

Mécanique de l'endommagement non-local avec interactions évolutives pour la modélisation des matériaux quasi-fragiles : endommagement anisotrope et approche Eikonale à gradient implicite

Breno Ribeiro Nogueira ^{1,2}

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CRNS, LMPS – Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay

² Università degli Studi del Molise, DiBT

E-mail : breno.ribeiro_nogueira@ens-paris-saclay.fr

RESUME La prédiction de la fissuration est essentielle pour évaluer la durabilité d'une structure sous chargement complexe. Dans un formalisme thermodynamique, ce processus nonlinéaire peut être décrit de manière continue par une variable d'endommagement. Ce travail a pour but de fournir un cadre théorique et numérique pour le développement des modèles d'endommagement non-locaux à gradient implicite avec interactions évolutives. L'attention est portée sur l'approche Eikonale (ENLG), où les interactions évolutives sont considérées *via* une métrique Riemannienne dépendante de l'endommagement. Le modèle est dérivé suivant le formalisme des milieux micromorphes basé sur la géométrie différentielle, ce qui permet de montrer que la dissipation respecte le second principe de la thermodynamique. Ensuite, le modèle ENLG est couplé à un modèle d'endommagement anisotrope avec un tenseur d'ordre deux. L'anisotropie induite par l'endommagement est naturellement considérée dans le comportement et dans les interactions. Des cas test sont étudiés, tout en mettant en évidence les aspects numériques associés.

Mots-clefs Quasi-fragiles, non-local, endommagement anisotrope, gradient implicite, Eikonal

I. CONTEXTE ET MOTIVATIONS

Dans la pratique actuelle, les normes de calcul (e.g., Eurocode) se concentrent sur des analyses d'état limite concernant la capacité portante (Etat Limite Ultime) ou le fonctionnement en service (Etat Limite de Service), avec l'utilisation de coefficients de sécurité. La description fine des mécanismes de rupture et la manière dont l'énergie se dissipe sont souvent excessivement simplifiés ou complètement négligés. Cette approche est généralement acceptée pour des raisons pragmatiques : les structures dimensionnées peuvent, dans la majorité des cas, résister aux efforts subis au cours de leurs durées de vie. Étant donné que les résistances ne sont pas réellement connues, cela implique des ouvrages certainement surdimensionnés.

Dans un contexte de changement climatique, le surdimensionnement des structures est directement lié à la consommation des ressources naturelles, et ainsi aux émissions de gaz à effet de serre. En 2018, IEA (2019) a estimé que 11% de l'énergie utilisée et des émissions CO₂ liées aux procédés

venaient du secteur de production des matériaux de construction (e.g., ciment, acier et verre). Cela implique que l'on doit réduire la part des matériaux utilisés en excès dans l'industrie et sur chantier. Ainsi, il devient indispensable de mieux comprendre les mécanismes de dégradation (i.e., apparition de micro et macro fissures et leur influence sur les propriétés mécaniques) et la durabilité des matériaux afin de réduire les marges introduites par les simplifications de modélisation. Particulièrement, l'étude de l'enclenchement et de la propagation des fissures est essentielle afin d'estimer les performances structurelles de manière plus réaliste.

Ces approches sont déjà mises en œuvre pour les structures dites sensibles, où il peut être nécessaire d'avoir une information fine sur les processus de fissuration. Par exemple, l'ouverture de fissure est une donnée d'entrée essentielle à l'estimation du taux des fuite dans les parois des enceintes nucléaires. Dans ce contexte, les prédictions doivent fournir des informations fiables à propos de la durée de vie de ces structures. L'étude de la dégradation des matériaux a donc un rôle fondamental dans ces situations.

II. INTRODUCTION

Dans le cas des matériaux quasi-fragiles, une phase initiale de microfissuration diffuse est observée avant coalescence dans une macro fissure. Cela se traduit par un comportement adoucissant à l'échelle macroscopique, lié à une dégradation progressive des propriétés élastiques. Dans un cadre thermodynamique, cela peut être décrit de manière continue (homogénéisée) par une variable d'état d'endommagement scalaire D ou tensorielle $\mathbf{D}$ (FIGURE 1). Cependant, le problème mécanique aux limites devient mal posé lorsque la réponse présente un comportement adoucissant (i.e. chute de la contrainte avec l'augmentation des nonlinéarités). Dans un contexte de modélisation numérique par les éléments finis, la solution présente une dépendance du maillage.

L'objectivité de la réponse vis-à-vis du maillage peut être retrouvée par l'utilisation de modèles non-locaux, faisant intervenir une longueur caractéristique, et par conséquent, des interactions avec le voisinage. Sous forme intégrale (Pijaudier-Cabot and Bazant, 1987), l'approche consiste à moyenner une quantité locale pilotant l'évolution de l'endommagement par un produit de convolution faisant intervenir une longueur caractéristique. Une approximation de cette méthode, à gradient implicite (GNL), a été introduite par (Peerlings et al., 1996), où le champ non-local est solution d'une équation différentielle du type Helmholtz. Dans les deux cas, l'objectivité de la réponse est retrouvée.

Néanmoins, ces approches classiques ne prennent en compte que des interactions isotropes et constantes, ce qui les limitent dans la description de la totalité du processus de fissuration. Lorsqu'on s'intéresse à analyser les faciès de fissuration et décrire le comportement de la fissure de manière plus fine, il est nécessaire de faire appel à des méthodes modifiées. Dans la littérature, ces approches sont définies par des interactions non-locales évolutives, de sorte que le domaine d'interaction est progressivement réduit jusqu'à l'amorçage équivalente d'une macro fissure (e.g., (Giry et al., 2011; Vandoren and Simone, 2018)). Les réponses des modèles non-locaux avec ou sans interactions évolutives, en termes de régularisation, effets de bord et diffusion de l'endommagement, ont été comparées à l'aide d'un problème unidimensionnelle en dynamique explicite par Ribeiro Nogueira et al., 2022 .

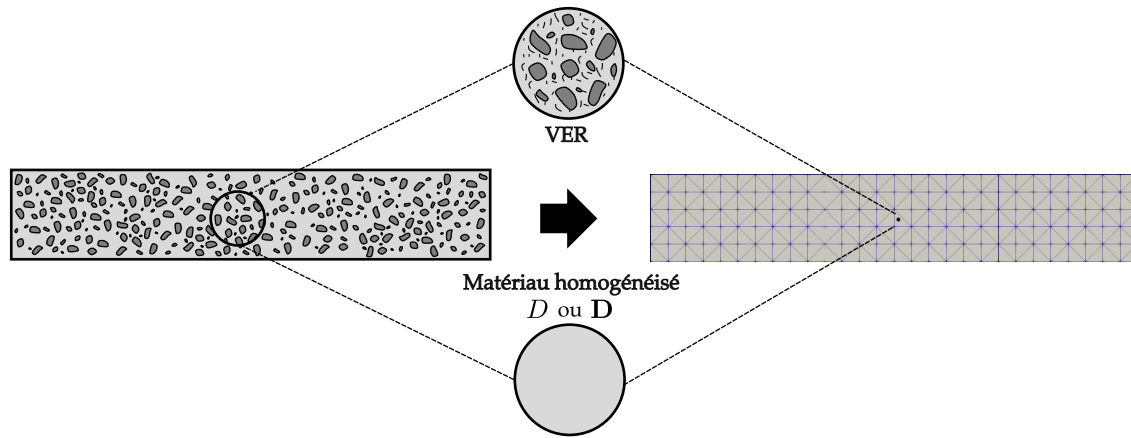


FIGURE 1. Hypothèse de modélisation : microfissures à l'échelle du volume élémentaire représentatif (VER) décrites de manière homogénéisée par l'endommagement.

Tout d'abord, dans cette contribution, la formulation du modèle ENLG par l'approche micromorphe (Forest, 2009) est rappelée. Celle-ci fait intervenir une métrique Riemannienne, qui dépend de l'état endommagé du matériau, dans l'énergie libre d'Helmholtz (Ribeiro Nogueira et al., 2024). Ce choix est en lien direct avec la considération que l'endommagement est supposé courber l'espace où les interactions non-locales sont calculées (Desmorat et al., 2015; Rastello et al., 2018; Ribeiro Nogueira et al., 2023, 2024, 2022; Thierry et al., 2020). Dans un second temps, les réponses des modèles ENLG et GNL sont comparées dans le cas d'endommagement isotrope pour des analyses en deux dimensions. Ensuite, le modèle ENLG est couplé à un modèle d'endommagement anisotrope tensoriel (Desmorat, 2016) lors de la simulation numérique des structures en deux dimensions en mode I et en mode mixte de fissuration.

III – FORMULATION ET SOLUTION

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, le tenseur des contraintes σ , exprimé au point $\mathbf{x}$ du domaine Ω , est une fonctionnelle du tenseur de déformations ϵ dans ce même point (FIGURE 2 gauche). Le principe de base des modèles non-locaux est le fait que le comportement non linéaire n'est plus défini localement, i.e., la relation est enrichie par ce qui se passe également au voisinage à une distance $l_{x\xi}$ (FIGURE 2 droite). Le domaine d'interaction est défini en fonction d'une longueur caractéristique l_c .

En ce qui concerne les approches à gradient implicite dérivées du formalisme micromorphe, cela revient à considérer l'effet des gradients dans l'énergie libre, qui s'écrit dans notre cas (Ribeiro Nogueira et al., 2024) :

$$\rho\psi(\epsilon, \mathbf{D}, \bar{e}, \nabla \bar{e}) = \rho\psi_0(\epsilon, \mathbf{D}) + \frac{1}{2}h(e - \bar{e})^2 + \frac{1}{2}hc \|\tilde{\nabla} \bar{e}\|_{\mathbf{g}}^2 \quad (1)$$

où $\rho\psi_0$ est un potentiel d'état lié au modèle d'endommagement choisi. Ici, e est la déformation équivalente locale, $\bar{e}$ est celle non-locale, $\tilde{\nabla}$ dénote le gradient dans une variété courbée et $\mathbf{g}$ est une métrique Riemannienne (voir Ribeiro Nogueira et al., 2024 pour plus de détails).

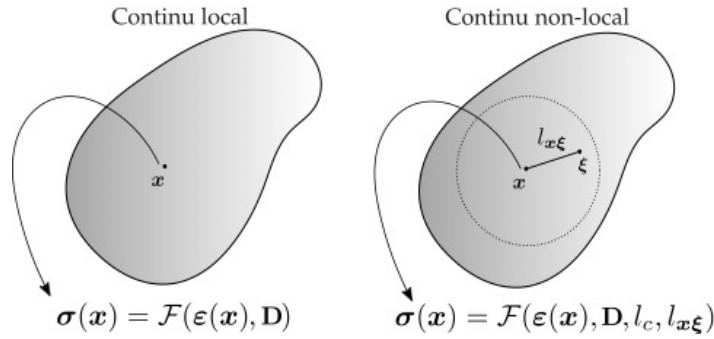


FIGURE 2. Différences entre les approches locales et non-locales

La norme Riemannienne est telle que $\|\tilde{\nabla} \bar{e}\|_{\mathbf{g}}^2 = \tilde{\nabla} \bar{e} \cdot \mathbf{g} \cdot \tilde{\nabla} \bar{e} = d\bar{e} \cdot \mathbf{g}^{-1} \cdot d\bar{e} = \|d\bar{e}\|_{\mathbf{g}}^2$, avec $d\bar{e}$ une 1-forme différentielle ou covecteur. Le paramètre c est homogène au carré d'une longueur (interne) et h est homogène à une rigidité. On peut montrer que l'équation du type Helmholtz pour le modèle ENLG est :

$$\bar{e} - \frac{c}{\sqrt{\det \mathbf{g}}} \nabla \cdot (\sqrt{\det \mathbf{g}} \mathbf{g}^{-1} \cdot \nabla \bar{e}) = e \quad \text{dans } \Omega \quad (2)$$

avec la condition limite $\mathbf{g}^{-1} \cdot \nabla \bar{e} \cdot \mathbf{n} = 0$ sur le bord $\partial\Omega$. On considère que $h \ll \|\mathbb{E}\|$, où $\mathbb{E}$ est le tenseur d'élasticité de Hooke. Ainsi, on peut écrire le comportement comme $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon}, \mathbf{D}) = \boldsymbol{\sigma}_0 = \rho \partial \psi_0 / \partial \boldsymbol{\epsilon}$. L'évolution de l'endommagement est contrôlée par la fonction critère $f = \bar{e} - \kappa$, avec κ une variable d'histoire respectant les conditions de charge-décharge de KKT.

Soient les espaces fonctionnels suivants :

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \{\mathbf{w} \mid \mathbf{w} \in H^1(\Omega), \mathbf{w} = \mathbf{u}^d \text{ sur } \partial\Omega_u\} \\ \mathcal{U}(0) &= \{\mathbf{w} \mid \mathbf{w} \in H^1(\Omega), \mathbf{w} = \mathbf{0} \text{ sur } \partial\Omega_u\} \\ \mathcal{V} &= \{\mathbf{w} \mid \mathbf{w} \in H^1(\Omega)\} \end{aligned}$$

où H^1 est l'espace de Sobolev de carré intégrable et le déplacement imposé sur le bord $\partial\Omega_u$ est noté $\mathbf{u}^d$. Le problème consiste donc à trouver le champ de déplacement $\mathbf{u} \in \mathcal{U}$ et le champ de déformation équivalente non-locale $\bar{e} \in \mathcal{V}$, tels que :

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}), \mathbf{D}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\partial\Omega_F} \mathbf{t}^d \cdot \mathbf{v} dS \quad \forall \mathbf{v} \in \mathcal{U}(0) \quad (3)$$

$$\int_{\Omega} \sqrt{\det \mathbf{g}} \bar{e} \eta d\Omega + \int_{\Omega} c \sqrt{\det \mathbf{g}} (\mathbf{g}^{-1} \cdot \nabla \bar{e}) \cdot \nabla \eta d\Omega = \int_{\Omega} \sqrt{\det \mathbf{g}} e \eta d\Omega \quad \forall \eta \in \mathcal{V} \quad (4)$$

où on a introduit les champs tests $\mathbf{v}$ et η . Le vecteur traction imposée sur le bord $\partial\Omega_F$ est noté $\mathbf{t}^d$. Il s'agit d'un problème aux éléments finis non-linéaire et couplé. Dans le cas où la métrique Riemannienne se réduit à celle Euclidienne, i.e., $\mathbf{g} = \mathbf{I}$ (le tenseur identité), on retrouve toutes les équations du modèle GNL. Le modèle ENLG est donc une généralisation de la formulation proposée par Peerlings et al., 1996. La résolution numérique employée ici met en place un processus itératif du type point fixe au niveau global. Dans ce travail, les formulations variationnelles sont implémentées dans un code du CEA Saclay basé sur le logiciel FreeFem (Badri et al., 2021). Au niveau des points de Gauss, l'intégration des lois de comportement se fait *via* le générateur de code Mfront (Helfer et al., 2015).

III – RÉSULTATS : ENDOMMAGEMENT ISOTROPE

Dans le cas d'endommagement isotrope, i.e., la variable d'endommagement D est un scalaire, le tenseur métrique s'écrit en deux dimensions $\mathbf{g} = \mathbf{I}_2/(1 - D)$, avec $\mathbf{I}_2$ le tenseur identité dans le plan. L'état et le comportement se simplifient, tels que :

$$\rho\psi_0(\epsilon, D) = \frac{1}{2}(1 - D)\epsilon : \mathbb{E} : \epsilon \quad \text{et} \quad \sigma = (1 - D)\mathbb{E} : \epsilon \quad (5)$$

L'évolution de l'endommagement est supposée suivre une loi du type exponentielle :

$$D = 1 - \frac{\kappa}{\kappa_0} \left(1 - \alpha + \alpha e^{-B_t(\kappa - \kappa_0)} \right) \quad (6)$$

avec κ_0 le seuil d'endommagement, B_t un paramètre de fragilité et α un paramètre qui permet la prise en compte de contraintes résiduelles. La déformation équivalente utilisée est celle du type Von Mises. L'exemple traité ici est celui d'une poutre en flexion 4 points (FIGURE 3). Les paramètres modèle utilisés pour cette simulation sont donnés dans (Ribeiro Nogueira et al., 2024).

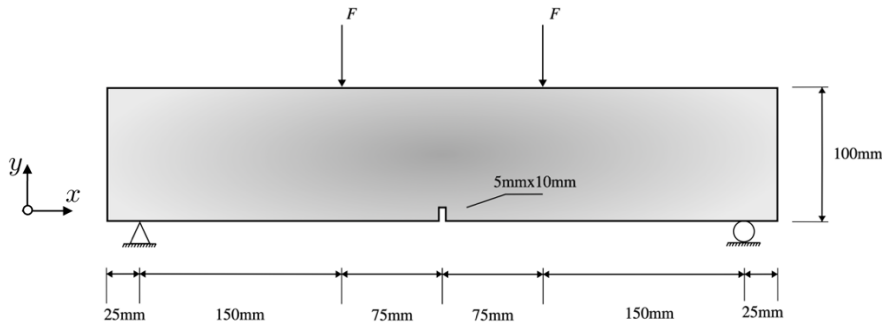


FIGURE 3. Flexion 4 points : géométrie et conditions limites.

Sur la FIGURE 4 (gauche), on observe convergence de la réponse structurelle vis-à-vis du maillage pour les deux modèles (GNL et ENLG avec des temps de calcul similaires). Pour un même jeu de paramètres, la réponse avec le modèle ENLG dissipe moins d'énergie lorsque comparé avec le modèle GNL, et par conséquent, est plus fragile dans cette situation. Le profil d'endommagement obtenu par le modèle ENGL est plus réaliste que celui fourni par le modèle GNL (FIGURE 4 droite). En effet, lorsqu'on supprime en post-traitement les éléments plus endommagés (i.e., $D > 0.995$), on observe que le modèle ENLG relocalise l'endommagement dans la zone régularisée sur une ligne d'éléments, ce qui représente l'équivalent d'une macro fissure.

Toutefois, cette localisation à la rupture n'est pas observée pour le modèle GNL, où l'endommagement se diffuse sur une zone élargie non négligeable. Le comportement de relocalisation du modèle ENLG est essentiel pour la description complète du processus de fissuration, de manière à réaliser la transition entre endommagement diffus (microfissures réparties) et rupture (coalescence dans une macro fissure). Néanmoins, dans le cas de l'endommagement isotrope, il n'est pas possible de décrire une direction préférentielle de dommage. En réalité, chaque élément aperçoit l'endommagement dans toutes les directions. Sous décharge/compression, les microfissures ne peuvent pas être refermées avec ce type d'approche. Une autre conséquence est la dégradation de la rigidité également de manière isotrope.

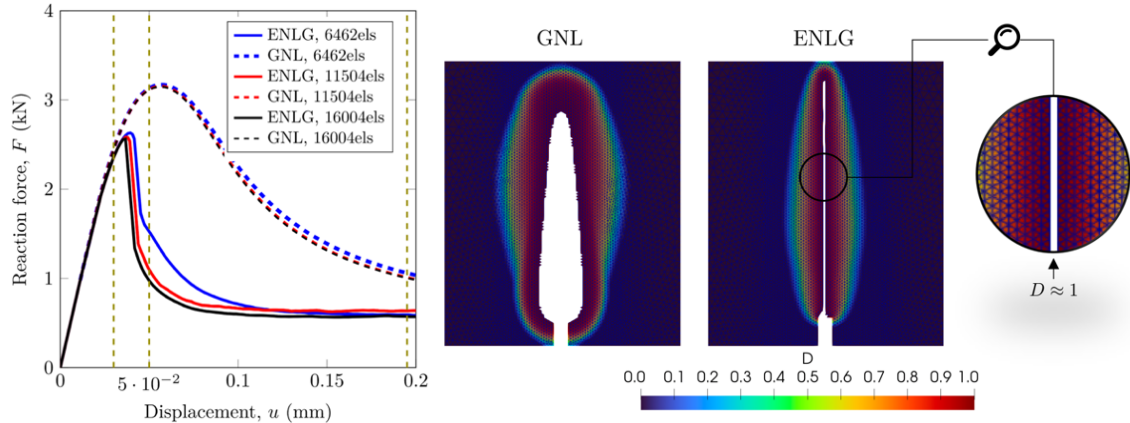


FIGURE 4. Flexion 4 points : réponse structurale (gauche) et profils d'endommagement (droite) à la fin de la simulation pour GNL (temps de calcul d'environ 12 minutes) et ENLG (temps de calcul d'environ 12 minutes) (Ribeiro Nogueira et al., 2024).

Dans le cas de chargement non-proportionnel (e.g., traction suivie de compression dans la direction perpendiculaire), ce modèle ne sera pas capable de reproduire ce qui est observé expérimentalement.

III – RÉSULTATS : ENDOMMAGEMENT ANISOTROPE

Dans cette partie, on couple la régularisation par le modèle ENLG avec un modèle de comportement à endommagement anisotrope (Desmorat, 2016). La fonction critère reste la même, mais la variable d'histoire passe par une consolidation en fonction de l'endommagement, telle que $\kappa = \kappa_0 + SR_v^s(\text{tr} \mathbf{H} - 3)$, avec $\mathbf{H} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1/2}$ la variable de Ladevèze et S et s des paramètres matériaux. Ce changement de variable permet de modéliser la limite des valeurs propres d'endommagement lorsqu'elles tendent vers l'unité. La fonction de triaxialité R_v est calculée par l'expression donnée dans (Desmorat, 2016), faisant apparaître un autre paramètre matériau B . Le comportement s'écrit en fonction du tenseur de Hooke effectif :

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbb{E}} : \boldsymbol{\epsilon} \quad \tilde{\mathbb{E}} = \begin{cases} 2G \left[\mathbf{H}^{-1} \underline{\otimes} \mathbf{H}^{-1} - \frac{\mathbf{H}^{-2} \otimes \mathbf{H}^{-2}}{\text{tr} \mathbf{H}^{-2}} \right] + \frac{3K}{\text{tr} \mathbf{H}^2} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} & \text{si } \text{tr} \boldsymbol{\epsilon} > 0 \\ 2G \left[\mathbf{H}^{-1} \underline{\otimes} \mathbf{H}^{-1} - \frac{\mathbf{H}^{-2} \otimes \mathbf{H}^{-2}}{\text{tr} \mathbf{H}^{-2}} \right] + K \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} & \text{sinon} \end{cases}$$

avec G et K les modules de cisaillement et de compressibilité, respectivement. Enfin, l'évolution de l'endommagement est donnée par une amplitude $\dot{\lambda}$ et une direction $\mathbf{P}$ fonction de la partie positive du tenseur de déformation :

$$\dot{\mathbf{H}} = \dot{\lambda} \mathbf{P} \quad \mathbf{P} = \frac{\langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle}{\|\langle \boldsymbol{\epsilon} \rangle\|}$$

Suivant la définition de la métrique Riemannienne, on peut la réécrire en fonction de la variable de Ladevèze, telle que $\mathbf{g} = \mathbf{H}^2$. Le premier cas test proposé avec endommagement anisotrope est celui de la poutre en flexion 4 points (FIGURE 3). Les paramètres utilisés dans cette simulation sont $c = 4 \text{ mm}^2$, $\kappa_0 = 7.5 \cdot 10^{-5}$, $S = 2.6 \cdot 10^{-4}$, $s = 4.9$, $B = 5/3$, $E = 38000 \text{ MPa}$ et $\nu = 0.18$. La FIGURE 5 (gauche) montre les maillages déformés obtenus avec les approches GNL et ENLG.

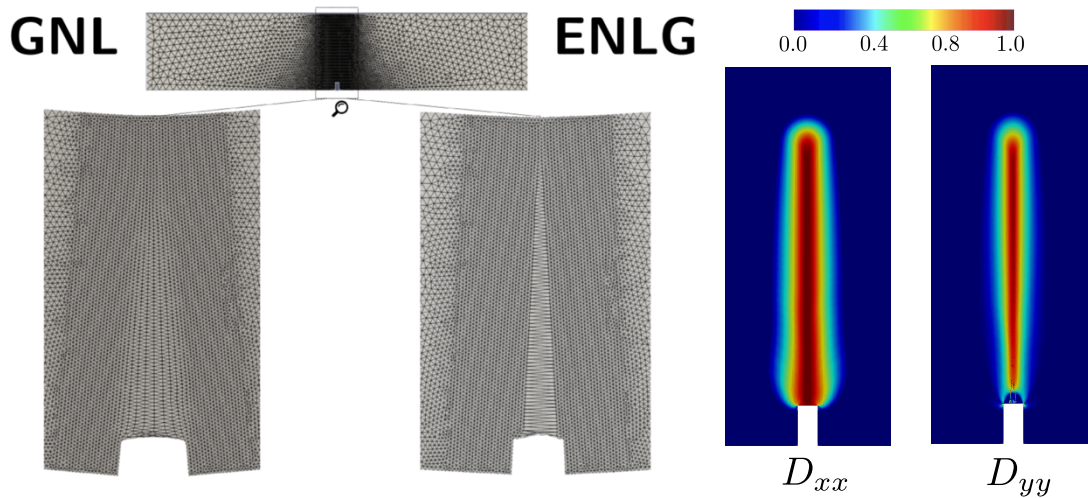


FIGURE 5. Flexion 4 points anisotrope : Comparaison des maillages déformés pour GNL et ENLG (gauche). Profils des composantes diagonales du tenseur d'endommagement (droite).

On peut observer que la déformation est diffusée au sein de plusieurs éléments pour le modèle GNL, ce qui montre le comportement de diffusion de l'endommagement sur une zone non négligeable, déjà observé pour le cas isotrope. Au contraire, le modèle ENLG anisotrope relocalise ces déformations sur une ligne d'éléments, montrant la capacité de la méthode à décrire un comportement équivalent à une macro fissure dans un cadre continu. La FIGURE 5 (droite) montre les profils des composantes D_{xx} et D_{yy} du tenseur d'endommagement. Différemment du cas isotrope, on note que la direction x ici est préférentielle, de manière que l'endommagement est plus important dans cette direction. Cela indique que les fissures équivalentes sont verticales (perpendiculaires à x). L'endommagement dans la direction y est moins important. On peut observer qu'en pointe d'entaille la composante D_{yy} est presque nulle, alors que l'endommagement se développe plutôt dans la composante D_{xx} . Une fois que ce dernier atteint une valeur suffisamment grande, une fissure équivalente commence à se propager et on observe une croissance de la composante D_{yy} . Cela met en évidence le caractère multiaxial de la propagation en pointe de fissure, qui n'est pas observé en pointe d'entaille à cause des effets de bord. En effet, le modèle ENLG ne prend en compte ces effets que lorsque un nouveau bord est créé par une fissure, et non dans le cas des bords déjà existants dans le domaine (Ribeiro Nogueira et al., 2022).

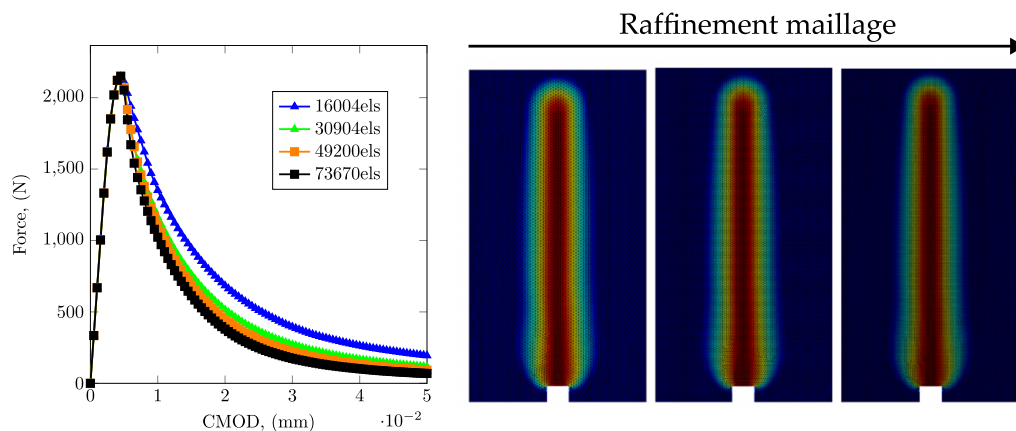


FIGURE 6. Flexion 4 points anisotrope : convergence de la réponse structurelle (gauche) et du profil d'endommagement D_{xx} (droite) vis-à-vis du maillage. Les temps de calcul vont d'environ 30 min pour le

maillage grossier à 5 heures pour le maillage le plus fin. L'élément le plus petit a une taille caractéristique de 0.3 mm.

La FIGURE 6 (gauche) montre les réponses structurales obtenues pour différents maillages éléments finis. Malgré la nécessité d'un nombre important d'éléments pour obtenir convergence, on observe que le modèle ENLG est capable de régulariser la réponse. De même, on observe convergence des champs d'endommagements obtenus lorsque que le maillage est raffiné (FIGURE 6 droite).

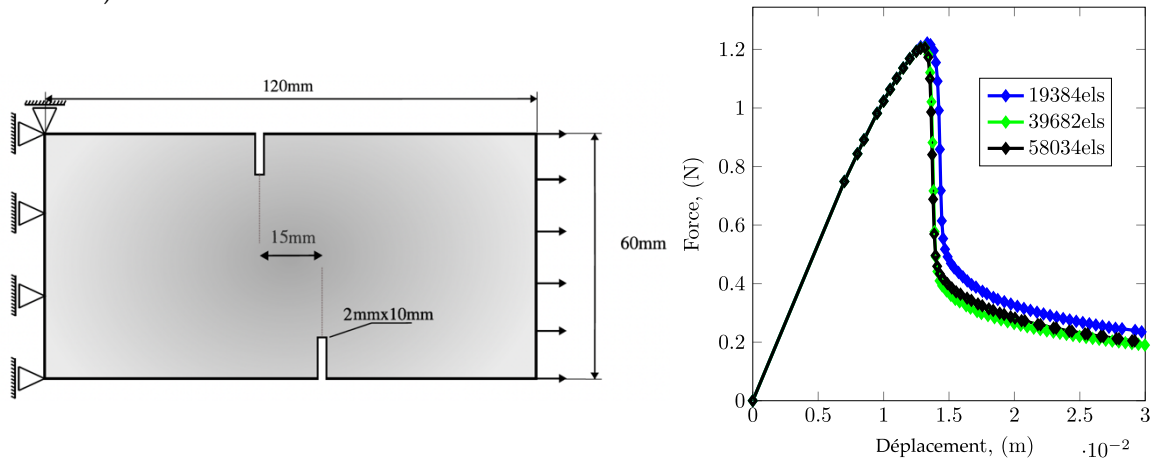


FIGURE 7. Test de Shi : géométrie et conditions limites (gauche) et convergence de la réponse structurale vis-à-vis du maillage (droite).

En dernier, on propose d'étendre l'analyse à la fissuration en mode mixte avec le test de Shi (FIGURE 7 gauche). Il s'agit d'une éprouvette doublement entaillée en traction. L'asymétrie des positions des entailles engendre une courbure des chemins de fissurations, ce qui est observé expérimentalement (Shi et al., 2000). La convergence des réponses structurales vis-à-vis du maillage est montrée sur la (FIGURE 7 droite).

Les valeurs propres, en ordre décroissante, du tenseur d'endommagement à la fin de la simulation sont données sur la FIGURE 8 (a). Le profil de D_1 montre clairement qu'une macro fissure équivalente se développe suivant une certaine direction préférentielle. Un endommagement moins important, mais non négligeable, est observé dans le profil de D_2 . Cela montre, encore une fois, que l'état de sollicitation en extension est plutôt multiaxial dans la zone fissurée. Le champ de déplacement résultant est affiché sur la FIGURE 8 (b). Deux zones sont observées en bleu et en rouge, séparées par l'apparition des sauts, i.e., des discontinuités équivalentes (ici régularisées de manière continue), dans le champ de déplacement provoquées par les fissures. Ceci est en adéquation avec les observations expérimentales (Shi et al., 2000).

Enfin, les directions principales (i.e., les vecteurs propres du tenseur d'endommagement) sont donc associés à chaque endommagement principal. Ainsi, dans un élément, des fissures équivalentes s'ouvrent perpendiculairement à la première direction principale. La FIGURE 8 (c) montre les macro fissures équivalentes associées à des valeurs de $D_1 > 0.999$ obtenues par post-traitement. Ce post-traitement simple de l'endommagement anisotrope continu fournit des informations essentielles concernant l'enclenchement et la direction de propagation. Le caractère courbé des chemins de fissuration est ici mis en évidence par ces directions. Cette analyse s'avère impossible lors des simulations ne prenant en compte que les modèles d'endommagement isotrope.

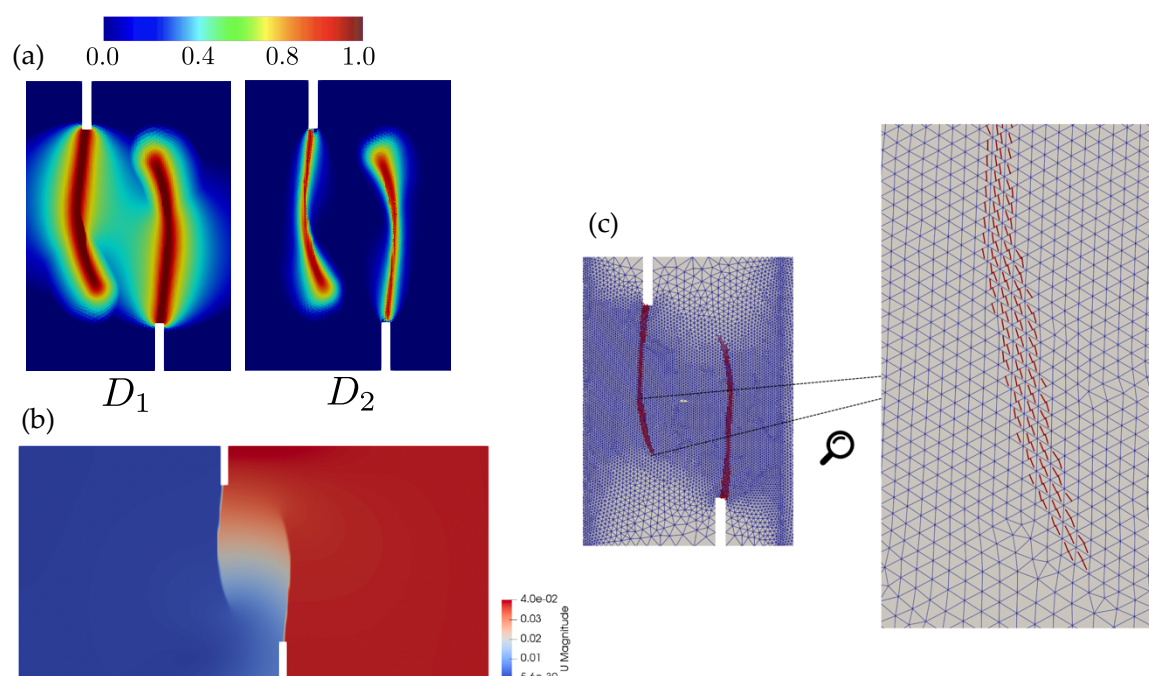


FIGURE 8. Test de Shi : (a) profils des valeurs propres du tenseur d'endommagement, (b) champ de déplacement à la fin de la simulation, (c) représentation des fissures équivalentes (perpendiculaires aux directions principales associées à l'endommagement principal) au sein des éléments.

IV – CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les propriétés de régularisation et de description de la fissuration du modèle ENLG ont été brièvement résumées dans ce travail. En particulier, il a été montré que la méthode permet de décrire des réponses quasi-fragiles avec des chemins de fissuration réalistes. Dans une perspective de transition entre endommagement et rupture, les zones fortement endommagées peuvent être utilisées comme indication d'où placer une discontinuité forte au sein des éléments, et en particulier, dans quelle direction. Ainsi, on pourra modéliser l'intégralité du processus de dégradation, depuis l'enclenchement de la microfissuration jusqu'à l'amorçage d'une macro fissure. En perspective, il est envisagé d'étendre ces développements aux structures en béton armé à grande échelle (e.g., enceintes nucléaires). Dans un premier temps, il devient nécessaire de considérer les développements ici présentés dans un formalisme en trois dimensions. Étant donnée la généralisation directe des formulations, l'implémentation s'avère être juste une question technique du point de vue numérique. Certes, cela demandera des moyens de calcul plus importants, avec un temps d'analyse qui peut devenir rapidement exorbitant. Vu le caractère à gradient de la méthode, une implémentation prenant en compte les techniques de calcul parallèle est envisageable à court terme.

REFERENCES

IEA. (2019). Global status report for buildings and construction 2019 (tech. rep.). International Energy Agency.

- Badri, M.A., Rastiello, G., Foerster, E., 2021. Preconditioning strategies for vectorial finite element linear systems arising from phase-field models for fracture mechanics. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 373, 113472. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113472>
- Desmorat, R., 2016. Anisotropic damage modeling of concrete materials. *Int. J. Damage Mech.* 25, 818–852. <https://doi.org/10.1177/1056789515606509>
- Desmorat, R., Gatuíngt, F., Jirásek, M., 2015. Nonlocal models with damage-dependent interactions motivated by internal time. *Eng. Fract. Mech.* 142, 255–275. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.06.015>
- Forest, S., 2009. Micromorphic Approach for Gradient Elasticity, Viscoplasticity, and Damage. *J. Eng. Mech.* 135, 117–131. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2009\)135:3\(117\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2009)135:3(117))
- Giry, C., Dufour, F., Mazars, J., 2011. Stress-based nonlocal damage model. *Int. J. Solids Struct.* 48, 3431–3443. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.08.012>
- Helfer, T., Michel, B., Proix, J.-M., Salvo, M., Sercombe, J., Casella, M., 2015. Introducing the open-source mfront code generator: Application to mechanical behaviours and material knowledge management within the PLEIADES fuel element modelling platform. *Comput. Math. Appl.* 70, 994–1023. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2015.06.027>
- Ribeiro Nogueira, B., 2023. Numerical simulations of concrete specimens with the gradient-enhanced Eikonal non-local damage model. *Acad. J. Civ. Eng.* 41, 303–312. <https://doi.org/10.26168/ajce.41.1.30>
- Peerlings, R.H.J., De Borst, R., Brekelmans, W. a. M., De Vree, J.H.P., 1996. Gradient Enhanced Damage for Quasi-Brittle Materials. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 39, 3391–3403. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19961015\)39:19<3391::AID-NME7>3.0.CO;2-D](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19961015)39:19<3391::AID-NME7>3.0.CO;2-D)
- Pijaudier-Cabot, G., Bažant, Z.P., 1987. Nonlocal Damage Theory. *J. Eng. Mech.* 113, 1512–1533. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1987\)113:10\(1512\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:10(1512))
- Rastiello, G., Giry, C., Gatuíngt, F., Desmorat, R., 2018. From diffuse damage to strain localization from an Eikonal Non-Local (ENL) Continuum Damage model with evolving internal length. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 331, 650–674. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.12.006>
- Ribeiro Nogueira, B., Giry, C., Rastiello, G., Gatuíngt, F., 2022. One-dimensional study of boundary effects and damage diffusion for regularized damage models. *Comptes Rendus Mécanique* 350, 507–546. <https://doi.org/10.5802/crmeca.137>
- Ribeiro Nogueira, B., Rastiello, G., Giry, C., Gatuíngt, F., Callari, C., 2024. Differential geometry-based thermodynamics derivation of isotropic and anisotropic eikonal non-local gradient (ENLG) damage models using a micromorphic media framework. *Eng. Fract. Mech.* 295, 109670. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2023.109670>
- Shi, C., van Dam, A.G., van Mier, J.G.M., Sluys, B., 2000. Crack Interaction in Concrete, in: Wittmann, F.H. (Ed.), *Materials for Buildings and Structures*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, FRG, pp. 125–131. <https://doi.org/10.1002/3527606211.ch17>
- Thierry, F., Rastiello, G., Giry, C., Gatuíngt, F., 2020. One-dimensional Eikonal Non-Local (ENL) damage models: Influence of the integration rule for computing interaction distances and indirect loading control on damage localization. *Mech. Res. Commun.* 110, 103620. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2020.103620>
- Vandoren, B., Simone, A., 2018. Modeling and simulation of quasi-brittle failure with continuous anisotropic stress-based gradient-enhanced damage models. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 332, 644–685. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.12.027>