

# Influence des modèles d'efficacité de maintenance sur l'optimisation des révisions des systèmes réparables

Lamia MAY<sup>1</sup>, Radouane LAGGOUNE<sup>2</sup>

Laboratoire de Mécanique, Matériaux et Energétique, Faculté de Technologie, Université de Bejaia, 06000, Algérie, [lamia.may@univ-bejaia.dz](mailto:lamia.may@univ-bejaia.dz)

<sup>2</sup>Unité de recherche LaMOS, Faculté de Technologie, Université de Bejaia, 06000, Algérie, [redouane.laggoune@univ-bejaia.dz](mailto:redouane.laggoune@univ-bejaia.dz)

**RESUME** Afin d'améliorer leur disponibilité et de prolonger leur durée de vie, les systèmes sont sujet à des révisions partielles (maintenance imparfaite) qui ont un impact sur leur fiabilité en fonction de l'effort de la maintenance effectuée, ce qui affecte ensuite l'intensité de défaillance. Pour la modélisation de l'état du système après une action de maintenance, deux approches sont couramment utilisées, à savoir la réduction d'âge virtuel et la réduction d'intensité, la combinaison des deux modèles génère les modèles hybrides. Nous considérons la politique où le système reçoit des révisions partielles périodiques, et les défaillances survenant entre les révisions partielles sont corrigées par des réparations minimales. Après un certain nombre de révisions partielles, le système subit un renouvellement. L'objectif est de trouver la périodicité des révisions ainsi que leur nombre, avant de procéder au renouvellement du système, en minimisant le coût par unité de temps. Pour résoudre le problème d'optimisation ainsi formulé, nous avons utilisé la fonction `fminsearch` de MATLAB. Les calculs ont montré que les deux modèles d'efficacité mènent à des résultats proches avec un avantage pour le modèle de réduction d'âge. En effet, l'application numérique a montré que ce dernier est moins coûteux pour un cycle de vie plus long, par la suite les résultats des deux approches ont été comparés à ceux des modèles hybrides.

**Mots-clefs** Révision partielle, système réparable, réduction d'âge, réduction d'intensité.

## I. INTRODUCTION

Lorsque l'on considère des modèles de maintenance pour des systèmes réparables, une difficulté essentielle est de savoir comment prendre en compte l'effet des actions de maintenance préventive. Dans ce sens les hypothèses les plus explorées sont la réparation minimale (ABAO – As Bad As Old) et la maintenance parfaite (AGAN – As Good As New) [2- 4]. Néanmoins l'hypothèse de maintenance imparfaite semble être plus réaliste. En effet, après une maintenance préventive le système se retrouve dans un état entre ABAO et AGAN [5-9].

Les approches de modélisation de l'efficacité de maintenance, sont divisées en trois grandes familles : celles orientées vers la réduction de l'âge virtuel, celles orientées vers la réduction de

l'intensité de défaillance, la combinaison des deux approches précédentes génère des modèles hybrides [10]. Pour garantir une maintenance optimale des systèmes, une modélisation réaliste des effets des actions de maintenance est primordiale ; afin d'éviter ni de surestimer ni de sous-estimer l'impact de ces actions sur l'état (la fiabilité) des systèmes.

Dans leur travail, Ait Mokhtar et al. [11] ont démontré que leur approche hybride d'efficacité de maintenance reflète mieux l'impact de la maintenance comparativement aux autres approches , il serait donc intéressant d'explorer l'influence de ces différentes approches sur l'optimisation des révisions des systèmes réparables. C'est justement l'objet de la présente étude, il s'agit donc de déterminer les périodicités des révisions partielles ainsi que leur nombre, de façon optimale, selon les trois approches précédentes de modélisation de l'efficacité, et de comparer les résultats obtenus.

La méthodologie sera illustrée par des applications numériques, afin de montrer l'efficacité de la démarche proposée. Une étude de sensibilité sera également entreprise, afin d'explorer l'impact de la variation des coûts sur les périodicités des révisions partielles ainsi que le cycle de vie du système.

## II. FORMALISME MATHEMATIQUE DE LA POLITIQUE DE MAINTENANCE ADOPTEE

Suivant la politique de maintenance préventive périodique avec réparation minimale à la défaillance, le système reçoit des révisions partielles périodiquement, les défaillances survenant entre révisions sont corrigées par des dépannages (réparations minimales) et au bout d'un certain nombre de révisions, le système est renouvelé. En supposant que le cycle se répète à l'infini et selon la théorie du renouvellement, le coût par unité de temps est donné par [1] :

$$C(T) = \frac{c_c H(T) + (K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.1)$$

$c_c$  : Coût d'une réparation minimale.

$c_p$  : Coût d'une révision partielle.

$c_{ov}$  : Coût d'une révision générale (overhaul).

$H(T)$  : Nombre de défaillance dans un intervalle de temps T

$K$  : Nombre de périodes

$T$  : Périodicité de révision partielle.

Sachant que les révisions partielles ont pour effet de modifier le taux de défaillance dans le cycle suivant, nous allons tenir compte de cet effet, d'abord en considérant que l'effet est de réduire l'âge virtuel du système, en second lieu nous considérons que l'effet est de réduire l'intensité de défaillance, ensuite nous utiliserons les modèles hybrides générés de la combinaison des deux approches précédentes.

Selon l'hypothèse de réparation minimale, les défaillances se produiront suivant un processus de poisson non homogène (NHPP), donc le nombre de défaillances dans un intervalle de temps  $T$  est donné par [2, 12] :

$$H(T) = \int_0^T \lambda_i(t) dt \quad (1.2)$$

$\lambda(\cdot)$  : Taux de défaillance à la  $i^{eme}$  période

En considérant dans un premier temps que l'effet des révisions est de réduire l'âge, dans cette catégorie de modèles, le principe est que dans un système donné dont l'âge est égal à  $t$  avant une intervention de maintenance est réduit d'une certaine quantité, cela revient à dire que l'âge du système rajeunit du fait des actions de maintenance. Dans ce sens Doyen et Gaudoin [10] ont proposé une classe de modèles dite à réduction arithmétique de l'âge de mémoire  $m$  (ARAM) où la réduction d'âge dépend de l'effet des  $m$  dernières maintenances. Soulignons que l'âge virtuel est obtenu en soustrayant une certaine quantité à l'âge réel.

Nous prenons dans notre étude le modèle de réduction arithmétique d'âge de mémoire 1 (ARA1), où dans ce cas  $m$  est égale à 1, i.e., la maintenance réduit seulement l'intensité de défaillance à partir de l'intervention précédente, et l'intensité de défaillance après la  $i^{eme}$  révision est donnée par [10] :

$$\lambda_i(t) = \lambda_0(t - \rho T_i) \quad (1.3)$$

$\lambda_0(\cdot)$  : Taux de défaillance initial

$\rho$  : Facteur d'amélioration.

Sachant que les révisions ont lieu à des périodicités fixes  $T$ , alors  $T_i = iT$

Et pour le modèle ARA1, l'expression (1.2) devient :

$$\lambda_i(t) = \int_{iT}^{(i+1)T} \lambda_0(t - \rho iT) dt \quad (1.4)$$

En intégrant cela dans l'expression (1.1), on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c}{KT} \left[ \int_0^T \lambda_1(t) dt + \int_T^{2T} \lambda_2(t) dt + \int_{2T}^{3T} \lambda_3(t) dt + \dots + \int_{(k-1)T}^{KT} \lambda_k(t) dt \right] + \frac{(K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.5)$$

En sommant les intégrales on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \int_{iT}^{(i+1)T} \lambda_i(t - i\rho T) dt \right] + (K-1)c_c + c_{ov}}{KT} \quad (1.6)$$

En considérant que la fonction d'intensité de défaillance suit une distribution de Weibull, on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \int_{iT}^{(i+1)T} \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t - i\rho T}{\eta} \right)^{\beta-1} dt \right] + (K-1)c_c + c_{ov}}{KT} \quad (1.7)$$

$\beta$  &  $\eta$  : paramètres de forme et d'échelle de Weibull respectivement.

En développant on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=1}^{K-1} \frac{1}{\eta^\beta} \left[ ((i+1)T - \rho iT)^\beta - (iT - \rho iT)^\beta \right] \right] + (K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.8)$$

À présent nous allons considérer que l'effet est de réduire l'intensité de défaillance. Lors d'une action de maintenance, l'effet de celle-ci se répercute sur l'intensité de défaillance et non sur l'âge du système. Dans ce type de modèles, c'est l'intensité de la défaillance qui se voit réduite d'une certaine quantité proportionnelle à l'intensité initiale, pour le modèle de réduction arithmétique d'intensité de mémoire 1 (ARI 1) dans ce cas  $m = 1$  et la maintenance réduit seulement l'intensité de défaillance à partir de l'intervention précédente, l'intensité de défaillance après la  $i^{eme}$  révision est donnée par [10] :

$$\lambda_i(t) = \lambda_0(t) - \tau \lambda_0(T_i) \quad (1.9)$$

$\tau$  : facteur d'amélioration

En considérant que la fonction d'intensité de défaillance suit une distribution de Weibull, et en intégrant cela dans l'expression (1.1) on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \int_{iT}^{(i+1)T} \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} - \tau \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{iT}{\eta} \right)^{\beta-1} \right] + (K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.10)$$

En développant on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=0}^k \left( \frac{(i+1)T}{\eta} \right)^\beta - \left( \frac{iT}{\eta} \right)^\beta - \tau T \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\beta}{\eta^\beta} (iT)^{\beta-1} \right] + (K-1)C_p + C_{ov}}{KT} \quad (1.11)$$

En dernier lieu, nous allons tenir compte de l'impact de révisions partielles en considérant le modèle hybride d'efficacité de maintenance. Dans ce dernier, l'intensité de défaillance à la  $i^{eme}$  période est donnée, en fonction du taux de défaillance initial, comme suit [11] :

$$\lambda_i(t) = \alpha \lambda_0(t - \rho T_i) - \delta \lambda_0(T_i) \quad (1.12)$$

$\lambda_0(\cdot)$  : Taux de défaillance initial

$\alpha$  : Facteur de réduction géométrique d'intensité de défaillance.

$\rho$  : Facteur de réduction proportionnelle d'âge virtuel.

$\delta$  : Facteur de réduction proportionnelle d'intensité de défaillance.

En considérant que la fonction d'intensité de défaillance suit une distribution de Weibull, on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=0}^{K-1} \int_{iT}^{(i+1)T} \alpha \frac{\beta}{\eta^\beta} (t - i\rho T)^{(\beta-1)} - \delta \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{T_i}{\eta} \right)^{(\beta-1)} dt \right] + (K-1)c_c + c_{ov}}{KT} \quad (1.13)$$

En développant on obtient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=1}^{K-1} \left( \frac{T}{\eta} \right)^\beta \sum_{i=1}^{K-1} \frac{\alpha^i}{\eta^\beta} \left[ ((i+1)T - \rho iT)^\beta - (iT - \rho iT)^\beta \right] - \delta T \sum_{i=1}^{K-1} \frac{\beta}{\eta^\beta} (iT)^{(\beta-1)} \right] + (K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.14)$$

Si on considère le modèle hybride proposé par Doyen [12] :

$$\lambda_i(t) = \alpha \lambda_0(t - \rho T_i) \quad (1.15)$$

L'expression du coût (1.1) devient :

$$C(K, T) = \frac{c_c \left[ \sum_{i=1}^{K-1} \left( \frac{T}{\eta} \right)^\beta \sum_{i=1}^{K-1} \frac{\alpha^i}{\eta^\beta} \left[ ((i+1)T - \rho iT)^\beta - (iT - \rho iT)^\beta \right] \right] + (K-1)c_p + c_{ov}}{KT} \quad (1.16)$$

### III. APPLICATION ET RESULTATS

Il convient de noter que les données relatives à la configuration du système sont tirées du cas traité dans [11, 13]. Ces données de fiabilité et de coûts sont résumées dans le tableau 1.

**TABLEAU 1. Données de fiabilité et de coûts**

Modèle / Paramètre	Cc [UM]	Cp [UM]	Cov [UM]	$\beta$	$\eta$ [jours]	$\rho$	$\tau$	$\alpha$	$\delta$
Réduction d'âge	1000	2000	20000	3.27	409	0.3125	-	-	-
Réduction d'intensité	1000	2000	20000	3.27	409	-	0.27	-	-
Modèle hybride	1000	2000	20000	3.27	409	0.4640	-	1.2116	0.1305

**Commentaire :**

[UM] : unité monétaire

Notons que pour les modèles hybrides  $\alpha > 0$  est le facteur d'ajustement géométrique de l'intensité de défaillance,  $\delta \in \sim$ , le facteur d'ajustement de l'intensité de défaillance et  $\rho \in \sim$ , le facteur d'ajustement de l'âge virtuel.

La minimisation du coût dans l'expression (1.8), (1.11), (1.14) ainsi que (1.16), par la fonction `fminsearch` de MATLAB, a permis de déterminer la périodicité  $T^*$  et le nombre de révisions  $K^*$  optimaux ainsi que les coûts correspondants  $C^*$  (tableau 2). Une comparaison des résultats obtenus par les deux approches : réduction d'âge et réduction d'intensité et ceux des modèles hybrides est effectuée.

**TABLEAU 2. Résultats d'optimisation**

<i>Modèle</i> <i>paramètre</i>	$K^*$	$T^*$	<i>Cycle de vie</i> <i>[années]</i>	$C^*$
<i>Réduction d'âge</i>	5	227.18	3.11	25.28
<i>Réduction d'intensité</i>	4	216.59	2.37	30.52
<b><i>Hybride (1.14)</i></b>	<b>5</b>	<b>220.51</b>	<b>3.02</b>	<b>26.77</b>
<i>Hybride (1.16)</i>	5	217	2.97	27.09

Comme le montre le tableau 2, l'approche de réduction d'âge mène à un coût inférieur pour un cycle de vie plus long. L'approche réduction d'intensité, quant à elle, revient plus coûteuse pour un cycle plus court. Tandis que les approches hybrides se situent entre les deux, avec un léger avantage pour le modèle (1.14). En effet, comme il a été montré dans [11], le modèle de réduction d'âge a tendance à sous-estimer l'efficacité de la maintenance, par conséquent le système enregistrera en réalité moins de défaillances que ce qui est suggéré par le modèle, ce qui explique la diminution du coût. Alors que le modèle de réduction d'intensité a tendance à surestimer l'efficacité, ce qui signifie que le système enregistrera en réalité plus de défaillances, donc une augmentation du coût.

Comme Le modèle hybride s'ajuste mieux à l'efficacité de la maintenance, le nombre de défaillances qu'il suggère correspond à la réalité, ce qui justifie la situation de ses optimaux entre ceux des deux approches précédentes.

Notons que le modèle hybride (1.14) est plus avantageux que le modèle hybride (1.16).

#### IV. ETUDE DE SENSIBILITE

Il semble que l'optimalité dans les modèles de révisions (expressions (1.7), (1.11), (1.14) et (1.16)) est surtout gouvernée par les coûts  $c_p$  et  $c_{ov}$ , il serait intéressant d'explorer l'influence de la variation de ces coûts sur les valeurs optimales, en particulier le rapport des deux coûts. Pour cela, nous faisons varier le rapport  $\frac{c_{ov}}{c_p}$  et nous calculons les optimaux.

**TABLEAU 3. Résultats pour le modèle réduction d'âge**

<i>Paramètre</i> $C_{ov}/C_p$	5	10	15	20	25
$K^*$	5	5	5	5	5
$T^*$	237.39	227.18	223.12	220.93	219.56
$C^*$	33.15	25.98	23.51	22.26	21.51

**TABLEAU 4. Résultats pour le modèle réduction d'intensité**

<i>Paramètre</i> $C_{ov}/C_p$	5	10	15	20	25
$K^*$	4	4	4	4	4
$T^*$	225.08	216.59	213.30	211.55	210.45
$C^*$	37.76	30.52	28.04	26.78	26.03

Les résultats de l'analyse de sensibilité (tableaux 3 et 4) montrent que quel que soit le rapport entre le coût d'un renouvellement et celui d'une révision partielle, les deux approches de modélisation de l'efficacité de maintenance suggèrent le même nombre de révisions avant renouvellement. Cependant, lorsque le rapport augmente la périodicité diminue légèrement, ce qui conduit à la diminution du coût par unité de temps puisque le nombre de révisions reste constant. Par ailleurs, nous constatons que l'avantage du modèle de réduction de l'âge par rapport à celui de réduction de l'intensité est respecté quel que soit la valeur du rapport entre les coûts.

**TABLEAU 5. Résultats pour le modèle hybride 1 (eq 1.14)**

<i>Paramètre</i> $C_{ov}/C_p$	5	10	15	20	25
$K^*$	5	5	5	5	5
$T^*$	230.43	220.51	216.57	214.45	213.11
$C^*$	34.15	26.77	24.23	22.94	22.16

**TABLEAU 6. Résultats pour le modèle hybride 1 (eq 1.9)**

<i>Paramètre</i> $C_{ov}/C_p$	5	10	15	20	25
$K^*$	5	5	5	5	5
$T^*$	227.71	217.91	214.02	211.92	210.60
$C^*$	34.56	27.09	24.51	23.21	22.42



Les tableaux 5 et 6 montrent que le coût et le temps optimaux diminuent avec l'augmentation du rapport  $\frac{c_p}{c_g}$ . On remarque que plus l'écart entre le coût de la révision générale et le coût des révisions partielles est large, plus  $C^*$  et  $T^*$  diminuent, ce qui peut être expliqué par le fait que dans le cas où les coûts des révisions partielles sont bas, il serait plus bénéfique de rétrécir les périodicités et multiplier le nombre de révisions partielles, avant de procéder au renouvellement du système.

## V. CONCLUSION

L'objectif de ce travail est d'étudier l'influence de la modélisation de l'efficacité de la maintenance sur l'optimisation des révisions d'un système réparable. Pour cela, nous avons exploré le modèle d'efficacité basé sur la réduction d'âge ARA1 et celui basé sur la réduction d'intensité ARI1 ainsi que les modèles hybrides. Ces approches sont intégrées dans le modèle de coût de la politique de maintenance préventive périodique avec réparation minimale à la défaillance. Les résultats de l'optimisation ont montré que les deux approches réduction d'âge et réduction d'intensité suggèrent les mêmes périodicités de révisions partielles, avec un nombre de révisions légèrement plus élevé pour la réduction d'âge. Donc le modèle de réduction d'intensité a tendance à raccourcir le cycle de vie du système, pour un coût plus élevé. Ceci peut être expliqué par le fait que le modèle de réduction d'âge a tendance à sous-estimer l'efficacité de la maintenance. En effet, le nombre de défaillances sur tout le cycle serait en réalité moins important. Alors que le modèle de réduction d'intensité a plutôt tendance à surestimer l'efficacité de la maintenance. Il est à souligner que le modèle de réduction d'âge est plus avantageux que celui de réduction d'intensité, cela est vérifié quel que soit la valeur des coûts de renouvellement et celui des révisions partielles. Ensuite ces résultats ont été comparés à ceux des modèles hybrides. Ils ont montré que le modèle ARA1 semble revenir moins cher que les autres. Cependant, ce dernier a tendance à sous-estimer l'efficacité de la maintenance, tandis que le modèle ARI1 a tendance à surestimer celle-ci, alors que le modèle hybride montre un meilleur ajustement, ce qui explique la tendance des coûts obtenus. Enfin l'étude de sensibilité a montré que dans le cas où l'écart entre le coût de révision générale et le coût des révisions partielles est large, les périodicités et les coûts optimaux ont tendance à diminuer, ce qui suggère une multiplication de nombre de révisions partielles avant le renouvellement du système

## REFERENCES

- [1] Gertsbakh, I., (2000). Reliability Theory with Application to Preventive Maintenance, Springer, Berlin.
- [2] Barlow, R., & Hunter, L. (1960). Optimum Preventive Maintenance Policies. *Operations Research*, 8(1), 90–100. doi:10.1287/opre.8.1.90
- [3] Barlow, R., & Hunter, L. (1960). Optimum Preventive Maintenance Policies. *Operations Research*, 8(1), 90–100. doi:10.1287/opre.8.1.90
- [4] Wang, H. (2002). A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, 139(3), 469–489. doi:10.1016/s0377-2217(01)00197-7
- [5] Kijima, M., Morimura, H., & Suzuki, Y. (1988). Periodical replacement problem without assuming minimal repair. *European Journal of Operational Research*, 37(2), 194–203. doi:10.1016/0377-2217(88)90329-3
- [6] Bartholomew-Biggs, M., Zuo, M. J., & Li, X. (2009). Modelling and optimizing sequential imperfect preventive maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1), 53–62. doi: 10.1016/j.ress.2008.03.002
- [7] Malik, M. A. K. (1979). Reliable Preventive Maintenance Scheduling. *A I I E Transactions*, 11(3), 221–228. doi:10.1080/05695557908974463
- [8] Pandey, M., Zuo, M. J., Moghaddass, R., & Tiwari, M. K. (2013). Selective maintenance for binary systems under imperfect repair. *Reliability Engineering & System Safety*, 113, 42–51. doi: 10.1016/j.ress.2012.12.009
- [9] Tanwar, M., Rai, R. N., & Bolia, N. (2014). Imperfect repair modeling using Kijima type generalized renewal process. *Reliability Engineering & System Safety*, 124, 24–31. doi: 10.1016/j.ress.2013.10.007
- [10] Doyen, L., Gaudoin, O., (2006). Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity of virtual age. *Reliability Engineering & System Safety*, 84, 45-56.
- [11] Ait Mokhtar, EH., Laggoune, R., Chateauneuf, A., (2023). Imperfect maintenance modeling and assessment of repairable multi-component systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 234, pp. 109189.
- [12] Laggoune, R., Chateauneuf, A., Aissani, D., (2010). Preventive maintenance scheduling for a multi-component system with non-negligible replacement time. *International Journal of Systems Science*, 41 (7), pp. 747-761.
- [13] Ait Mokhtar, EH., Laggoune, R., Chateauneuf, A., (2017). Imperfect preventive maintenance policy for complex systems based on Bayesian networks. *Qual Reliab Eng Int* ,33(4), pp. 751–65.