Analyse probabiliste de l'aléa sismique – le cas de la Roumanie

Alexandru Aldea¹, Radu Văcăreanu¹, Florin Pavel¹, Cristian Arion¹

¹ Université technique de constructions Bucarest UTCB, 122-124 Bd. Lacul Tei, Roumanie, <u>alexandru.aldea@utcb.ro</u>, <u>radu.vacareanu@utcb.ro</u>, <u>florin.pavel@utcb.ro</u>, <u>cristian.arion@utcb.ro</u>

RESUME La mise à jour de l'analyse probabiliste de l'aléa sismique en Roumanie est nécessaire non seulement pour la règlementation parasismique nationale, mais aussi à cause de l'impact régional de la source sismique de profondeur intermédiaire Vrancea. Les recherches sur l'aléa sismique européen montrent des valeurs élevées de l'accélération du sol sur des larges surfaces qui dépassent les frontières du pays. Les principes de l'analyse probabiliste de l'aléa sismique ont été énoncés dans le célèbre article de Cornell (1968). La méthodologie actuelle intègre les incertitudes aléatoires et épistémiques. L'article ne se concentre pas sur les aspects sismologiques, mais sur la présentation de l'utilisation des statistiques et probabilité dans l'analyse : traitement des données des catalogues sismiques, densité de probabilité des magnitudes, occurrence des évènements sismiques, etc. Une équation de prédiction des valeurs spectrales des mouvements sismiques caractéristiques à la source intermédiaire de Vrancea est décrite avec des éléments sur l'analyse des résidus. Les résultats sont présentés sous la forme de courbe d'aléa sismique au site et de carte de zonage probabiliste.

Mots-clefs analyse probabiliste, aléa sismique, incertitudes, carte de zonage sismique

I. INTRODUCTION

L'analyse probabiliste de l'aléa sismique (Probabilistic Seismic Hazard Assessment PSHA) est répandue dans la pratique internationale comme méthode de réalisation des cartes de zonage sismique règlementaire. L'Eurocode 8 recommande pour l'objectif du projet parasismique « noneffondrement sous un séisme majeur » que l'action sismique soit associée à une probabilité de référence de dépassement en 50 ans égale à 10%. En Roumanie la règlementation parasismique P100-1/2013 utilise une probabilité de référence de dépassement en 50 ans égale à 20%.

La PSHA est apparue à la fin des années 60. Cornell (1968) propose de calculer des taux annuels de dépassement de niveaux du mouvement du sol et d'utiliser ces taux dans un modèle d'occurrence temporelle type Poisson. Ainsi l'aléa sismique probabiliste est donné par le niveau du mouvement du sol ayant une certaine probabilité d'être dépassé sur une certaine période. Les premières cartes d'aléa sismique probabiliste ont été publiées par Algermissen et Perkins (1976), pour les États-Unis.

La PSHA nécessite l'identification et caractérisation des sources sismiques dans la région d'étude, l'analyse de la sismicité de chaque source, le développement et/ou le choix d'équations de prédiction du mouvement sismique (relations d'atténuation du mouvement du sol) adaptées à chaque source, et le calcul de la courbe d'aléa sismique au site étudié.

II. ANALYSE DE LA SISMICITÉ

L'analyse de la sismicité d'une source sismique est faite sur la base du catalogue des séismes qui se sont produits dans la source. Les précurseurs et les répliques ne sont pas pris en compte dans ce catalogue. Les évènements sismiques qui en restent peuvent donc être considérés comme indépendants en assurant l'hypothèse d'une occurrence aléatoire dans le temps et l'espace, hypothèse qui permet l'utilisation du modèle d'occurrence temporelle de Poisson. La PSHA nécessite l'identification des distributions de probabilités des caractéristiques spatiales, de grandeur et temporelles des séismes.

II A. Distribution de probabilités de la distance source-site

La distance source-site est un paramètre important qui influence les caractéristiques des mouvements sismiques. Dans la littérature il y en a un nombre de définitions, la distance hypocentrale étant parmi les plus fréquentes utilisée. Il est possible de faire le choix d'un modèle probabiliste de la distance source-site à partir de la statistique des données disponibles dans le catalogue d'une certaine source sismique mais, comme souvent les données sont insuffisantes, cette approche peut sous-estimer la probabilité d'occurrence des séismes dans certaines parties de la source. Une approche fréquente et conservative est de considérer que les séismes ont la même probabilité d'occurrence dans tous les points de la source et de construire un histogramme à partir des distances calculées par rapport au site considéré, l'histogramme étant directement utilisée par les logiciels comme approximation du modèle probabiliste.

II B. Distribution de probabilités des magnitudes

L'analyse de la récurrence des magnitudes (Gutenberg et Richter, 1944) avec ses développements ultérieurs (McGuire et Arabasz, 1990) a deux principaux résultats : le taux moyen annuel de dépassement d'une magnitude et la densité de probabilité des magnitudes, les deux étant spécifiques à la source sismique dont le catalogue de séismes est associé.

La récurrence des magnitudes de Gutenberg et Richter identifie un modèle linéaire pour la relation entre la magnitude et le logarithme décimal du taux moyen annuel de dépassement de la magnitude (λ_m - nombre de dépassements de la magnitude *m* divisé par la durée du catalogue) :

$$\log_{10}\lambda_m = a - b m \tag{1}$$

a et *b* étant les paramètres de la sismicité déterminés à partir des données du catalogue sismique par la méthode des moindres carrées ou du maximum de vraisemblance.

Souvent la récurrence est étudiée à partir d'une magnitude limite inferieure appelée magnitude de complétude ou de coupure (m_c) qui se défini ainsi : tous les séismes de magnitude supérieure ou égale à m_c se retrouvent, de manière exhaustive, dans le catalogue. La valeur de m_c est identifiée par la qualité de l'ajustement des données observées avec celles du modèle théorique de récurrence. Il est aussi possible d'identifier l'année à partir duquel le catalogue est complet.

La loi de récurrence Gutenberg-Richter surévalue les taux associés aux grandes magnitudes et une correction du modèle a été introduite afin de les diminuer, en tenant compte d'une magnitude maximale possible/crédible de la source, m_{max} . L'identification de m_{max} est faite soit avec des approches déterministes basées sur des corrélations avec des paramètres de la rupture soit par des

approches probabilistes à partir du catalogue. La méthode de Kijko (2004) a été utilisée dans les plus récentes PSHA pour la Roumanie, elle fait intervenir la magnitude maximale observée m_{max}^{obs} et la fonction de répartition des magnitudes $F_M(m)$ pour des magnitudes entre m_c et m_{max} :

$$m_{max} = m_{max}^{obs} + \int_{m_c}^{m_{max}} F_M(m) dm \tag{2}$$

La solution est obtenue de façon itérative, en remplaçant tout d'abord m_{max} avec m_{max}^{obs} en ensuite en remplaçant m_{max} avec le résultat obtenu précédemment, etc.

Par exemple, dans le cas de la source de profondeur intermédiaire Vrancea, les résultats suivants ont été obtenus : $m_c = 5.7$ et année de complétude 1802 (ce qui conduit à un catalogue avec 97 évènements) et $m_{max} = 8.2$. Pour la source de surface Shabla, située dans la mer Noire, $m_c = 4.5$ et année de complétude 1909 (catalogue avec 17 évènements) et $m_{max} = 7.8$.

Dans le cas du modèle de récurrence appelé « tronqué » qui considère les magnitudes limite inferieure (m_c) et limite supérieure (m_{max}), le taux moyen annuel de dépassement d'une magnitude m se calcule avec l'Éq. (3) et la densité de probabilité de la magnitude avec l'Éq. (4) :

$$\lambda_m = \lambda_{m_C} \frac{e^{[-\beta(m-m_C)]} - e^{[-\beta(m_{max} - m_C)]}}{1 - e^{[-\beta(m_{max} - m_C)]}}$$
(3)

$$f_M(m) = \frac{\beta \, e^{-\beta(m-m_C)}}{1 - e^{-\beta(m_{max} - m_C)}} \tag{4}$$

avec

$$\lambda_{m_C} = e^{\alpha - \beta m_C} \tag{5}$$

 $\alpha = a \ln 10 = 2.303 a$ et $\beta = b \ln 10 = 2.303 b$; a et b étant les paramètres de la sismicité.

En Fig.1 (a) est présenté un exemple de densité de probabilité des magnitudes et dans Fig. 1 (b) la comparaison des valeurs du taux moyen annuel de dépassement d'une magnitude (catalogue, modèle classique et modèle tronqué), pour la source de profondeur intermédiaire Vrancea.



FIGURE 1. Source de Vrancea – (a) densité de probabilité des magnitudes et (b) taux moyen annuel de dépassement d'une magnitude

II C. Distribution de l'occurrence temporelle des séismes

Le modèle Poisson d'occurrence temporelle des évènements (Poisson, 1837), Éq. (6), est utilisé pour décrire du point de vue probabiliste l'occurrence des séismes produits par une source :

$$P[N=n] = \frac{(\lambda t)^n e^{-(\lambda t)}}{n!}$$
(6)

où *N* est le nombre d'évènements qui se produisent dans le temps *t* ; *n* sont les valeurs de *N*, *n* = 0, 1, 2... ; P[N = n] est la probabilité d'avoir *n* évènements dans le temps *t* ; *t* est l'intervalle de temps ; λ est le taux moyen annuel d'évènements.

La probabilité d'avoir au moins un évènement dans l'intervalle de temps t est :

$$P[N \ge 1] = P[N = 1] + P[N = 2] + \dots + P[N = \infty] = 1 - P[N = 0] = 1 - e^{-(\lambda t)}$$
(7)

Dans le cas des séismes, la probabilité d'avoir au moins un séisme de magnitude supérieure à *m* dans le temps *t* est :

$$P[N \ge 1] = 1 - e^{-(\lambda_m t)}$$
(8)

où λ_m est le taux moyen annuel de séismes de magnitude supérieure à *m*, résultat de l'analyse de récurrence des magnitudes. La relation est utilisée pour exprimer la courbe d'aléa sismique en termes de probabilité de dépassement dans un certain nombre d'années (Section VI).

III. ÉQUATIONS DE PRÉDICTION DU MOUVEMENT SISMIQUE

Les équations de prédiction du mouvement du sol (Ground Motion Prediction Equations GMPEs) sont des modèles de prévision des paramètres Y des mouvements sismiques décrivant leur valeur médiane. Le plus souvent, la prédiction est faite en fonction de la magnitude m et de la distance source-site r, et parfois aussi en fonction d'autres facteurs comme la profondeur du foyer, le mécanisme de foyer, les conditions de sol, etc. Dans la majorité des études, une distribution de probabilité log-normale est attribuée au paramètre Y. Les GMPEs fournissent aussi l'écart type σ_{lnY} associé aux incertitudes aléatoires correspondant aux caractéristiques physiques et tectoniques des séismes et des vibrations sismiques qu'ils génèrent. À chaque combinaison (m,r) correspond une distribution de probabilité normale du logarithme du paramètre considéré, lnY, dont la moyenne \overline{lnY} se calcule par remplacements dans la GMPE et l'écart type σ_{lnY} est un résultat de la multi-régression non-linéaire des données. Il est donc possible de calculer la probabilité de dépasser un certain niveau y^* du paramètre Y, conditionnée par une certaine combinaison (m,r), en utilisant la loi normale de la variable lnY :

$$P(Y > y^* | m, r) = \int_{y^*}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{lnY} \sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{lnu - \overline{lnY}}{\sigma_{lnY}}\right)^2\right) du$$
(9)

Les GMPEs sont soit établies à partir des enregistrements sismiques disponibles pour une certaine source, soit choisies de la littérature en assurant une compatibilité sismologique. Pour 'intégration

des incertitudes épistémiques dans la PSHA (Chapitre V) il faut établir et/ou choisir plusieurs GMPEs pour chaque source considérée.

Dans le cas de la PSHA pour la Roumanie, les GMPEs pour les sources de surface ont été choisies de la littérature. Pour la source de profondeur intermédiaire Vrancea, quelques GMPEs de la littérature ont été évaluées et choisies et une relation spécifique a été établie, Văcăreanu *et al.*, (2015). Les auteurs ont utilisé une base de données d'enregistrements sismiques de Roumanie, Moldavie, Bulgarie et Serbie élargie avec des enregistrements de Japon, Nouvelle Zélande, Mexique, Chili, Indes, Myanmar, Martinique et Pérou : un total 704 enregistrements sismiques de 38 séismes de profondeur intermédiaire (avec une raisonnable compatibilité des mécanismes de rupture à jugement d'expert). La relation tient compte de la position par rapport aux montagnes Carpathes (régions fore-arc et back-arc) et considère les conditions de sol selon la classification de l'Eurocode 8. L'écart-type de l'équation tient compte des écarts-types des résidus inter-événements (qui caractérisent la variabilité des mouvements sismiques d'un séisme à l'autre) et des résidus intra-événements (qui caractérisent la variabilité des mouvements sismiques lors d'un même séisme). Une analyse détaillée des résidus a été faite afin d'étudier l'adéquation entre les prédictions du modèle et les valeurs mesurées du mouvement du sol.

Le séisme de Vrancea du 27.10.2004 (magnitude 6.0) est l'évènement avec le plus grand nombre d'enregistrements disponibles : 66 en Roumanie et dans les pays voisins. En Fig. 2 (a) est présentée la comparaison entre les prédictions de la GMPE spécifique et les valeurs d'accélération maximale (Peak Ground Acceleration *PGA*) enregistrées (Văcăreanu *et al.,* 2015).

Afin d'établir les meilleures GMPEs qui peuvent être utilisées pour un certain set d'enregistrements et d'établir un classement et des poids, plusieurs approches sont maintenant disponibles. Celle de Scherbaum *et al.* (2004) est parmi celles utilisées dans la PSHA pour la Roumanie. Elle implique le calcul des résidus normalisés qui, idéalement, devrait avoir une distribution normale standard. Dans Fig.2 (b) est présenté un exemple d'analyse des résidus normalisés pour la GMPE de Youngs *et al.* (1997). L'histogramme est comparé avec la loi normale standard (ligne pointillée) et avec la loi normale ajustée aux résidus normalisés (ligne continue).



FIGURE 2. (a) Séisme de Vrancea du 27.10.2004 - comparaison entre les prédictions et les valeurs *PGA* enregistrées (Văcăreanu *et al.*, 2015), et (b) Exemple d'analyse des résidus normalisés (Văcăreanu *et al.*,2013)

IV. CALCUL DU TAUX MOYEN ANNUEL DE DÉPASSEMENT

Le calcul, pour un site donné, de la probabilité de dépasser un certain niveau du paramètre y^* , en considérant une seule source sismique et toutes les combinaisons possibles de magnitudes et de distance source-site se fait à partir de la probabilité conditionnelle de dépassement (Éq. 9) en associant à chaque valeur de magnitude et de distance une probabilité, Éq. (10) :

$$P[Y > y *] = \int_{m} \int_{r} P[Y > y * |m, r] \cdot f_{M}(m) \cdot f_{R}(r) dm dr$$
(10)

où la magnitude *m* varie de m_c à m_{max} et la distance *r* entre ses valeurs minimale et maximale.

Le taux moyen annuel de dépassement de la valeur y^* se calcule en multipliant P[Y > y *] avec le taux moyen annuel de la magnitude de complétude :

$$\lambda_{y*} = \lambda_{m_c} P[Y > y*] \tag{11}$$

Quand le site est exposé à plusieurs sources sismiques, le taux moyen annuel de dépassement de la valeur y^* se calcule en faisant la somme des taux associés à chaque source :

$$\lambda_{y*} = \sum_{i=1}^{N_s} \lambda_{y_i^*}$$
 (12)

où *Ns* est le nombre total de sources et $\lambda_{y_i^*}$ est le taux moyen annuel de la source *i* (*i* = 1 ÷ *Ns*).

V. CONSIDÉRATION DES INCERTITUDES ÉPISTÉMIQUES

Les modèles probabilistes associés aux paramètres de la sismicité et des mouvements sismiques assurent l'intégration des incertitudes aléatoires dans l'analyse. La prise en compte des incertitudes épistémiques (dues à un manque de connaissances) a été introduite dans les années '80-'90 (Kulkarni *et al.*, 1984, Budnitz *et al.*, 1997, etc.) par l'utilisation des arbres logiques dont chaque branche représente une alternative scientifiquement acceptable de PSHA.

Dans Fig. 3 est présenté l'arbre logique utilisé dans une PSHA pour la Roumanie en 2016. Les poids des branches sont basés sur des opinions d'experts dans le cas du catalogue sismique et de la magnitude maximale et sur l'analyse du meilleur ajustement dans le cas des équations de prédiction des mouvements sismiques (Chapitre III). Le calcul avec arbre logique du taux moyen annuel de dépassement de la valeur y^* se fait tout d'abord sur chaque branche et à la fin est faite la somme pondérée des résultats associés à toutes les branches (le facteur de pondération d'une branche est le produit des poids des hypothèses considérées sur la respective branche).

VI. RÉSULTATS

Si pour un site on répète le calcul du taux moyen de dépassement pour des différentes valeurs du paramètre *y*, en tenant compte de toutes les sources et en intégrant les incertitudes épistémiques, on obtient la courbe d'aléa sismique au site qui présente la variation du taux moyen annuel de dépassement avec *y* (à titre d'exemple, la Fig. 4 (a) présente la courbe pour la capitale Bucarest).



FIGURE 3. PSHA Roumanie – Arbre logique (Văcăreanu et al., 2016)

En utilisant la loi de Poisson nous pouvons exprimer la courbe d'aléa en termes de probabilité de dépassement dans un certain nombre d'années (par exemple, la courbe des taux annuels pour Bucarest est convertie en courbe de probabilité de dépassement en 50 ans, Fig. 4 (b)). À l'aide de la deuxième version de courbe nous pouvons obtenir la valeur réglementaire de l'accélération maximale du sol en fonction de la probabilité de dépassement en 50 ans recommandée par le code.



FIGURE 4. Bucarest – (a) Courbe d'aléa sismique en termes de taux moyen annuel de dépassement, et (b) en termes de probabilité de dépassement en 50 ans

La PSHA pour la Roumanie prend en considération 14 sources sismiques, dont 13 sources de surface et une source de profondeur intermédiaire. 5 sources sont sur le territoire national, 6 sont situés dans les régions de frontière avec la Hongrie, la Bulgarie, la Serbie et l'Ukraine, 1 source en Serbie et 2 sources en Bulgarie. Le calcul qui intègre la contribution de toutes les sources et des incertitudes aléatoires et épistémiques est fait dans tous les nœuds d'un réseau uniforme sur la latitude et la longitude ($0.1^{\circ} \times 0.1^{\circ}$). À partir des courbes d'aléa les valeurs spectrales sont obtenues pour les probabilités recherchées. Par exemple, dans Fig. 5 est présentée la carte de zonage de l'accélération maximale du sol ayant 10% probabilité de dépassement en 50 ans.

VII. CONSIDÉRATIONS FINALES

La PSHA est en perpétuelle évolution en raison des développements théoriques et méthodologiques et de l'accumulation de nouvelles données instrumentales. Les cartes nationales de zonage règlementaire doivent être révisées afin de tenir compte de ces développements. Parfois un changement de la probabilité de dépassement réglementaire peut aussi être envisagé par les autorités. En Roumanie, le Ministère du développement, des travaux publics et de l'administration vient de finir (2023) les procédures d'attribution du projet pour la révision du Code P100-1/2013 pour la conception parasismique des bâtiments. L'Université technique de constructions de Bucarest a été chargée d'élaborer, en 24 mois la nouvelle version du Code. La nouvelle PSHA va bénéficier de la mise à jour des informations sismologiques (sources et catalogue sismiques, dans la période 2014-2022 un total de 56 séismes de magnitude supérieure à 4 se sont produits sur le territoire, y inclus cinq avec magnitudes de 5.2 à 5.6), des nouvelles équations de prédiction des

mouvements sismiques, d'une meilleure intégration des incertitudes épistémiques, et va fournir aux autorités des cartes de zonage avec différentes probabilités de dépassement. La considération des incertitudes demeura un point critique car la nature ne cesse de produire des surprises, comme on a tragiquement pu constater dans les dernières décennies, par exemple lors des séismes de 2011 au Japon (Tohoku) et Nouvelle Zélande (Christchurch).



FIGURE 5. Roumanie - Carte de zonage de l'accélération maximale du sol ayant 10% probabilité de dépassement en 50 ans (Pavel *et al.,* 2016)

REMERCIEMENTS

Cette étude a reçu un support partiel du Projet "SETTING Integrated thematic services in the field of Earth observation - a national platform for innovation", cofinancé par le Fonds européen de développement régional dans le cadre du Programme opérationnel "Compétitivité" 2014-2020.

RÉFÉRENCES

S. T. Algermissen, D. M. Perkins. (1976). A probabilistic estimate of maximum acceleration in rock in the contiguous US. *USGS Open-File Report* 76-416, <u>https://doi.org/10.3133/ofr76416</u>

B. Gutenberg, C. F. Richter. (1944). "Frequency of Earthquakes in California", p. 186, Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 34, iss. 4, pp. 185-188.

R. Budnitz, G. Apostolakis, D. Boore. (1997). Recommendations for probabilistic seismic hazard analysis: guidance on uncertainty and use of experts. *Nuclear Regulatory Commission*, US.

C.A. Cornell. (1968), Engineering seismic analysis, Bull. Seismol. Soc. Am. 58, 1583–1606.

EN 1998–1:2004 (2004), Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance, Part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings, Brussels, CEN.

F. Pavel, R. Vacareanu, J. Douglas, M. Radulian, C. Cioflan, A.Barbat. (2016). An Updated PSHA for Romania and Comparison with the Approach and Outcomes of the SHARE Project. *Pure Appl. Geophys.* 173, 1881–1905. <u>https://doi.org/10.1007/s00024-015-1223-6</u>

A. Kijko. (2004). Estimation of the Maximum Earthquake Magnitude, m_{max}. *Pure appl. geophys*. 161, 1655–1681. <u>https://doi.org/10.1007/s00024-004-2531-4</u>

R.B. Kulkarni, R.R. Youngs, K.J. Coppersmith. (1984). Assessment of confidence intervals for results of seismic hazard analysis. In: *Proceedings of the Eighth World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs NJ U.S.A., vol. 1, pp. 263-270

P100-1/2013 (2013), Code for seismic design – Part I – Design prescriptions for buildings, Bucharest, Ministry of Regional Development and Public Administration.

R. K. McGuire and W. J. Arabasz, (1990). 12. An Introduction to Probabilistic Seismic Hazard Analysis. *Investigations in Geophysics* : 333-354. <u>https://doi.org/10.1190/1.9781560802785.ch12</u>

S. D. Poisson. (1837). Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, Bachelier, Paris.

F. Scherbaum, F. Cotton, P. Smit. (2004). On the use of response spectral-reference data for the selection and ranking of ground-motion models for seismic-hazard analysis in regions of moderate seismicity: the case of rock motion. *Bull. Seism. Soc. Am.* 94(6):2164–2185, https://doi.org/10.1785/0120030147

SETTING Project (2021-2023): Integrated thematic services in the field of Earth observation – a national platform for innovation, co-financed from the European Regional Development Fund through the Competitiveness Operational Programme 2014-2020, <u>https://setting.epos-ro.eu/</u>

R. Văcăreanu, A. Aldea, D. Lungu, F. Pavel, C. Neagu, C. Arion, S. Demetriu, M. Iancovici (2016). Probabilistic Seismic Hazard Assessment for Romania. In: D'Amico, S. (eds) *Earthquakes and Their Impact on Society*. Springer Natural Hazards. <u>https://doi.org/10.1007/978-3-319-21753-6_5</u>

R. Vacareanu, M. Radulian, M. Iancovici, F. Pavel, C. Neagu. (2015). Fore-Arc and Back-Arc Ground Motion Prediction Model for Vrancea Intermediate Depth Seismic Source, *Journal of Earthquake Engineering*, 19:3, 535-562, <u>https://doi.org/10.1080/13632469.2014.990653</u>

R. Văcăreanu, F. Pavel, A. Aldea. (2013). On the selection of GMPEs for Vrancea subcrustal seismic source. Bull Earthquake Eng 11, 1867–1884. <u>https://doi.org/10.1007/s10518-013-9515-7</u>

R.R. Youngs, S.J. Chiou, W.J. Silva, J.R. Humphrey. (1997) Strong ground motion attenuation relationships for subduction zone earthquakes. *Seism. Res. Lett.* 68(1):58–73, <u>https://doi.org/10.1785/gssrl.68.1.58</u>