

Modèle cohésif frottant anisotrope 3D pour le calcul homogénéisé des ouvrages maçonnés

Pierre Morenon^{1,2}, Alain Sellier¹, Etienne Grimal³, Romain Tajetti³, Philippe Kolmayer³

¹LMDC, Université de Toulouse, UPS/ INSA, Toulouse, France

²Toulouse Tech Transfert, Toulouse, France

³EDF CIH, La Motte-Servolex, France

RESUME La maçonnerie est un multi-matériaux complexe composé de blocs, de joints et d'interfaces orientées. Le comportement mécanique est donc anisotrope, non-linéaire avec différents types de fissuration. L'objectif des travaux proposés ici est d'entreprendre la prise en compte d'anisotropies de résistances initiales tant en traction qu'en compression-cisaillement pour le joint et l'interface. Parmi les méthodes disponibles dans les logiciels de calcul, l'utilisation d'un matériau homogénéisé avec un code éléments finis paraît la plus adaptée pour le calcul de grands ouvrages avec des temps de calculs maîtrisés. Un modèle homogénéisé cohésif frottant anisotrope 3D est proposé. Il peut être chaîné à différentes lois de comportement existantes représentant le comportement des blocs : élastiques, endommageables ou plastiques. Il est à noter que la phase élastique de ces modèles peut être isotrope ou anisotrope. Quelques applications à l'échelle de quelques blocs sont ensuite présentées.

Mots-clefs modélisation, joints, anisotropie, cohésif-frottant, endommagement

I. INTRODUCTION

De nombreux ouvrages en maçonnerie ornent le paysage français tels que des ponts, des bâtiments, des barrages ou des cathédrales. Le maintien de ce patrimoine nécessite l'estimation de sa tenue structurelle par le calcul de son état de stabilité (D'Altri et al., 2019; Roca et al., 2010). La maçonnerie est un multi-matériaux complexe composé de blocs, de joints et d'interfaces. Il en résulte un comportement mécanique anisotrope par géométrie (orientation des lits de blocs). De plus, les matériaux qui composent la maçonnerie (pierres, briques, mortiers) sont non-linéaires avec des comportements post-pics adoucissants (Ludovico-Marques et al., 2012), une anisotropie géométrique (anisotropie géologique des pierres par exemple) et une unilatéralité traction-compression (Lourenço, 1998). Enfin, la nature même de ce multi-matériaux (ou de structures composées de joints comme des reprises de bétonnages) génère la création d'interfaces qui induit des non-linéarités. Ces interfaces sont des zones de « faiblesse » préférentielle de ces matériaux (les matériaux avec des mortiers-colles dont la résistance de l'interface peut être supérieure à celle des blocs ne sont pas adressés ici). C'est cependant la grande force des ouvrages en maçonnerie qui

peuvent se déformer avec de grandes amplitudes tout en gardant une intégrité structurale grâce à leur grande souplesse.

Dès la phase élastique, le comportement des structures à joints est souvent anisotrope (Almeida and Lourenço, 2020). Ce comportement est induit par l'orientation et la position des lits.

En traction, l'interface a un comportement post-pic adoucissant mais le pic de contrainte est souvent atteint pour de faibles valeurs comparées aux matériaux seuls. La stéréotomie et notamment le décalage de blocs entre deux lits crée une anisotropie du comportement en traction (FIGURE 1, (Schubert, 1994)).

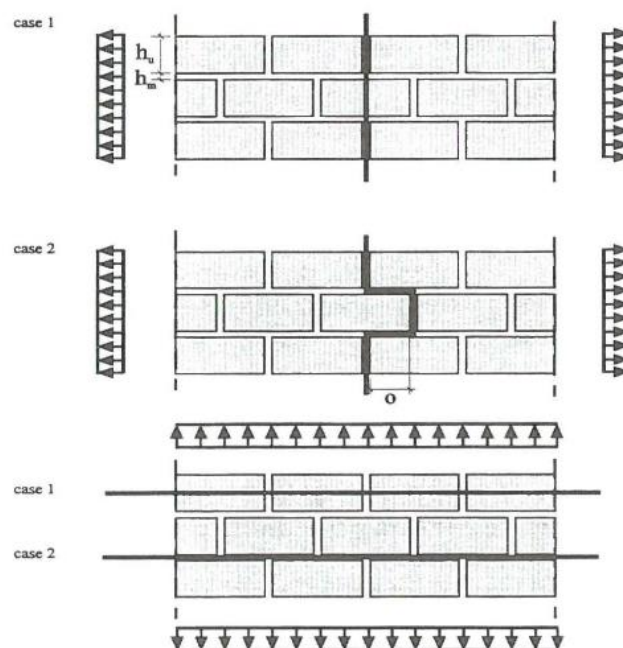


FIGURE 1. Fissurations possibles pour une maçonnerie en traction parallèle ou perpendiculaire au joint horizontal (Schubert, 1994)

En cisaillement, un comportement cohésif-frottant est le plus souvent observé (FIGURE 2, (Venzal, 2020)). Après une phase élastique (phase A-B sur la FIGURE 2), un endommagement s'initie jusqu'à atteinte du pic cohésif (phase dilatante) qui dépend de la cohésion du matériau mais également de la contrainte normale appliquée au joint (phase B-C avant le pic). Le comportement est ensuite adoucissant mais tend vers une asymptote (phase C-D) dépendant de la contrainte normale, générée par le frottement des deux lèvres de fissures. En compression, c'est le matériau composant les blocs qui vient à rupture car le joint est confiné (Chaimoon and Attard, 2007).

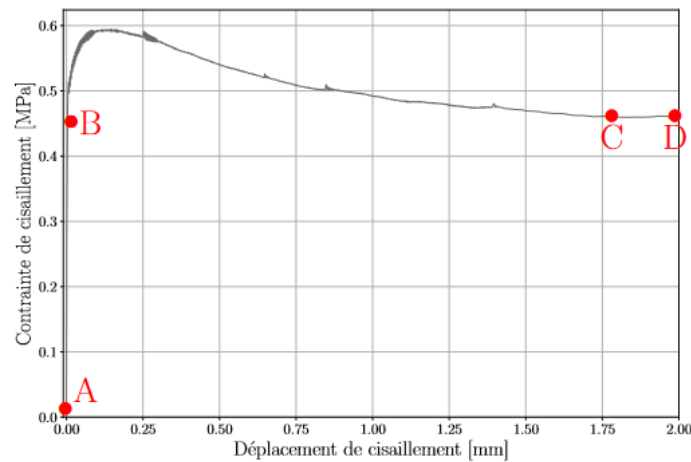


FIGURE 2. Résultat Contrainte – Déplacement en cisaillement sur un triplet avec contrainte normale de 0.4 MPa (Venzal, 2020) : A-B phase élastique, B-C phase intermédiaire d'endommagement de la cohésion et du début du frottement, C-D palier frottant

Le comportement mécanique est donc anisotrope, non-linéaire avec différents types de fissuration. L'objectif des travaux proposés ici est d'entreprendre la création d'un modèle non-linéaire 3D avec prise en compte d'anisotropies de résistances initiales tant en traction qu'en compression-cisaillement pour reproduire les principaux phénomènes mécaniques susceptibles de se produire dans un ouvrage maçonné

Dans un premier temps, l'utilisation de critères de plasticité complexes et anisotropes (Hill par exemple (Hill, 1948)) a été envisagée. Cependant, les critères écrits en contraintes principales ou en invariant ((Drucker and Prager, 1952), ne paraissent pas totalement adaptés au comportement de la maçonnerie, notamment sous certains cas de chargement.

Dans un second temps et d'un point de vue pratique, le choix est de réaliser un modèle endommageable anisotrope pour lui donner une grande polyvalence et ainsi être accolé à différentes lois de comportement existantes représentant le comportement des blocs : élastiques, endommageables ou plastiques. Il est à noter que la phase élastique de ces modèles peut être isotrope ou anisotrope.

II. MODELE COHESIF FROTTANT ANISOTROPE ENDOMMAGEABLE

Dans cette partie, le modèle est décrit en partant du schéma de principe global d'intégration des développements qui lui donnent une grande polyvalence pour être accolées à différentes lois de comportement puis en décrivant les critères retenus pour les endommagements et leurs combinaisons.

A. Schéma de principe global

A partir d'un état de contrainte fourni (FIGURE 3), la loi réalise un changement de base dans le repère des joints (3 joints maximum par élément fini) fourni par l'utilisateur, puis calcule un endommagement de traction grâce à un critère de Rankine pour chaque joint. Un endommagement de cisaillement est ensuite calculé grâce à un critère de Mohr-Coulomb. La combinaison des endommagements permet de prendre en compte les endommagements de traction et de cisaillement et leurs couplages en fonction de la contrainte normale. Ainsi, le comportement adoucissant en traction et le comportement cohésif-frottant en cisaillement sont bien pris en compte en fonction de l'orientation des joints.

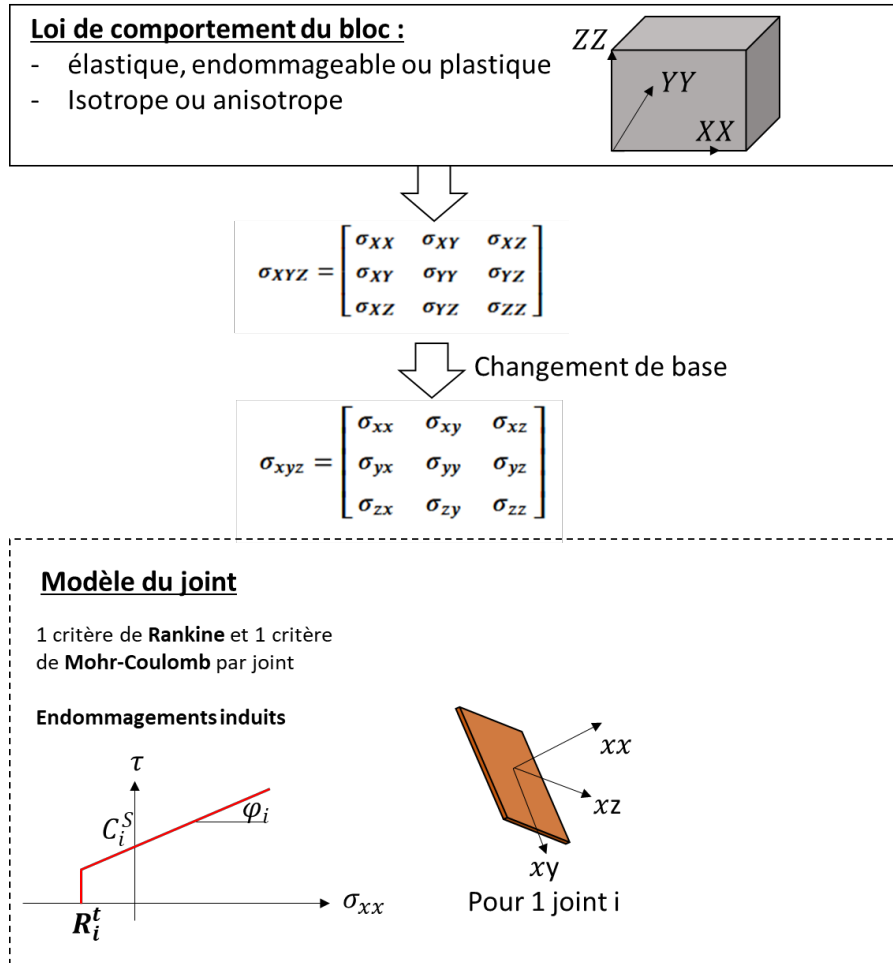


FIGURE 3. Schéma de principe d'utilisation du modèle

B. Endommagements de traction

Un critère de Rankine f_{Ri} est utilisé pour calculer l'endommagement de traction pour chaque joint (FIGURE 4). Ainsi, pour un joint i de contrainte normale effective (au sens de l'endommagement (Kachanov, 1958)) $\tilde{\sigma}_{xx}$ et une résistance en traction R_i^t (fixée par l'utilisateur) le critère s'écrit :

$$f_{Ri} = \tilde{\sigma}_{xx} - R_i^t \quad (1)$$

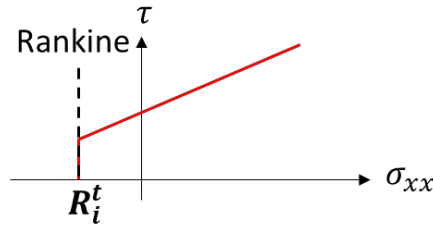


FIGURE 4. Visualisation du critère de Rankine

Si $f_{Ri} > 0$, alors on calcule un endommagement de traction D_i^t tel que :

$$D_i^t = 1 - \left(\left(\frac{\sigma_{xx}^{k,t}}{\sigma_{xx}^{k,t} + (\tilde{\sigma}_{xx} - R_i^t)} \right)^2 \right) \frac{R_i^t}{\tilde{\sigma}_{xx}} \quad (2)$$

$$D_i^t \geq 0 \quad (3)$$

L'énergie de fissuration dissipée en traction par le joint i (paramètre matériau fixé par l'utilisateur) est régularisée par la méthode d'Hillerborg (Hillerborg, 1985) en utilisant la taille de l'élément fini dans la direction normale au joint i et permet de calculer la contrainte caractéristique $\sigma_{xx}^{k,t}$. Un essai de traction pure est réalisé dans la partie application.

B. Endommagements de cisaillement

Un critère de Mohr-Coulomb f_{Mci} est utilisé pour calculer l'endommagement de cisaillement pour chaque joint (FIGURE 5). Pour un joint i , de contraintes de cisaillement $\tilde{\sigma}_{xy}$ et $\tilde{\sigma}_{xz}$ la norme de la contrainte de cisaillement $\|\tilde{\tau}_{xx}\|$ (Eq. 4) est comparée à la résistance du matériau en cisaillement R_i^s (Eq. 5).

$$\|\tilde{\tau}_{xx}\| = \sqrt{\tilde{\sigma}_{xy}^2 + \tilde{\sigma}_{xz}^2} \quad (4)$$

$$f_{Mci} = \|\tilde{\tau}_{xx}\| - R_i^s \quad (5)$$

Avec $R_i^s = (C_i^s(1 - D_i^t) + (\tilde{\sigma}_{xx}^- + \tilde{\sigma}_{xx}^+(1 - D_i^t))\tan\varphi_i)$

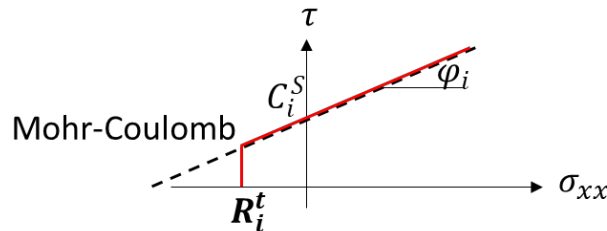


FIGURE 5. Visualisation du critère de Mohr-Coulomb

Avec $\tilde{\sigma}_{xx}^-$ et $\tilde{\sigma}_{xx}^+$, respectivement les parties négative et positive de la contrainte normale effective $\tilde{\sigma}_{xx}$, C_i^s la cohésion et φ_i l'angle de frottement.

Le calcul du critère de Mohr-Coulomb étant effectué après celui de Rankine, l'endommagement de traction D_i^t est connu. Ainsi, si le matériau est endommagé en traction, la cohésion en est également affectée mais le confinement permet toujours un frottement qui résiste au cisaillement.

Si $f_{Mci} > 0$, alors on calcule un endommagement de cisaillement D_i^{MC} tel que :

$$D_i^{MC} = 1 - \left(\left(\frac{\tau_{xx}^{k,c}}{\tau_{xx}^{k,c} + f_{Mci}} \right)^2 \right) \frac{R_i^s}{\|\tilde{\tau}_{xx}\|} \quad (6)$$

$$D_i^{MC} \geq 0 \quad (7)$$

L'énergie de fissuration dissipée en cisaillement par le joint i (paramètre matériau fixé par l'utilisateur) est également régularisée par la méthode d'Hillerborg à travers la contrainte de cisaillement caractéristique $\tau_{xx}^{k,c}$. Des essais de cisaillement sous différentes contraintes normales sont réalisés dans la partie application.

C. Combinaison des endommagements

Si le joint est comprimé (contrainte effective $\tilde{\sigma}_{xx} < 0$), la contrainte normale n'est pas affectée par les endommagements (Eq. 8) alors que la contrainte de cisaillement σ_{xy} se compose de la partie cohésive σ_c et de la partie frottante σ_f de la contrainte (Eq. 9 et 10, inspiré des lois de contact frottant en éléments discrets de (Venzal, 2020)) :

$$\sigma_{xx} = \tilde{\sigma}_{xx} \quad (8)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_c + \sigma_f \quad (9)$$

$$\sigma_{xy} = (1 - D_i^{MC})\tilde{\sigma}_{xy} - \frac{\tilde{\sigma}_{xy}}{\|\tilde{\sigma}_{xy}\|} (D_i^{MC})^{p_i} \mu_i \tilde{\sigma}_{xx} \quad (10)$$

μ_i est le coefficient de frottement et p_i le coefficient de non linéarité du frottement.

Un exemple de l'évolution des contraintes en fonction de la déformation de cisaillement est présenté sur la [FIGURE 6](#) pour une contrainte normale de 0.6 MPa.

Si le joint est tendu ($\tilde{\sigma}_{xx} \geq 0$), les contraintes effectives normale et de cisaillement sont affectées des mêmes endommagements :

$$\sigma_{xx} = (1 - D_i^t)(1 - D_i^{MC})\tilde{\sigma}_{xx} \quad (11)$$

$$\sigma_{xy} = (1 - D_i^t)(1 - D_i^{MC})\tilde{\sigma}_{xy} \quad (12)$$

Enfin, lors de la recombinaison du tenseur dans la base des directions de joints, le tenseur peut être dissymétrique. En effet, σ_{xy} peut ne plus valoir σ_{yx} du fait des endommagements pouvant être différents sur deux plans orthogonaux. Or, les codes éléments finis ne sont pas écrits pour des tenseurs dissymétriques de contraintes (les moments sur l'élément de volume sont supposés toujours nuls), il faut donc vérifier cette condition en rendant le tenseur symétrique. L'option

choisie ici est d'utiliser le minimum des contraintes de cisaillement (au signe près) (Eq. 13). La facette la plus dégradée limite les deux contraintes de cisaillement orthogonales.

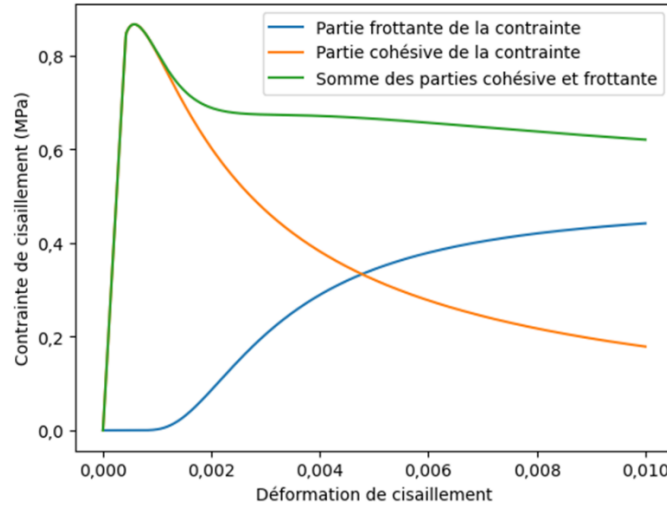


FIGURE 6. Courbe Contrainte-Déformation obtenue en cisaillement avec une contrainte normale de 0,6 MPa en compression, différenciant les différentes origines de la contrainte obtenue

$$\sigma_{xyz} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \frac{\tilde{\sigma}_{xy}}{\|\tilde{\sigma}_{xy}\|} \min(\|\sigma_{xy}\|, \|\sigma_{yx}\|) & \frac{\tilde{\sigma}_{xz}}{\|\tilde{\sigma}_{xz}\|} \min(\|\sigma_{xz}\|, \|\sigma_{zx}\|) \\ \frac{\tilde{\sigma}_{xy}}{\|\tilde{\sigma}_{xy}\|} \min(\|\sigma_{xy}\|, \|\sigma_{yx}\|) & \sigma_{yy} & \frac{\tilde{\sigma}_{yz}}{\|\tilde{\sigma}_{yz}\|} \min(\|\sigma_{yz}\|, \|\sigma_{zy}\|) \\ \frac{\tilde{\sigma}_{xz}}{\|\tilde{\sigma}_{xz}\|} \min(\|\sigma_{xz}\|, \|\sigma_{zx}\|) & \frac{\tilde{\sigma}_{zx}}{\|\tilde{\sigma}_{zx}\|} \min(\|\sigma_{xz}\|, \|\sigma_{zx}\|) & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Un changement de base pour revenir dans le repère global est ensuite effectué.

III. APPLICATIONS

A ce jour, le modèle a été implanté dans ("Cast3M," 2022). Dans cette partie, le modèle est appliqué à des essais expérimentaux de traction pure et de cisaillement sous plusieurs contraintes normales.

A. Essai en traction

Des essais de traction simple d'un duo (2 blocs de pierres et un joint) de la littérature (Bisoffi-Sauve, 2016) sont simulés (FIGURE 7). Les paramètres du modèle renseignés pour cet essai sont :

- la direction normale du joint : $[0 ; 0 ; 1]$ pour un joint horizontal
- la résistance en traction : 0,06 MPa
- l'énergie de fissuration de traction : 0,793 J/m²

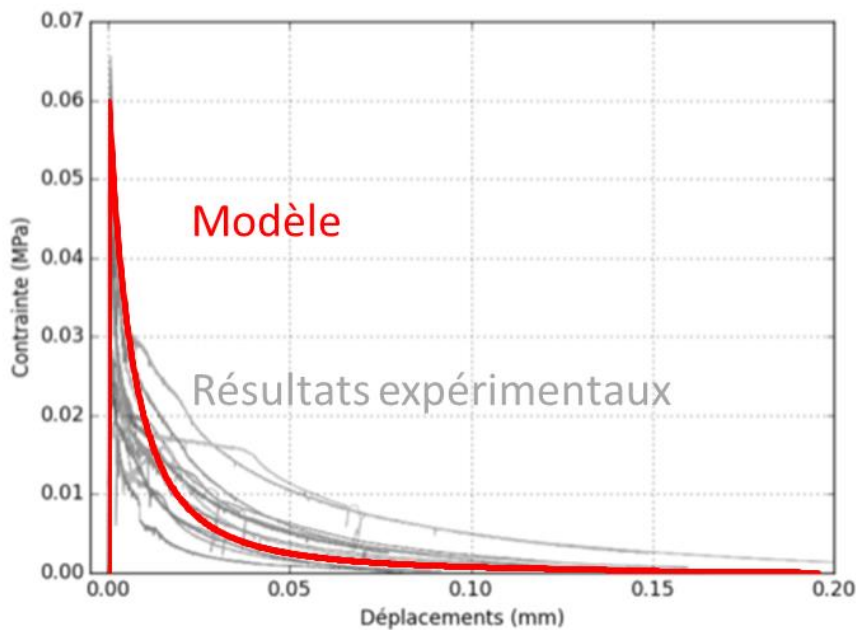


FIGURE 7. Courbe Contrainte-Déplacement d'un essai en traction pure (comparaison Résultats expérimentaux (Bisoffi-Sauve, 2016) – Modèle)

Le comportement en traction pure est donc bien reproduit par le modèle avec une phase pré-pic élastique, un pic de contrainte correspondant à la résistance en traction renseignée dans le modèle, puis une phase adoucissante avec une évolution non linéaire de la contrainte correspondant à l'ouverture de fissure de l'interface.

B. Essais en cisaillement

Des essais de cisaillement sous différentes contraintes normales de la littérature (Venzal, 2020) sont simulés (FIGURE 8). Il faut fixer :

- la direction normale du joint : $[0 ; 0 ; 1]$ pour un joint horizontal
- la cohésion : 0,27 MPa calé sur le début de non-linéarité
- l'énergie de fissuration en cisaillement : 206 J/m²
- le coefficient de frottement : 0,81 calé sur le rapport entre la contrainte du seuil de frottement (asymptote) et la contrainte normale appliquée
- le coefficient de non linéarité du frottement : 2 calé sur la forme des courbes entre l'atteinte de la cohésion et le palier de frottement
- l'angle de frottement : 0° calé après le calage du coefficient de frottement, ici non nécessaire pour le calage (c'est grâce au frottement induit par le coefficient de frottement que le pic cohésif est plus important quand la contrainte normale augmente)

Le comportement en cisaillement sous différentes contraintes normales est donc bien reproduit par le modèle avec une phase linéaire élastique suivie d'une phase d'endommagement progressive et non-linéaire de la cohésion ce qui génère un pic cohésif puis une phase d'adoucissement en phase post-pic jusqu'à l'asymptote du palier frottant.

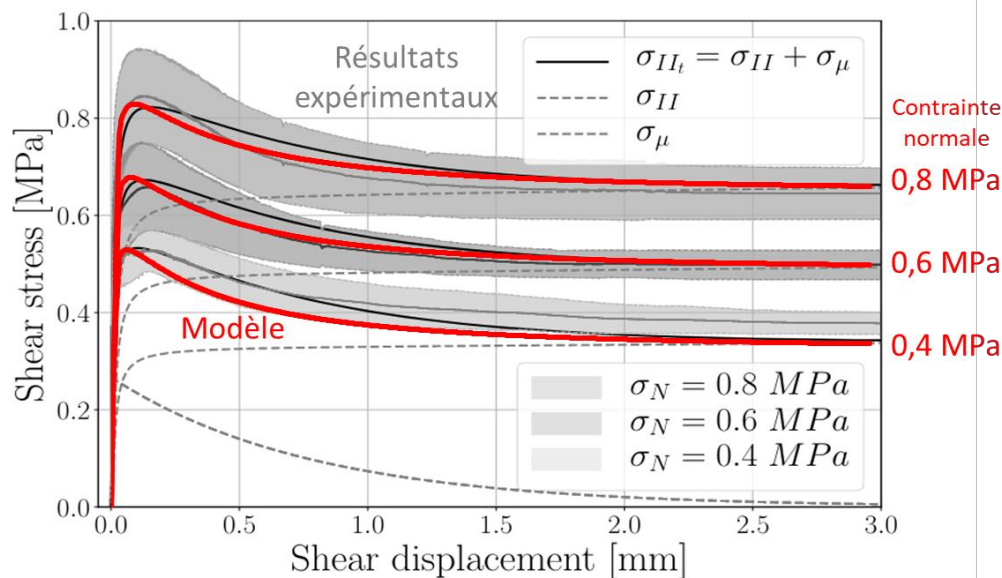


FIGURE 8. Courbe Contrainte-Déplacement d'essais en cisaillement sous différentes contraintes normales (comparaison Résultats expérimentaux (Venzal, 2020) – Modèle)

C. Analyse paramétrique

Une étude paramétrique en cisaillement est réalisée avec différentes inclinaison du joint entre 0° (joint horizontal) et 90° (joint vertical), sous une contrainte normale de 0,5 MPa (FIGURE 9 et FIGURE 10). Le calage des paramètres mécaniques est celui réalisé dans la partie précédente.

Sous 0,5 MPa de contrainte verticale, si le joint est horizontal, le pic cohésif est à 0,57 MPa avant d'évoluer vers une asymptote de frottement (voir partie précédente). Lorsque l'on donne de l'inclinaison au joint ($+22,5^\circ$) comme cela est parfois observé sur des murs de soutènement ou des perrés, la contrainte de cisaillement atteint des valeurs plus élevées. En effet, la facette est inclinée et subie donc une compression supplémentaire lors du chargement ce qui retarde la cinétique d'endommagement de cisaillement. En augmentant l'inclinaison du joint ($+45^\circ$), le joint ne s'endommage pas. En effet dans le repère local du joint, l'augmentation de la contrainte normale induit une compression progressive alors que la contrainte de cisaillement n'évolue plus. Pour une inclinaison supérieure ($+67,5^\circ$), le comportement est proche mais le cisaillement du joint augmente progressivement ce qui induit un endommagement lent du joint. Pour une inclinaison de 90° du joint, le comportement est bien moins résistant, en effet le cisaillement atteint rapidement la cohésion dans le repère du joint et la contrainte normale est faible donc le frottement est limité.

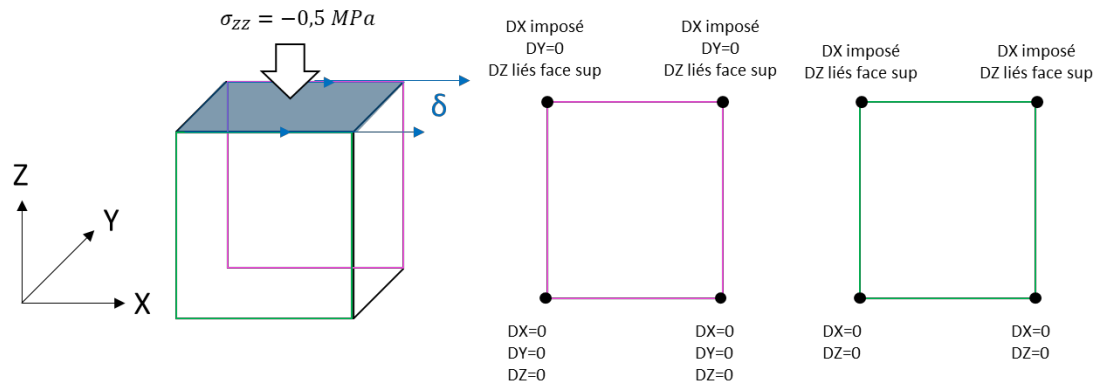


FIGURE 9. Conditions aux limites et chargements

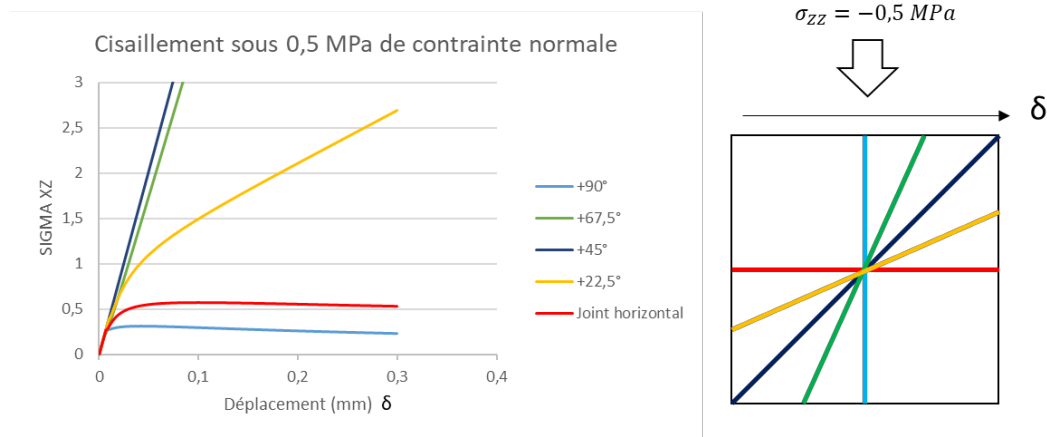


FIGURE 10. Courbe Contrainte-Déplacement d'une étude paramétrique sur l'inclinaison du joint en cisaillement avec une contrainte verticale de 0.5 MPa (Modèle)

IV. CONCLUSION

Un modèle homogénéisé cohésif frottant anisotrope 3D a été proposé pour la modélisation des ouvrages en maçonnerie. Il peut être chaîné à différentes lois de comportement existantes représentant le comportement des blocs : élastiques, endommageables ou plastiques. Il est à noter que la phase élastique de ces modèles peut être isotrope ou anisotrope. Quelques applications à l'échelle de quelques blocs ont été présentées. Des calculs de structures (murs et ouvrages) sont en cours et permettront de montrer le réalisme et les limites de ce modèle. Ce modèle pourrait également être appliqué à d'autres matériaux anisotropes présentant des joints comme des roches présentant des diaclases, des reprises de bétonnage ou comme état initial d'un béton fissuré.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé grâce au financement d'EDF CIH.

REFERENCES

- Almeida, F.P., Lourenço, P.B., 2020. Three-dimensional elastic properties of masonry by mechanics of structure gene. *International Journal of Solids and Structures* 191, 202–211.
- Bisoffi-Sauve, M., 2016. Etude des ouvrages maçonnés en pierre par la méthode des éléments discrets : caractérisation et modélisation du comportement cohésif des joints (phdthesis). Université de Bordeaux.
- Cast3M, 2022.
- Chaimoon, K., Attard, M.M., 2007. Modeling of unreinforced masonry walls under shear and compression. *Engineering structures* 29, 2056–2068.
- D'Altri, A.M., Sarhosis, V., Milani, G., Rots, J., Cattari, S., Lagomarsino, S., Sacco, E., Tralli, A., Castellazzi, G., De Miranda, S., 2019. A review of numerical models for masonry structures. *Numerical modeling of masonry and historical structures* 3–53.
- Drucker, D.C., Prager, W., 1952. Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of applied mathematics* 10, 157–165.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 193, 281–297.
- Hillerborg, A., 1985. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_F of concrete. *Materials and structures* 18, 291–296.
- Kachanov, L., 1958. Time of the rupture process under creep conditions.
- Lourenço, P.B., 1998. Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry.
- Ludovico-Marques, M., Chastre, C., Vasconcelos, G., 2012. Modelling the compressive mechanical behaviour of granite and sandstone historical building stones. *Construction and Building Materials* 28, 372–381.
- Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., Pela', L., 2010. Structural analysis of masonry historical constructions. Classical and advanced approaches. *Archives of computational methods in engineering* 17, 299–325.
- Schubert, P., 1994. Tensile and flexural strength of masonry-influences, test methods, test results. *Stress* 50, 895–907.
- Venzal, V., 2020. Modélisation discrète du comportement mécanique des ouvrages maçonnés en pierre. Aspects expérimentaux-Analyse énergétique. Université de Bordeaux.