

# Estimation de facteurs géométriques pour des mesures de résistivité avec des géométries de complexité croissante dans le béton

Sérgio Palma Lopes<sup>1</sup>, Marie-Ange Eid<sup>2</sup>, Houssein Ibrahim<sup>2</sup>, Géraldine Villain<sup>2</sup>, Stéphanie Bonnet<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Univ Gustave Eiffel, GERS-GeoEND, Campus de Nantes, F-44344 Bouguenais, France

<sup>2</sup> Univ Gustave Eiffel, MAST-LAMES, Campus de Nantes, F-44344 Bouguenais, France

<sup>3</sup> Nantes Université, École Centrale Nantes, GeM, CNRS UMR 6183, F-44600 Saint-Nazaire, France

**RESUME** Les mesures de résistivité électrique sont appliquées aux bétons depuis plusieurs décennies, notamment pour leur sensibilité aux teneurs en eau et en ions chlorures, paramètres essentiels lorsqu'on s'intéresse à la durabilité des ouvrages. Pour passer des résistances de transfert mesurées aux résistivités apparentes, il est nécessaire de bien estimer les facteurs géométriques correspondants. Ces facteurs dépendent de la géométrie et des dimensions du spécimen de béton ausculté, ainsi que des positions des électrodes et de leurs formes. Or les géométries de mesure se complexifient de plus en plus, notamment avec le développement de capteurs multi-électrodes noyés, avec des électrodes non ponctuelles et des structures de capteurs plus influentes. De telles géométries sont actuellement déployées dans deux projets ANR (SCaNING et DEMCOM), pour lesquels l'estimation précise de nombreux facteurs géométriques est nécessaire à l'analyse des données. Cet article rappelle différentes approches qui permettent l'estimation des facteurs géométriques, ainsi que leurs limitations. Il propose ensuite une méthodologie numérique permettant de cadrer ces estimations. Des configurations tirées des deux projets illustrent la démarche.

**Mots-clés** Facteur géométrique, Résistivité électrique, Modélisation numérique, Capteur multi-électrodes noyé, Durabilité du béton

**Key-words** Geometrical Factor, Electrical Resistivity, Numerical Modeling, Multielectrode embedded Sensor, Concrete Durability

## I. INTRODUCTION

Les mesures de résistivité électrique à courant continu sont appliquées aux bétons depuis plusieurs décennies [Monfore, 1968 ; McCarter et al., 1981 ; Polder, 2001], notamment pour leur sensibilité à la teneur en eau et à la teneur en sels dans l'espace poral [Saleem et al., 1996 ; Villain et al., 2015], paramètres d'une grande importance pour l'étude de la durabilité des ouvrages en béton. Les quantités mesurées (résistances de transfert) sont extrêmement influencées par les géométries de mesure et ne donnent pas directement accès à la résistivité du béton et sa variabilité spatiale. Il est alors nécessaire de déduire des résistivités apparentes à partir de ces mesures et d'une estimation

aussi précise que possible des facteurs géométriques correspondants. Si les principes d'estimation des facteurs géométriques sont généralement connus, leur obtention est peu détaillée dans la littérature. Or les géométries de mesure se complexifient continuellement, par exemple avec le développement de capteurs multi-électrodes noyés [Badr et al., 2019], pour lesquels les formes des électrodes et la structure du capteur ne peuvent plus être négligées. Des variantes de ces capteurs sont actuellement déployées dans deux projets ANR, ScaNING [Villain et al., 2021] et DEMCOM [Bonnet et al., 2021], afin d'assurer le monitoring de différents bétons et d'extraire des profils de teneur en eau et en chlorures à différents stades.

Dans cet article, nous commençons par rappeler les différentes approches qui permettent l'estimation de facteurs géométriques et leurs limites. Puis nous proposons une méthodologie numérique par étapes, permettant de comprendre et valider ces estimations, notamment sur la base de solutions analytiques. Cette démarche est illustrée par deux cas d'étude tirés des projets ScaNING et DEMCOM. Enfin nous concluons sur la démarche.

## II. MÉTHODES D'ESTIMATION DES FACTEURS GÉOMÉTRIQUES

### A. Principe et définitions

Une mesure électrique, dite « à courant continu » et schématisée Fig. 1, consiste à injecter du courant électrique dans le milieu étudié au moyen de deux électrodes de courant (notées C1 et C2) et à mesurer des différences de potentiel (ddp) au moyen d'une paire d'électrodes de potentiel (notées P1 et P2). Si  $I$  (A) est l'intensité du courant et  $\Delta V$  (V) la ddp mesurée, on peut en déduire la résistance de transfert de ce quadripôle :  $R = \Delta V / I$  ( $\Omega$ ). Cette quantité dépend très fortement de la géométrie et des espacements inter-électrodes. Pour s'en affranchir, il est nécessaire de la normaliser [Marescot et al., 2006] par la réponse électrique  $R_0$  ( $\Omega$ ) obtenue pour une géométrie rigoureusement identique, mais sur un matériau homogène (de résistivité  $\rho_0$ , en  $\Omega.m$ ) :

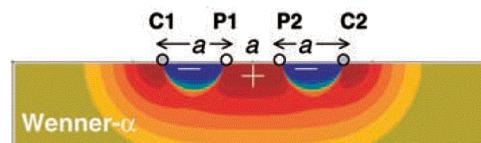
$$\rho_a = \frac{R}{R_0} \rho_0 \quad (1)$$

où  $\rho_a$  ( $\Omega.m$ ) est la résistivité apparente.

L'équation (1) s'écrit communément sous la forme :

$$\rho_a = GR = G \frac{\Delta V}{I} \quad (2)$$

où  $G = \frac{\rho_0}{R_0}$  (m) est le facteur géométrique. Estimer un facteur géométrique revient donc à estimer la réponse  $R_0$  d'un matériau homogène, pour une géométrie identique à celle de la vraie mesure.



**FIGURE 1.** Schéma de principe d'une mesure électrique (exemple d'une configuration Wenner) et distribution de sensibilité associée (échelle arbitraire) (d'après [Dalhin et Zhou, 2004]).

### B. Approche analytique

Le problème électrique à courant continu est régi par une équation de Poisson faisant intervenir les distributions de résistivité et de potentiel électrique dans le milieu, pour des sources de courant

données. Dans certains cas particuliers, cette équation admet une solution analytique. Il est alors possible de calculer facilement et précisément des facteurs géométriques. Citons deux cas particuliers qui seront utiles ici.

Tout d'abord le cas d'un spécimen de matériau parfaitement homogène et ayant la forme d'un cylindre droit. Lorsque les électrodes de courant sont confondues avec les faces opposées du cylindre, la ddp entre deux points du milieu ne dépend que la distance les séparant selon la génératrice [Du Plooy et al., 2013] et le facteur géométrique a une expression simple :

$$G = A/L \quad (3)$$

où  $A$  ( $m^2$ ) est l'aire de la section du cylindre et  $L$  (m) la distance entre les électrodes de potentiel suivant la génératrice.

Ensuite le cas du milieu semi-infini et homogène. Lorsque les électrodes sont ponctuelles (mais pas forcément superficielles), le potentiel électrique décroît comme l'inverse de la distance à une source de courant et le facteur géométrique prend la forme analytique :

$$G = \frac{4\pi}{\left(\frac{1}{c_1 p_1} + \frac{1}{c_1' p_1}\right) - \left(\frac{1}{c_1 p_2} + \frac{1}{c_1' p_2}\right) - \left(\frac{1}{c_2 p_1} + \frac{1}{c_2' p_1}\right) + \left(\frac{1}{c_2 p_2} + \frac{1}{c_2' p_2}\right)} \quad (4)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des sources virtuelles, images respectives de  $C_1$  et  $C_2$  par rapport à la surface plane du milieu semi-infini.

### C. Approche expérimentale

Lorsque la géométrie du problème le permet, les facteurs géométriques peuvent être estimés expérimentalement [Minagawa et al., 2023]. On réalise alors un modèle expérimental de géométrie identique (ou homothétique) à la situation réelle, dans un matériau conducteur de résistivité électrique connue, et dont on peut maîtriser l'homogénéité au laboratoire. En pratique, les électrodes sont placées aux positions voulues et on réalise les mesures de résistance de transfert  $R_m$  sur tous les quadripôles souhaités. Parallèlement, la conductivité électrique  $\sigma$  (S/m) du milieu doit être connue ou mesurée précisément. Le facteur géométrique expérimental est alors estimé par :

$$G_{exp} = \frac{1}{\sigma R_m} \quad (5)$$

Les difficultés de cette approche sont celles de toute expérimentation au laboratoire (précision des appareils de mesure, conditions contrôlées). Mais la qualité du résultat dépend également de la capacité à reproduire fidèlement la géométrie du problème réel.

### D. Approche numérique et méthodologie

Dans le cas général, le problème n'admet pas de solution analytique. On peut alors avoir recours à la méthode des éléments finis qui permet de modéliser le problème électrique pour des géométries arbitraires [Marescot et al., 2006 ; Minagawa et al., 2023]. Le résultat sera approché mais sa précision peut être affinée, au prix d'un calcul plus lourd. Cela nécessite l'utilisation d'un code de calcul permettant la discrétisation du milieu en éléments finis, l'imposition des conditions aux limites et des sources de courant, et la résolution de l'équation de Poisson. Ici nous utilisons le progiciel Comsol Multiphysics pour obtenir les facteurs géométriques de configurations quelconques et tri-dimensionnelles (3D).

Dans la méthodologie décrite plus loin, nous partons systématiquement d'une géométrie très simplifiée afin de pouvoir comparer les résultats à une situation admettant une solution analytique.

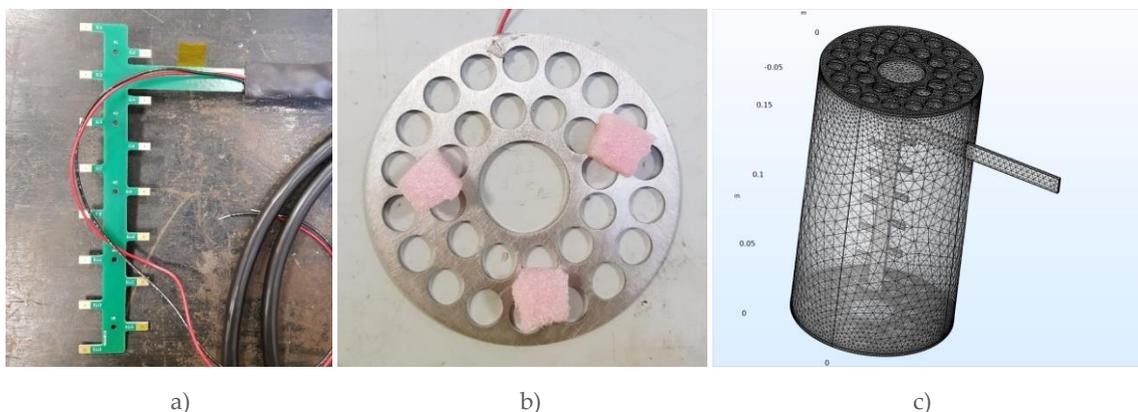
Cette comparaison est utile pour estimer les erreurs numériques et optimiser les paramètres du maillage en éléments finis. Dans un second temps, nous complexifions la géométrie par étapes jusqu'à atteindre la géométrie du problème réel. Les résultats de chaque étape sont également comparés aux valeurs analytiques, ce qui permet d'analyser l'influence de chaque élément de la géométrie séparément.

### III. CAS D'ÉTUDE N°1

Ce premier cas d'étude est tiré du projet DEMCOM [Bonnet et al., 2021].

#### A. Description de la géométrie

Le capteur de résistivité noyé est directement inspiré de celui développé par Badr et al. [2019]. La partie centrale est fabriquée en circuit imprimé. Cette partie, dite « échelle », est électriquement isolante, sauf au niveau des 15 électrodes de mesure espacées tous les cm (Fig. 2a) et qui sont des pistes de cuivre de  $3 \times 5 \text{ mm}^2$  recouvertes d'un alliage protecteur (Ni-Au). Les électrodes d'injection sont des grilles d'acier inox perforées (Fig. 2b), positionnées aux extrémités de l'échelle.

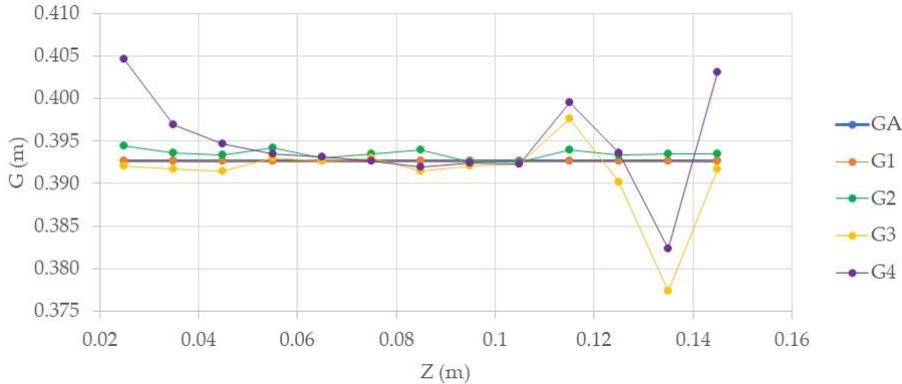


**FIGURE 2.** Vues du capteur de résistivité « DEMCOM » – a) Echelle en circuit imprimé à 15 électrodes – b) Une des grilles d'injection de courant – c) Maillage du modèle numérique du capteur complet dans l'éprouvette de béton.

Ce capteur a été noyé dans un certain nombre d'éprouvettes cylindriques de béton, de diamètre 10 cm et hauteur 17 cm, en veillant à ce que les grilles d'injection restent parallèles et centrées sur l'axe de l'échelle (Fig. 2). Les mesures sont réalisées par injection de courant entre les grilles et mesures des différences de potentiel aux bornes de toutes les paires d'électrodes du même côté de l'échelle (7 paires à gauche, 6 paires à droite, Fig. 2). Il y a donc 13 facteurs géométriques à estimer.

#### B. Estimation numérique des facteurs géométriques

Les facteurs géométriques sont représentés Fig. 3 pour les 13 configurations d'électrodes. Par convention, chaque facteur géométrique est représenté à une position  $Z$  (m) dans l'éprouvette cylindrique correspondant à la position du milieu de la paire d'électrodes de potentiel correspondantes.



**FIGURE 3.** Facteurs géométriques  $G_i$  des différentes configurations d'électrodes en fonction de la position  $Z$  dans l'éprouvette cylindrique, pour la solution analytique (GA), le modèle de géométrie complète (G4) et 3 modèles intermédiaires (G1, G2, G3).

Nous calculons d'abord la solution numérique pour des électrodes de mesure ponctuelles, les électrodes d'injection étant des disques (et non des grilles perforées) et sans présence du corps isolant de l'échelle en circuit imprimé. Cette situation admet une solution analytique GA donnée par l'équation (3). Après optimisation des paramètres du maillage, cette solution numérique (G1) montre des facteurs géométriques quasi-identiques à ceux de la solution analytique (écarts relatifs inférieurs à  $3 \cdot 10^{-5}$ ). Ensuite nous ajoutons la géométrie réelle par étapes successives : d'abord la forme réelle des électrodes de potentiel (G2) qui induit une légère augmentation des facteurs. S'agissant de pastilles métalliques, très conductrices et de surface finie, elles ont pour effet de diminuer les potentiels en leur voisinage et donc d'augmenter les facteurs géométriques. Puis nous ajoutons la présence de l'échelle isolante qui supporte ces électrodes (G3), ce qui inclut le bras isolant qui ressort de l'éprouvette (Fig. 2). Du fait de la présence d'un isolant au voisinage des électrodes, les potentiels augmentent à nouveau donc les facteurs géométriques diminuent légèrement, en dehors de la position du bras. Au voisinage du bras, le facteur géométrique augmente (à  $Z = 11.5$  cm) puis diminue (à  $Z = 13.5$  cm) significativement. Pour comprendre ces effets, il faut analyser le recouvrement entre le volume du bras isolant et les lobes de sensibilité positive ou négative de chaque configuration d'électrodes, par analogie avec les lobes représentés Fig. 1. Enfin nous intégrons la forme réelle des grilles (perforées, G4), ce qui a pour effet d'augmenter sensiblement les facteurs géométriques vers les extrémités du capteur. En effet, à proximité des grilles, la redistribution des lignes de courant dues à leurs perforations sont nettement plus mesurables qu'au centre de l'éprouvette. L'écart relatif entre les facteurs G3 et G4 atteint 3.3% à  $X = 2.5$  cm et 2.8% à  $X = 14.5$  cm.

### III. CAS D'ÉTUDE N°2

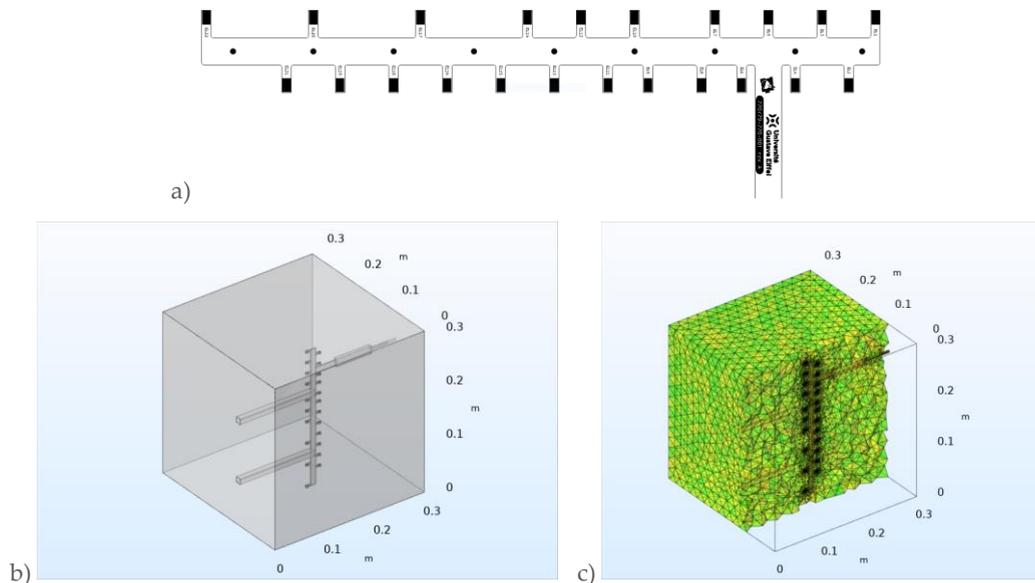
Ce second cas d'étude est tiré du projet ScaNING [Villain et al., 2021].

#### A. Description de la géométrie

Le capteur de résistivité noyé est également inspiré du capteur développé par Badr et al. [2019]. Dans le cas présent, les électrodes sont au nombre de 22 et sont positionnées suivant des espacements irréguliers sur l'échelle (Fig. 4). Nous présentons ici le cas d'une éprouvette de béton

équipée simplement d'une échelle d'électrodes, sans les grilles d'injection de courant (Fig. 4). Les configurations de mesure se basent sur des combinaisons de quatre électrodes parmi les 22 électrodes de l'échelle. Pour tous les quadripôles interrogés, les quatre électrodes sont du même côté de l'échelle. Au total, il y a 17 configurations et donc 17 facteurs géométriques à estimer.

L'éprouvette de béton est un cube de 30 cm de côté. L'échelle en circuit imprimé est placée suivant l'axe vertical Z, mais pas tout à fait au centre du cube (la position précise a été mesurée à  $\pm 1$  mm dans les trois directions). Comme précédemment, l'échelle isolante comporte un bras qui sert à raccorder le capteur au résistivimètre à l'extérieur de l'éprouvette. Enfin, elle est maintenue par deux bras de fixation, également isolants, de section carrée  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  (Fig. 4).



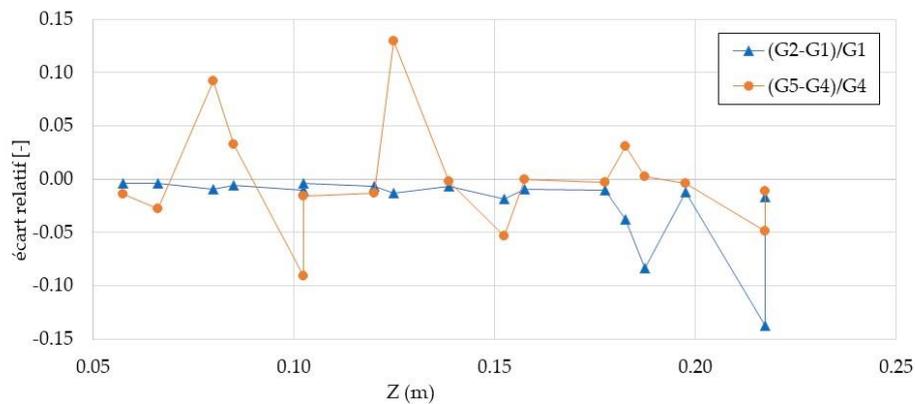
**FIGURE 4.** Vues du capteur de résistivité « SCaNING » – a) Plan de fabrication de l'échelle en circuit imprimé – b) Modèle 3D de la géométrie complète – c) Vue éclatée du maillage du modèle complet.

### B. Estimation numérique des facteurs géométriques

La méthodologie appliquée est similaire à celle du premier cas d'étude mais en partant d'une solution analytique qui correspond à des électrodes ponctuelles dans un milieu semi-infini homogène : les facteurs géométriques GA sont donnés par l'équation (4). Les facteurs géométriques G1 sont estimés pour des électrodes ponctuelles dans un modèle de dimensions telles qu'elles puissent être considérées comme « infinies » (effets de bord négligeables). Après optimisation des paramètres du maillage, les facteurs géométriques GA et G1 sont identiques à  $\pm 0.03\%$  près. Puis nous complexifions progressivement la géométrie et obtenons les facteurs géométriques : G2 pour un modèle cubique de côté 30 cm, G3 avec des électrodes aux dimensions réelles, G4 avec la présence de l'échelle isolante (mais sans son bras de raccordement) et G5 en ajoutant le bras de raccordement de l'échelle et les deux bras de fixation. Les étapes G3 (électrodes non ponctuelles) et G4 (présence de l'échelle isolante) ont des effets similaires à ceux décrits dans le cas d'étude n°1. Les étapes G2 (milieu fini) et G5 (présence des bras) sont celles qui ont les effets les plus significatifs. Afin de les visualiser, nous représentons sur la Fig. 5 les écarts relatifs  $(G2-G1)/G1$  et  $(G5-G4)/G4$  pour les 17 configurations d'électrodes en fonction de la position Z moyenne des quatre électrodes

de chaque configuration. Les espacements entre électrodes n'étant pas réguliers, certaines configurations partagent la même position moyenne sur l'axe Z.

Les écarts relatifs  $(G_2-G_1)/G_1$  sont tous négatifs car les effets de bord présents pour les coefficients  $G_2$  (milieu fini) font augmenter les ddp et donc diminuer les facteurs géométriques. On note aussi que ces effets sont d'autant plus marqués que les électrodes sont proches du fond de l'éprouvette à distance finie (effet de bord) et que les espacements inter-électrodes (et donc les profondeurs d'investigation) sont grands. Les écarts relatifs  $(G_5-G_4)/G_4$  présentent des pics significatifs qui sont spatialement corrélés aux positions des trois bras isolants le long de l'axe Z. La valeur et le signe de chaque pic tient aux influences concurrentes et parfois contre-intuitives des espacements inter-électrodes et surtout du recouvrement entre le volume des bras isolants et les lobes de sensibilité positive ou négative de chaque configuration d'électrodes (par analogie avec la Fig. 1).



**FIGURE 5.** Ecarts relatifs  $(G_j-G_i)/G_i$  entre des modèles  $i$  et  $j$  de complexité géométrique différente, pour les 17 configurations d'électrodes en fonction de la position  $Z$  dans l'éprouvette cubique.

#### IV. CONCLUSION

Les mesures de résistivité électrique à courant continu appliquées aux bétons nécessitent une bonne estimation des facteurs géométriques pour obtenir les résistivités apparentes. Par ailleurs, les géométries de mesure sont de plus en plus complexes, notamment avec le développement de capteurs noyés, avec des électrodes qui ne peuvent plus être considérées comme ponctuelles et la structure des capteurs ou leurs fixations qui influencent significativement les mesures. Après avoir rappelé les méthodes (analytique, expérimentale, numérique) d'estimation de facteurs géométriques, nous avons présenté une méthodologie numérique qui permet de partir d'une solution analytique et de s'en éloigner par étapes, en se rapprochant de la géométrie réelle du cas d'étude. Cette méthodologie, illustrée par deux cas d'étude (tirés des projets ScaNING et DEMCOM), a permis d'estimer les erreurs numériques, de valider les estimations des facteurs géométriques et de comprendre l'influence de chaque élément de la géométrie. Pour une compréhension plus poussée, il est possible de mener une étude des distributions de sensibilité de ces configurations d'électrodes et avec la géométrie complète du problème. Même si certaines analyses de mesures ne nécessitent pas de connaître les facteurs géométriques (e.g. étude de variations relatives), il est probable que l'estimation précise de ces facteurs continuera d'avoir un rôle important pour l'évaluation de certaines propriétés du béton.

## REMERCIEMENTS

Les auteurs et autrices remercient l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) pour le financement des projets ANR-2020-CE22-0015 ScaNING et ANR-2020-CE22-0008 DEMCOM.

## REFERENCES

- Badr, J., Fargier, Y., Palma Lopes, S., Deby, F., Balayssac, J.-P., Delepine-Lesoille, S., Cottineau, L.-M. and Villain, G. (2019). Design and validation of a multi-electrode embedded sensor to monitor resistivity profiles over depth in concrete. *Construction and Building Materials*, 223, 310-321. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.06.226>
- Bonnet, S., et al. (2021). Projet Collaboratif ANR DEMCOM. 12<sup>ème</sup> Colloque National Eolien, session Journées Scientifiques de l'Eolien, organisé par l'IFPEN et FEE, 11 & 12 Octobre, Paris (France).
- Dahlin, T., Zhou, B. (2004). A numerical comparison of 2D resistivity imaging with 10 electrode arrays. *Geophysical prospecting*, 52(5), 379-398, <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2004.00423.x>
- Du Plooy, R., Palma Lopes, S., Villain, G., Dérobert, X. (2013). Development of a multi-ring resistivity cell and multi-electrode resistivity probe for investigation of cover concrete condition. *NDT & E International*, 54, 27-36. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2012.11.007>
- Marescot, L., Rigobert, S., Palma Lopes, S., Lagabrielle, R., Chapellier, D. (2006). A general approach for DC apparent resistivity evaluation on arbitrarily shaped 3D structures. *Journal of Applied Geophysics*, 60(1), 55-67. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2005.12.003>
- McCarter, W., Forde, M., and Whittington, H. (1981). Resistivity characteristics of concrete. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 71(1), 107-117. <https://doi.org/10.1680/jicep.1981.2142>
- Minagawa, H., Miyamoto, S., Kurashige, I., Hisada, M. (2023). Appropriate geometrical factors for four-probe method to evaluate electrical resistivity of concrete specimens. *Construction and Building Materials*, 374, 130784. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.130784>
- Monfore, G. (1968). The electrical resistivity of concrete. *Journal of the PCA Research and Development*, 10(2), 35-48.
- Polder, R. (2001). Test methods for on site measurement of resistivity of concrete - a RILEM TC-154 technical recommendation. *Construction and Building Materials*, 15, 125-131. [https://doi.org/10.1016/S0950-0618\(00\)00061-1](https://doi.org/10.1016/S0950-0618(00)00061-1)
- Saleem, M., Shameem, M., Hussain, S., and Maslehuddintf, M. (1996). Effect of moisture, chloride and sulphate contamination on the electrical resistivity of Portland cement concrete. *Construction and Building Materials*, 10(3), 209-214. [https://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00078-X](https://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00078-X)
- Villain, G., Ihamouten, A., du Plooy, R., Palma Lopes, S., and Dérobert, X. (2015). Use of electromagnetic non-destructive techniques for monitoring water and chloride ingress into concrete. *Near Surface Geophysics*, 13(3), 299-309. <https://doi.org/10.3997/1873-0604.2015016>
- Villain, G., Balayssac, J.-P., Garnier, V., Sbartäi, M., Yven, B., Hénault, J.-M., Dérobert, X., Chaix, J.-F., Le Cam, V., Palma Lopes, S., Abraham, O. (2021). Projet ScaNING : Suivi des infrastructures neuves et existantes par Capteurs Noyés pour évaluer les Indicateurs Nécessaires à leur Gestion durable. *Academic Journal of Civil Engineering*, 38(2), 94-98. <https://doi.org/10.26168/ajce.38.2.22>