

# Contribution de la mécanique de la rupture et des techniques ultrasonores pour l'inspection et la surveillance des ouvrages en bois

Jérôme S. AFOUTOU

*Université de Limoges, Laboratoire GC2D - UR 14477, 87000 Limoges, France*

**RESUME** L'utilisation et la durée de vie des structures en bois sont souvent mises en cause par les problématiques liées à l'humidité et à la fissuration. Cet article présente des outils pour le monitoring de la santé structurale des ouvrages bois en service, notamment l'évaluation des propriétés mécaniques résiduelles et le suivi d'une fissuration volumique. Ces structures étant généralement sous sollicitations complexes, une approche numérique permet de quantifier la contribution de chaque mode élémentaire de rupture dans le processus de fissuration et d'avoir leur distribution dans l'épaisseur de l'élément considéré. L'approche expérimentale repose sur le modèle de Hankinson 3D développé et validé sur la base des mesures de vitesses de propagation d'ondes ultrasonores. Appliqué à la localisation 3D des sources d'émission acoustique, les algorithmes développés ont permis de localiser avec succès lesdites sources. Une autre application du modèle a permis de déterminer la totalité des composantes de la matrice de rigidité du matériau bois, et ce, uniquement à partir des ondes de compression et d'un seul échantillon.

**Mots-clefs** Mécanique de la rupture 3D ; Contrôle Non Destructif (CND), Propriétés mécaniques résiduelles ; Méthode des Eléments Finis ; Structures en bois

## I. INTRODUCTION

L'augmentation du nombre d'ouvrages de génie civil en bois demande de développer des approches reposant, à la fois, sur de l'inspection périodique et de la surveillance en continue. Dans ce contexte, les techniques de Contrôle Non Destructif (CND), comme les méthodes ultrasonores et la technique d'émission acoustique, offrent l'avantage d'être non invasives vis-à-vis du matériau. Les méthodes ultrasonores permettent de lier les vitesses de propagation d'ondes, la masse volumique et les propriétés d'élasticité du matériau d'une part. D'autre part, les risques de rupture et d'évolution spatio-temporelle d'une fissure peuvent être évalués en employant, respectivement, le pronostic énergétique de la mécanique de la rupture et la localisation de sources de fissuration grâce à la technique d'émission acoustique. Les deux techniques CND reposent sur une connaissance des vitesses de propagation d'ondes élastiques.

Du fait de l'orthotropie du matériau bois, les vitesses de propagation d'ondes dépendent de la direction de propagation (Bucur, 1988). Cette orthotropie impacte également le calcul de rigidités locales et de résistance. Dans ce contexte, Hankinson (1921) a été l'un des premiers scientifiques à proposer un modèle empirique afin de prédire les contraintes en compression dans les pièces de bois présentes dans les avions de l'époque en dehors de leur repère principal d'orthotropie. Au-delà de l'utilisation de la formule de Hankinson pour déterminer des propriétés mécaniques (module d'élasticité ou résistance mécanique) (Forest Products Laboratory, 2010), elle est couramment utilisée pour estimer les vitesses de propagation d'ondes ultrasonores dans le bois ou dans des produits dérivés du bois Beall (2002). Cependant, ces modèles sont toujours appliqués pour des configurations bidimensionnelles. La localisation des sources acoustiques dans les structures 3D isotropes et hétérogènes est une tâche complexe (Yin et al., 2021). Lorsque l'orthotropie est considérée, la localisation 3D devient encore plus complexe et demeure aujourd'hui un réel verrou scientifique. Ainsi, en absence d'un modèle phénoménologique tridimensionnel permettant d'estimer les vitesses de propagation d'ondes élastiques, les travaux de localisation de sources acoustiques dans le bois, sont soit linéaire (1D) ou planaire (2D).

L'objectif de ce travail, est de mettre côte à côte la problématique de la fissuration par des approches énergétiques dans un milieu orthotrope hétérogène et la physique de l'émission acoustique avec pour but de suivre une fissure et d'en-déduire son état énergétique en vue de lancer des alertes dans le cadre d'une politique de surveillance. Pour cela, nous présentons une généralisation tridimensionnelle du modèle empirique d'Hankinson. Après validation expérimentale du modèle, nous montrons une première application pour caractériser l'ensemble des composantes de la matrice de rigidité du bois. Ensuite, un algorithme est développé pour réaliser la localisation tridimensionnelle des sources acoustiques dans un milieu orthotrope. Enfin, une approche de découplage de modes de rupture permet de quantifier la contribution de chaque mode de rupture élémentaire dans le processus de fissuration. Leur distribution dans l'épaisseur explique, en partie, la forme du front de fissure en propagation.

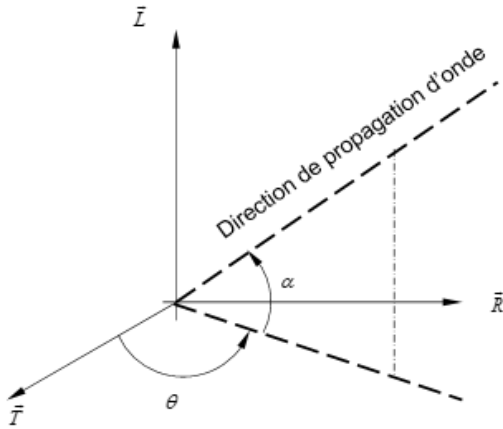
## II. MODELE HANKINSON 3D : FORMALISME ET VALIDATION EXPERIMENTALE

### A. Formalisme mathématique

La proposition d'un modèle généralisé à une approche tridimensionnelle suppose que le modèle soit compatible avec un modèle bidimensionnel (celui de Hankinson), et ce, dans chaque plan principal d'orthotropie. Considérons un repère local d'orthotropie avec une direction de propagation d'onde repérée par une description sphérique. Comme indiqué en Fig. 1, le repère principal d'orthotropie, formé des directions longitudinale, radiale et tangentielle, induit trois plans de symétrie LT, LR et TR. Nous proposons alors le modèle phénoménologique tridimensionnel (3D) suivant :

$$V(\alpha, \theta) = \frac{V_L \cdot V_R \cdot V_T}{V_R \cdot \cos^l(\theta) \cdot [V_L \cdot \cos^m(\alpha) + V_T \cdot \sin^m(\alpha)] + V_T \cdot \sin^l(\theta) \cdot [V_L \cdot \cos^n(\alpha) + V_R \cdot \sin^n(\alpha)]} \quad (1)$$

Par rapport au modèle original, l'expression (1) intègre les trois vitesses de propagation d'ondes lorsque la droite de propagation est colinéaire aux trois directions d'orthotropie, à savoir,  $V_L$ ,  $V_R$  et  $V_T$ .



**FIGURE 1.** Direction de propagation d'onde positionnée dans le repère principal d'orthotropie

Trois constantes de calage ( $n$ ,  $m$  et  $l$ ) complètent le modèle. Celui-ci respecte le formalisme bi-dimensionnel. En effet, en reprenant les conditions angulaires précédentes, nous obtenons la table de conversion précisée dans le [Tableau 1](#).

**TABLEAU 1.** Table de conversion

| Plan | Angle                                                                           | Expression 2D                                                                                |
|------|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| LR   | $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ | $V_{LR}(\alpha) = \frac{V_L \cdot V_R}{V_L \cdot \cos^n(\alpha) + V_R \cdot \sin^n(\alpha)}$ |
| LT   | $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], (\theta = 0)$                        | $V_{LT}(\alpha) = \frac{V_L \cdot V_T}{V_L \cdot \cos^m(\alpha) + V_T \cdot \sin^m(\alpha)}$ |
| TR   | $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], (\alpha = 0)$                        | $V_{RT}(\theta) = \frac{V_R \cdot V_T}{V_R \cdot \cos^l(\theta) + V_T \cdot \sin^l(\theta)}$ |

### B. Validation expérimentale

Considérons un cube de Douglas massif de 130mm de côté issu d'une poutre de section transversale 140 × 140 mm<sup>2</sup>. Les dimensions du cube ont été dictées par la fréquence de résonance des transducteurs employés (54 kHz ± 5kHz). L'usinage de l'éprouvette privilégie la direction longitudinale  $\vec{L}$  parallèle à l'axe z du repère cartésien global, [Fig. 2-a](#). Des échantillons supplémentaires (situés aux deux bouts du cube) ont été prélevés afin de déterminer l'humidité moyenne par double pesée après séchage dans une étuve à 103°C. L'humidité moyenne mesurée est de 12,6% correspondant à une masse volumique de 430kg/m<sup>3</sup>. La vitesse de propagation des

ondes ultrasonores  $V$  est définie en considérant le temps de vol  $TOF$  et la distance  $d_{us}$  séparant les points d'émission et de réception :

$$V = \frac{d_{us}}{TOF} \quad (2)$$

Les impulsions sont générées par un appareil ultrasonore (Pundit PL-200). Le temps de vol est mesuré avec une résolution temporelle de  $0,1\mu s$  avec un rapport Signal/Bruit (SNR) supérieur à 10dB. En utilisant le critère d'Akaike pour déterminer le  $TOF$ , on assure une bonne estimation de la vitesse en réception (Arciniegas et al., 2015). Afin d'avoir une ouverture angulaire optimale, nous avons employé des tirs semi-directs (AFNOR 2005), Fig. 2-b. Cela représente, au total, 243 lignes de propagation ( $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  et  $20^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ).

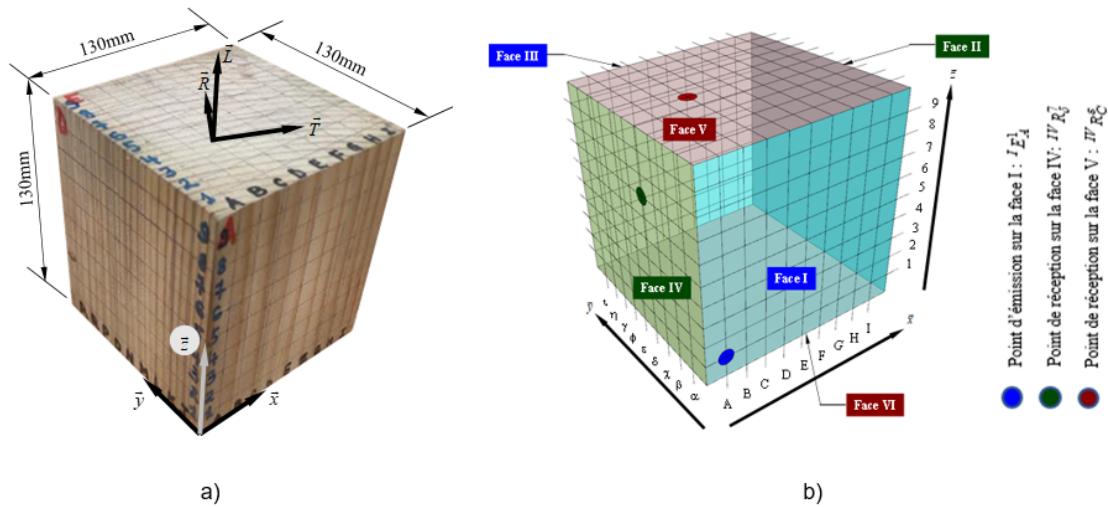


FIGURE 2. a) Eprouvette de Douglas, b) Codification de la position des points d'émission et de réception

En complément des mesures de vitesses expérimentales, une boucle de 'multiplexage', basée sur l'expression (1), est employée pour calculer en parallèle les vitesses théoriques pour l'ensemble des tirs. Le bois étant orthotrope cylindrique, les orientations locales des vecteurs unitaires des directions  $\vec{R}$  et  $\vec{T}$  évoluent selon les cernes de croissance, entraînant ainsi des variations dans les angles  $(\alpha, \theta)$  le long du trajet l'onde. L'orthotropie cylindrique est prise en considération en positionnant la moëlle de la grume que nous supposons colinéaire à la direction  $\vec{L}$  des fibres. La boucle de 'multiplexage' est implémentée sur un support Eléments Finis et intégrée dans un algorithme d'optimisation. L'optimisation consiste à minimiser une fonction d'écart entre les vitesses expérimentales et les vitesses théoriques. La solution recherchée est le vecteur des six paramètres de la loi d'Hankinson 3D qui minimise cet écart entre l'ensemble des vitesses. A la fin de l'optimisation, un écart moyen de 141 m/s sur l'ensemble des tirs est obtenu ; et les valeurs correspondantes des six paramètres sont répertoriées dans le Tableau 2. La Figure 3 montre le tracé 3D de l'inverse des vitesses pour différents trajets d'ondes.

TABLEAU 2. Paramètres d’Hankinson 3D optimisés

| $V_L$ (m/s) | $V_R$ (m/s) | $V_T$ (m/s) | $l$  | $m$  | $n$  |
|-------------|-------------|-------------|------|------|------|
| 5780        | 1980        | 1240        | 1,97 | 1,63 | 1,73 |

On peut distinguer sur le tracé, les comportements des vitesses de propagation dans les trois principaux plans d’orthotropie et dans les directions principales.

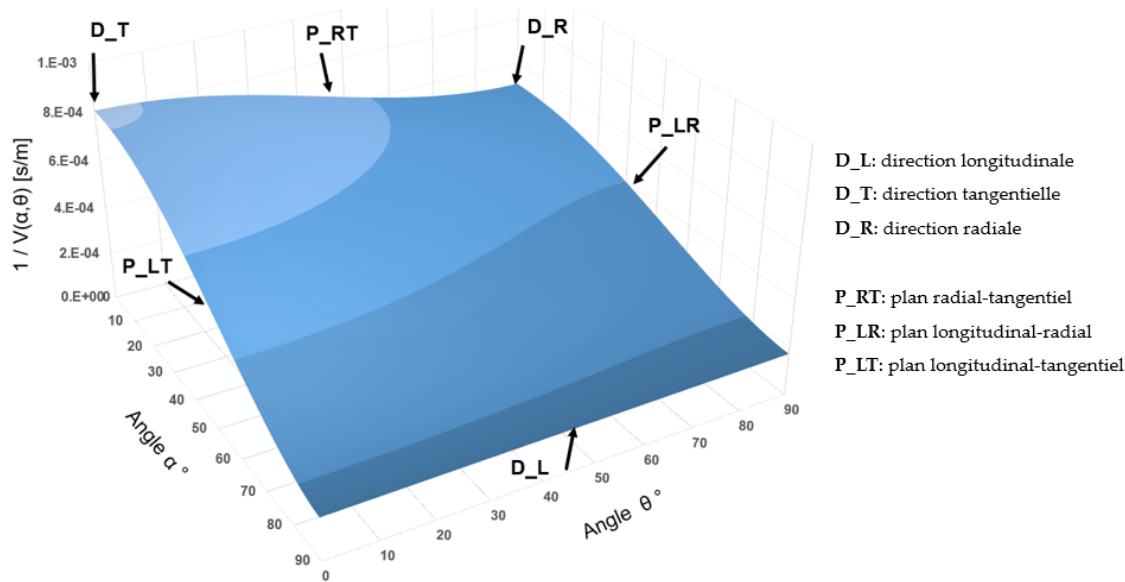


FIGURE 3. Surface de lenteur en 3D des vitesses modèles

III. DIVERSES APPLICATIONS DU MODELE DEVELOPPE

A. Détermination des constantes d’élasticité du matériau bois

Pour déterminer les propriétés d’élasticité du matériau bois, les mesures utilisant des ultrasons sont souvent effectuées à la fois, avec des ondes de compression et de cisaillement. Ces mesures emploient plusieurs géométries et des conditions de mesures pas toujours compatibles avec une utilisation structure (Bucur and Rasolofosaon, 1998; Gonçalves et al., 2014). Dans notre étude, nous avons opté pour une mesure employant uniquement des ondes de compression sur des géométries parallélépipédiques se rapprochant de conditions réelles pour des inspections structurelles. Afin de déterminer les propriétés élastiques, la méthodologie proposée nécessite une projection de l’expression (1) sur les principaux plans d’orthotropie.

Considérons une propagation d’onde de compression le long d’une direction  $\vec{x'}$  dans un plan  $xy$ . Soit  $\beta$  correspondant à l’angle entre le chemin de propagation et la direction  $\vec{x}$  du plan  $xy$ . La vitesse de propagation analytique  $V_{ana}^{xy}$  de cette onde est donnée par l’équation de Christoffel

(Royer et al., 1996). Cette vitesse dépend de l'angle  $\beta$ , de la masse volumique  $\rho$  et de la rigidité apparente  $C_{x'x'}$  telle que :

$$V_{ana}^{xy}(\beta) = \sqrt{\frac{C_{x'x'}}{\rho}} \quad (3)$$

Avec :

$$C_{x'x'} = \frac{E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot (E_{z'} - E_{y'} \cdot \nu_{zy'}^2)}{E_{y'} \cdot E_{z'} - E_{x'} \cdot E_{z'} \cdot \nu_{yz'}^2 - E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot \nu_{zx'}^2 - E_{y'}^2 \nu_{zy'}^2 - 2 \cdot E_{x'} \cdot E_{y'} \cdot \nu_{yz'} \cdot \nu_{zy'} \cdot \nu_{zx'}}$$

D'un autre côté, selon l'équation d'Hankinson, l'expression phénoménologique de la vitesse de propagation de cette onde ultrasonore prend la forme suivante :

$$V_{Hank}^{xy}(\beta) = \frac{V_x \cdot V_y}{V_x \cdot (\sin \beta)^{n_{xy}} + V_y \cdot (\cos \beta)^{n_{xy}}} \quad (4)$$

Le plan  $xy$  correspond à la fois à chaque plan d'orthotropie LR, LT et RT. Par permutation, l'angle  $\beta$  balaye les valeurs des angles  $(\alpha, \theta)$  correspondant à chaque plan, [Tableau 1](#).

Par la suite, la méthodologie repose sur une optimisation qui consiste à déterminer les propriétés élastiques du matériau de manière à minimiser l'écart relatif entre les vitesses analytiques  $V_{ana}^{xy}(\alpha, \theta)$  données par l'expression (3) et les vitesses empiriques  $V_{Hank}^{xy}(\alpha, \theta)$  issues des formulations de Hankinson (expression 4), et ce, pour chaque plan d'orthotropie LR, LT et RT. Nous obtenons pour un écart relatif moyen de 0,23% entre les deux vitesses, les propriétés d'élasticité regroupées dans le [Tableau 3](#).

**TABLEAU 3.** Propriétés d'élasticités du Douglas (Afoutou et al., 2024)

| Modules d'élasticité (GPa) |            |            | Modules de cisaillement (GPa) |            |            |
|----------------------------|------------|------------|-------------------------------|------------|------------|
| $E_L$                      | $E_R$      | $E_T$      | $G_{LR}$                      | $G_{LT}$   | $G_{RT}$   |
| 13,1                       | 1,57       | 0,62       | 1,45                          | 0,737      | 0,419      |
| Coefficients de Poisson    |            |            |                               |            |            |
| $\nu_{RL}$                 | $\nu_{TR}$ | $\nu_{TL}$ | $\nu_{LR}$                    | $\nu_{RT}$ | $\nu_{LT}$ |
| 0,04                       | 0,41       | 0,03       | 0,484                         | 0,279      | 0,697      |

Les coefficients de Poisson satisfont à l'exigence de la positivité de l'énergie de déformation. Les valeurs des constantes élastiques obtenues sont conformes à celles de la littérature.

### B. Localisation 3D orthotrope

L'instrumentation d'un élément de structure par la technique d'émission acoustique permet de suivre l'évolution de l'endommagement en fonction des sollicitations appliquées. Elle permet également d'identifier les mécanismes de rupture et de remonter aux sources d'endommagement et de fissuration. Cette section traite du dernier point qu'est la localisation des sources acoustiques. L'objectif étant de mettre en place une procédure de localisation tridimensionnelle dans un milieu orthotrope, nous avons opté pour des émissions acoustiques virtuelles dans le sens où les vitesses de propagation sont générées numériquement afin d'éliminer toutes perturbations pouvant altérer la qualité des signaux réceptionnés. Par contre, lors de l'exploitation de la procédure, les temps virtuels seront considérés comme des temps expérimentaux qui seraient captés par la chaîne d'acquisition. La procédure de localisation consiste à minimiser une fonction au sens des moindres carrées entre les distances (ou temps) calculées et les distances (ou temps) mesurées d'un point d'émission dont la localisation est à déterminer.

Que la localisation acoustique soit unie, bi ou tri- dimensionnelles dans un milieu isotrope ou orthotrope ; elle est influencée par la capacité d'atténuation du milieu, le maillage des récepteurs acoustiques, le type d'algorithme d'optimisation etc. Dans cet article, il est étudié l'influence du maillage des récepteurs acoustiques (Fig. 4) et l'effet du type d'algorithme d'optimisation. Les paramètres d'Hankinson 3D sont préalablement connus, [Tableau 2](#). Ce qui permet de connaître la vitesse effective de propagation de l'onde.

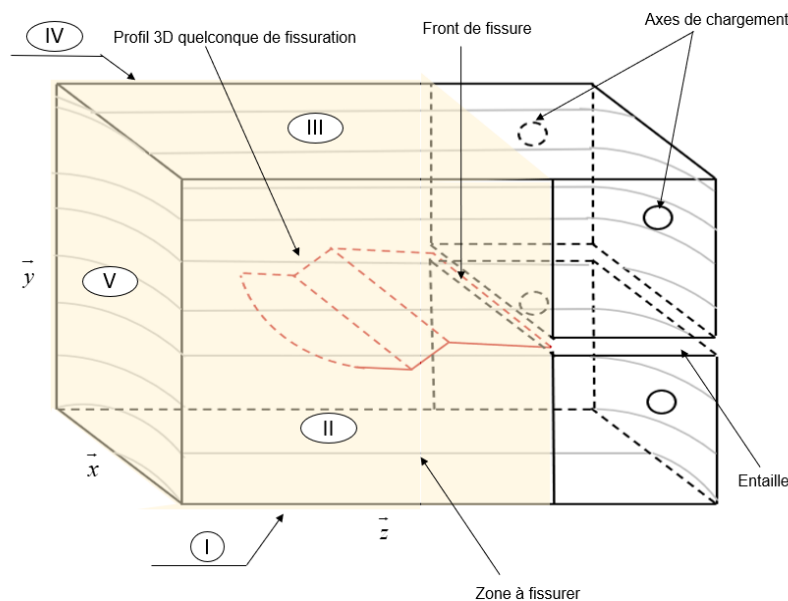


FIGURE 4. Eprouvette DCB avec un profil de fissure quelconque

Selon la [Figure 4](#), les récepteurs acoustiques sont disposés simultanément soit sur :

- les faces (I & III), correspondant à une disposition sur champ de l'éprouvette
- les faces (IV & II), correspondant à une disposition sur les faces latérales (vue de face et vue arrière) de l'éprouvette.



- les faces (IV & II & V), ajoutant à la précédente disposition, des récepteurs sur la face V (vue de gauche) de l'éprouvette.

En raison de la complexité de la localisation des sources acoustiques dans le bois avec sa structure orthotrope cylindrique, il a été fait l'hypothèse d'une orthotropie cartésienne, ce qui nous rapproche plus d'un matériau industriel (exemple d'un composite) que d'un matériau naturel. Trois algorithmes d'optimisation ont été utilisés : l'algorithme de Nelder et Mead, l'algorithme de Powell modifié et l'algorithme d'évolution différentielle.

Pour un même maillage des récepteurs, il ressort que l'algorithme d'évolution différentielle présente les meilleurs résultats de localisation grâce au bornage de l'espace et à la multiplication des vecteurs de départ. Les résultats s'améliorent pour les autres types d'algorithmes au fur et à mesure que l'on augmente le nombre de récepteurs.

Les sources d'émissions acoustiques, (suivant leur emplacement et leur coalescence) sont supposées décrire le front de fissure dans le matériau. Toutefois, une autre approche pour appréhender ce front de fissure consiste à utiliser la mécanique de la rupture 3D.

#### IV. MECANIQUE DE LA RUPTURE DANS UN MILIEU 3D ORTHOTROPE

Le processus de fissuration est piloté par le taux de restitution d'énergie (G). Cette énergie est fonction du type de sollicitation et donc du mode de rupture. On distingue les modes de ruptures élémentaires ci-après : le mode d'ouverture (mode I), le mode de cisaillement plan (mode II) et le mode de cisaillement hors plan (mode III). A chaque mode élémentaire correspond une valeur de  $G_{crit}$  (seuil énergétique d'amorçage de propagation de la fissure).

Dans le cas réel, les sollicitations dans les structures bois sont rarement simples. Pour mieux appréhender le comportement à la fissuration, il est utile de procéder à des découplages de modes de rupture afin de quantifier la part de chaque mode élémentaire dans le processus de fissuration. Cela est d'autant justifié au regard de l'anisotropie du matériau bois. Nous avons procédé au découplage de modes de rupture en utilisant l'intégrale  $M_{\theta}^{3D}$  (Eq. 5) de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture.

$$M_{\theta}^{3D} = \frac{1}{2} \int_V \left( \sigma_{ij}^u v_{i,j} - \sigma_{ij}^v u_i \right) \cdot \theta_{i,j} dV \quad (5)$$

( $u$ ) et ( $v$ ) représentent des champs de déplacements réels et virtuels cinématiquement admissibles. Dans le même esprit,  $\sigma_{ij}^u$  et  $\sigma_{ij}^v$  sont, respectivement, les composantes des champs de contrainte réel et virtuel.  $dV$  est le domaine d'intégration.

L'emploi de l'intégrale  $M_{\theta}^{3D}$  a nécessité de reconstruire un champ mécanique local tridimensionnel par une adaptation (ajout de l'orthotropie) du champ mécanique local isotrope proposé par Irwin (1957). Ce choix a été fait du fait de l'absence d'une expression acceptée dans la littérature. Cette absence de forme 3D du champ de déplacements et de contraintes au voisinage du front de fissure est valable également pour les matériaux isotropes (Zakavi et al., 2022).

La stratégie de découplage est implémentée dans le code aux éléments finis Castem avec la modélisation géométrique d'une éprouvette MMCG (Mixed Mode Crack Growth). Différentes



épaisseurs sont explorées afin de mettre en exergue les effets tridimensionnels. Les chargements appliqués permettent d'avoir soit des modes de rupture élémentaires ou des modes de ruptures mixtes (combinaison des modes élémentaires).

Les modélisations en mode III ont permis de mettre en exergue l'effet du mode II aux abords des surfaces libres. Ceci révèle qu'une sollicitation en mode III présente toujours une cinétique de fissuration combinant, à minima, du mode II et parfois du mode I. La Figure 5 montre la distribution de chaque taux de restitution d'énergie dans l'épaisseur pour les épaisseurs de 10mm et 60mm. La part du mode III (GIII) est plus importante au cœur de l'éprouvette si l'épaisseur est petite. Le plateau observé pour GIII en Fig. 5-b peut s'expliquer par l'augmentation de l'épaisseur.

En fonction du degré de mixité du chargement, la part du mode III n'a pas la même distribution le long du front de fissure. De plus, l'induction des autres modes élémentaires (I et II) et donc les parts des taux de restitution d'énergie (GI et GII) dépendent de la mixité du chargement. En mode mixte I+II (par exemple), les résultats montrent que le taux de restitution d'énergie GI est maximal au cœur de l'éprouvette et minimal aux abords des surfaces libres, et ce, quel que soit le taux de mixité pour une épaisseur donnée.

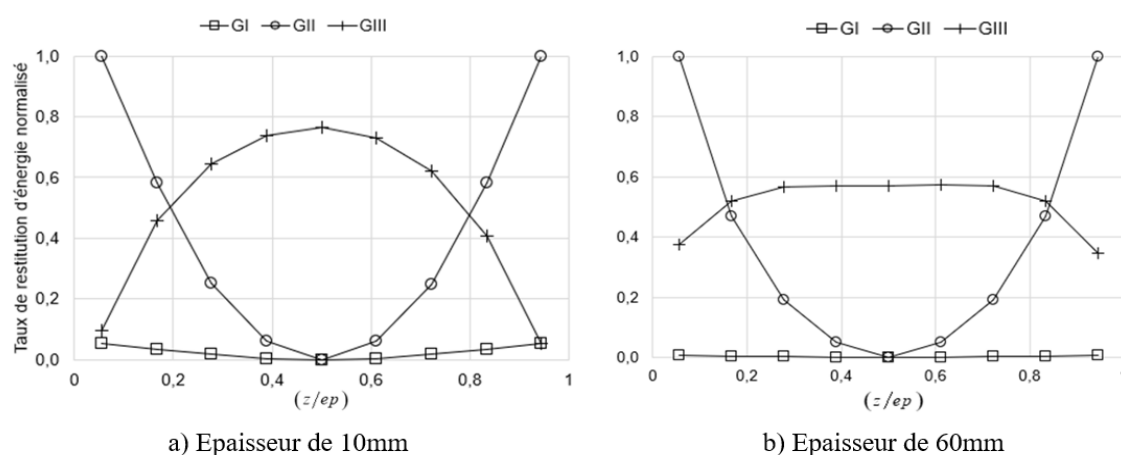


FIGURE 5. GI, GII et GIII le long du front de fissure en mode III en fonctions des épaisseurs

## V. CONCLUSION

Ce travail présente une évaluation non destructive des propriétés mécaniques des éléments de structure d'une part, et d'autre part, une estimation du risque de propagation instable des fissures avec un intérêt particulier à l'évolution du front de fissure dans l'épaisseur de l'élément considéré. Une vision tridimensionnelle a nécessité, à chaque étape, des développements spécifiques pour tenir compte du caractère orthotrope du matériau. Selon les conditions ambiantes, la présence d'un gradient hydrique dans l'épaisseur peut perturber les cinétiques de fissuration ainsi que la distribution de chaque mode de rupture. La prise en compte du gradient d'humidité demeure une perspective de ce travail.

## VI. REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans cet article ont été financés par la Région Nouvelle Aquitaine et le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche.

## VII. REFERENCES

AFNOR. (2005). Essais pour béton dans les structures – Partie 4 : détermination de la vitesse de propagation des ultrasons. Norme française NF EN 12504-4.

Afoutou, J. S., Zhang, X., Dubois, F. (2024). Full elastic properties characterization of wood by ultrasound using a single sample. *Wood Sci Technol* 58(1), 403-422. doi: 10.1007/s00226-023-01525-y

Afoutou, J. S., Dubois, F., Sauvat, N., Takarli, M. (2023). A novel three-dimensional model for the prediction of ultrasonic velocity in wood considering its orthotropy. *Wood Sci Technol* 57(3), 605–623. doi: 10.1007/s00226-023-01470-w

Arciniegas, A., Brancheriau, L., Lasaygues, P. (2015). Tomography in standing trees : revisiting the determination of acoustic wave velocity. *Annals of Forest Science* 72, 685–691. doi: 10.1007/s13595-014-0416-y

Beall, F. C. (2002). Overview of the Use of Ultrasonic Technologies in Research on Wood Properties. *Wood Sci and Technol* 36 (3), 197-212.

Bucur, V. (1988). Wood Structural Anisotropy Estimated by Acoustic Invariants. *IAWA Journal* 9, 67–74. doi: 10.1163/22941932-90000471

Bucur V, Rasolofosaon P. (1998). Dynamic elastic anisotropy and nonlinearity in wood and rock. *Ultrasonics* 36(7), 813–824. doi: 10.1016/S0041-624X(98)00004-3

Forest Products Laboratory. (2010). Wood handbook : wood as an engineering material. Department of Agriculture Forest Service, Madison, Wisconsin, USA.

Hankinson, R. L. (1921). Investigation of crushing strength of spruce at varying angles of grain. *Air service information circular* 259 (3), 130.

Irwin G.R. (1957). Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *J Appl Mech* 24(3), 361–364. doi: 10.1115/1.4011547

Gonçalves R, Trinca AJ, Pellis B. P. (2014). Elastic constants of wood determined by ultrasound using three geometries of specimens. *Wood Sci Technol* 48(2), 269–287. doi: 10.1007/s00226-013-0598-8

Royer D., Dieulesaint E., De Gennes P.G. (1996), *Ondes élastiques dans les solides - Tome 1 : Propagation libre et guidée*, Masson Edition.

Zakavi B, Kotousov A, Branco R. (2022). Overview of three-dimensional linear-elastic fracture mechanics. *Int J Fract* 234, 5-20. doi: 10.1007/s10704-021-00528-9