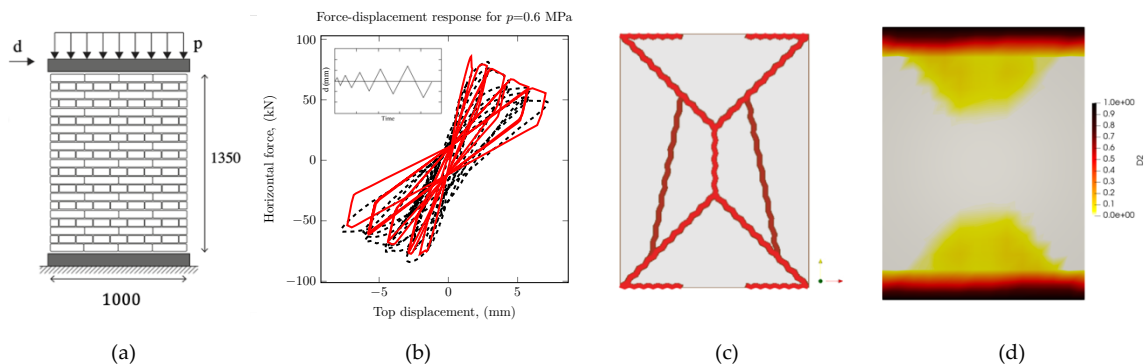


FIGURE 5. (a) Géométrie du mur (b) Réponse globale $F - u$ pour des éléments CUB8 de taille 0,125 m (c) Faciès de fissuration expérimental (d) Carte d'endommagement numérique [Tisserand *et al.*, 2022]

La comparaison des réponses cycliques obtenues numériquement et expérimentalement suggère une bonne représentation du comportement global du mur (Fig. 5(b)). Le phénomène d'hystérésis se développe avec la dégradation progressive du matériau : la taille des boucles s'agrandit avec le développement de l'endommagement (surface de glissement augmentée avec l'apparition de nouvelles fissures). Le module de cisaillement se dégrade avec le chargement. La forme classique en croix (Fig. 5(c)) caractéristique d'une dégradation en cisaillement est obtenue (Fig. 5(d)).

B. Analyse des dissipations

La dissipation intrinsèque par mécanisme est déduite du potentiel thermodynamique et se décompose en deux termes (Éq. [7]) où Y_j , ε_k^π , σ_k^π , X_k et α_k représentent respectivement les taux de

restitution d'énergie, les déformations et les contraintes anélastiques de frottement, les variables d'érouissage cinématiques et celles thermodynamiquement associées.

$$\dot{D} = \dot{D}_{damage} + \dot{D}_{sliding} = [Y_j \dot{d}_j] + [\sigma_k^\pi \dot{\epsilon}_k^\pi - X_k \dot{\alpha}_k] \quad [7]$$

L'énergie dissipée a été estimée sur la courbe expérimentale de manière graphique $E_d^{(1)}$ et calculée à partir des résultats numériques $E_d^{(2)}$ (Fig. 6b) :

$$E_d^{(1)} = \int_{\epsilon_j} \sigma_j d\epsilon_j \quad E_d^{(2)} = \frac{1}{V} \int_V \int_t \dot{D} dt d\Omega \quad [8]$$

La tendance générale de l'évolution de la dissipation par boucle est bien représentée (Fig. 6(b)) mais les valeurs numériques sont plus faibles (sauf pour les boucles 1, 8 et 9) (Fig. 6(a)). Lors d'un chargement monotone, le mécanisme de dégradation principal est l'endommagement : les fissures ayant tendance à s'ouvrir dans une direction, le frottement y est limité. Dans le cas d'un chargement cyclique, le frottement devient le mécanisme dissipatif principal. Comme \dot{D}_{damage} (Éq. [7]) dépend de l'incrément d'endommagement \dot{d}_j , elle reste nulle si la déformation atteinte au cycle précédent n'est pas dépassée car l'endommagement n'évolue pas (cas des boucles 4 et 5) (Fig. 6(a)). La dissipation par frottement $\dot{D}_{sliding}$ reste quant à elle identique lorsque le cycle est réalisé plusieurs fois (cas des boucles 4 et 5). Cela induit ainsi une stabilisation de la dissipation totale \dot{D} par boucle qui se retrouve aussi bien expérimentalement que numériquement.

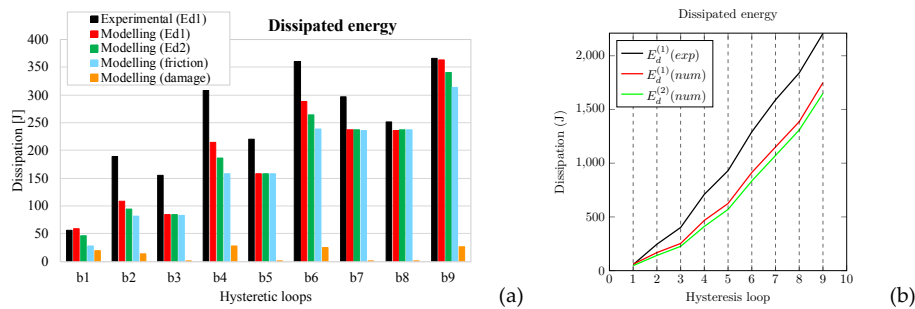


FIGURE 6. (a) Énergie dissipée par boucle et par mécanisme (b) Comparaison de l'évolution de la dissipation totale expérimentale et numérique

C. Exemple du choix de la méthode de régularisation sur un mur sous chargement monotone

Le choix de la méthode de régularisation joue principalement un rôle sur la représentation des quantités locales telles que l'endommagement et sur l'indépendance au maillage. Un mur avec fenêtre (Fig. 7(a)) est étudié ici d'un point de vue purement numérique afin de comparer l'impact d'une régularisation non-locale. Elle permet une convergence plus rapide des résultats (Fig. 7(c)) alors que la régularisation énergétique nécessite une réduction de la taille de la maille (Fig 7(b)). Les courbes ne sont pas exactement les mêmes entre les deux méthodes puisque le paramètre de fragilité n'a pas été recalé. Concernant l'endommagement, la régularisation non-locale fournit un résultat plus diffus puisque la dissipation d'énergie n'est plus réduite à un seul élément, ce qui permet d'éviter la localisation de l'endommagement dans une ligne d'éléments. Même pour une taille de maille grossière (8 cm), la carte d'endommagement est satisfaisante en non-local (endommagement autour de la fenêtre et aux extrémités des murs) [Vermeltoort *et al.*, 1993]. Bien que plus coûteux (Tab. 1), la meilleure convergence au maillage des calculs non-locaux justifie leur utilisation.

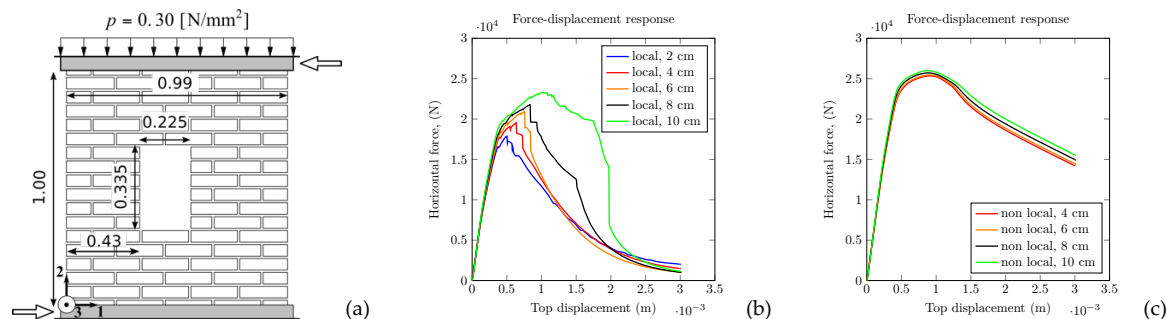


FIGURE 7. (a) Géométrie du mur [Vermeltoort et al., 1993] – Courbe force-déplacement pour une régularisation (b) énergétique et (c) non-locale isotrope

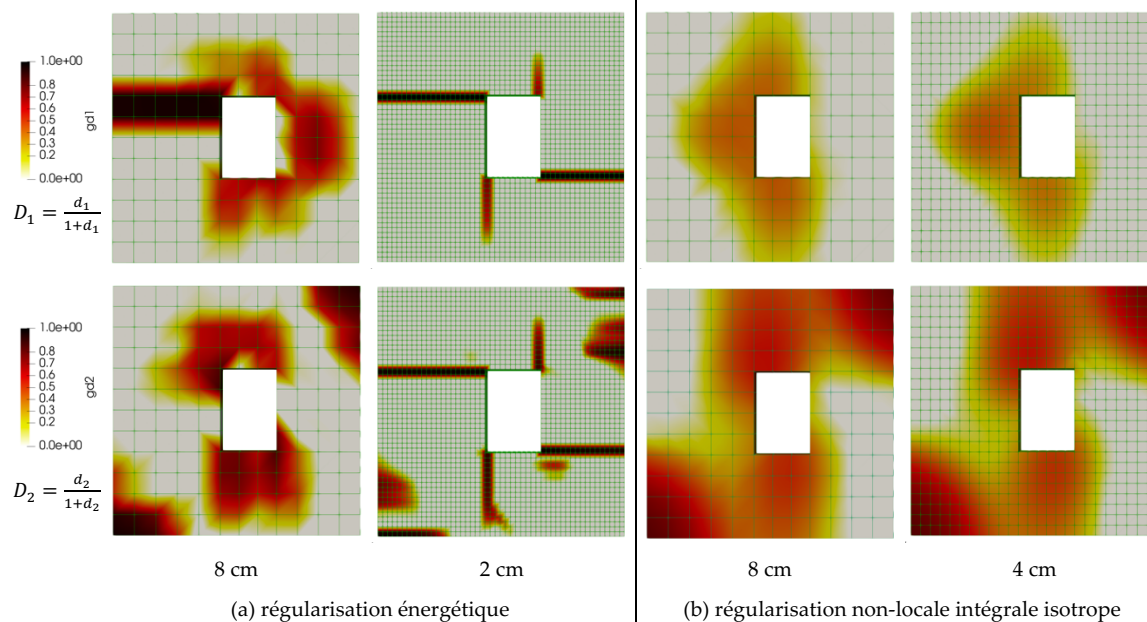


FIGURE 8. Carte d'endommagement pour différentes tailles de maille

TABLEAU 2. Temps de calcul en fonction de la taille de maille et de la méthode de régularisation

Local			Non-local		
8 cm – 2 min	4 cm – 13 min	2 cm – 2 h	8 cm – 5 min	4 cm – 3h34	2 cm – 14 jours

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

La capacité du modèle à décrire la réponse de la maçonnerie pour des chargements complexes a été illustrée par des essais locaux. Il parvient en particulier à reproduire les boucles hystérétiques observées pour un chargement de cisaillement cyclique ainsi que l'effet du confinement sur le frottement. Les analyses numériques sur des éléments structuraux ont montré que le modèle est capable de représenter de manière satisfaisante le comportement global du matériau (notamment les courbes force-déplacement). Les quantités locales, comme le champ de dommages, sont qualitativement bien reproduites mais une régularisation non-locale donne de meilleurs résultats. Les contributions des dissipations par mécanisme de dégradation ont été estimées. L'endommagement est le principal mécanisme dissipatif pour un chargement monotone.

Cependant, la friction prend le relais dès qu'un comportement cyclique ou une phase de décharge est initié. Ce travail fournit une première étape pour évaluer ultérieurement la vulnérabilité sismique des structures en maçonnerie pour les séismes faibles à modérés.

REFERENCES

- Anthoine, A., G. Magonette, & G. Magenes (1995). Shear-compression testing and analysis of brick masonry walls. *Tenth European Conference on Earthquake Engineering*, 3, 1657–1662.
- Dais, D., I. E. Bal, E. Smyrou & V. Sarhosis. (2021). Automatic crack classification and segmentation on masonry surfaces using convolutional neural networks and transfer learning. *Automation in Construction*, 125, 103606. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103606>
- Hillerborg, A. (1978). A model for fracture analysis. *Report TVBM*, 3005. Division of Building Materials, LTH, Lund University. <https://lucris.lub.lu.se/ws/portalfiles/portal/4765913/1786639.pdf>
- Jirásek, M. & Grassl, P. (2008). Evaluation of directional mesh bias in concrete fracture simulations using continuum damage models. *Engineering Fracture Mechanics*, 75, p. 1921-1943. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.11.010>
- Marcin, L., J.-F. Maire, N. Carrère & E. Martin (2011). Development of a macroscopic damage model for woven ceramic matrix composites. *International Journal of Damage Mechanics*, 20(6), 939–957. <https://doi.org/10.1177/1056789510385259>
- Peerlings, R. H. J., De Borst, R., Brekelmans, W. A. M., & De Vree, J. H. P. (1996). Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, p. 3391–3403. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19961015\)39:19<3391::AID-NME7>3.0.CO;2-D](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19961015)39:19<3391::AID-NME7>3.0.CO;2-D)
- Pijaudier-Cabot, G. & Bažant, Z. P. (1987). Nonlocal Damage Theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 113, p. 1512-1533. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1987\)113:10\(1512\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:10(1512))
- Roca, P., M. Cervera, G. Gariup, & L. Pelà (2010). Structural analysis of masonry historical constructions. classical and advanced approaches. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17, 299–325. <http://doi.org/10.1007/s11831-010-9046-1>
- Sacco, E., D. Addessi, & K. Sab (2018). New trends in mechanics of masonry. *Meccanica*, 53(7), 1565–1569. <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0839-x>
- Sellier, A., G. Casaux-Ginestet, L. Buffo-Lacarrière & X. Bourbon. (2013). Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. Part I: Constitutive laws. *Engineering Fracture Mechanics*, 97, 148-167. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.10.012>
- Tisserand, P.-J. , H. Rostagni, C. Giry, T.-T.-H. Nguyen, R. Desmorat & F. Ragueneau. (2022). An orthotropic damage model with internal sliding and friction for masonry-like material. *Engineering Fracture Mechanics*, 267, 108397. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.108397>
- Vermeltoort, A., T. Raijmakers, and H. Janssen. (1993). Shear tests on masonry walls. In A. Hamid and H. Harris, editors, *6th North American Masonry Conference*, 1183–1193.