

Méthode d'évaluation structurale post-incendie des monuments en pierre : application à la cathédrale Notre-Dame de Paris

Colin GUENSER¹

¹LMDC, Université de Toulouse, INSA/UPS Génie Civil, 135 Avenue de Rangueil, 31077 Toulouse cedex 04 France.

RÉSUMÉ. La maçonnerie constituait jusqu'au XIX^e siècle le moyen privilégié de bâtir durablement. Aujourd'hui, les questions relatives à l'aptitude au service en tant qu'Établissement Recevant du Public des bâtiments anciens après un incendie restent sans réponse. La rénovation de la cathédrale Notre-Dame de Paris suite à l'incendie de 2019 en fait un sujet d'actualité. Dans le cadre du projet ANR DEMMEFI, une nouvelle approche numérique pour l'analyse structurale de la maçonnerie est développée, combinant les approches éléments finis (code Cast3M) et éléments discrets (code LMGC90). Les travaux de cette thèse consistent en l'élaboration d'une méthode de diagnostic structurel des structures maçonnées ayant subi un incendie. Les différentes phases de cette méthode sont décrites : (i) phase de recueil des données historiques et techniques de l'ouvrage, (ii) phase comprenant des essais expérimentaux *in situ* et en laboratoire pour le calage numérique d'une loi de comportement thermomécanique homogène de la maçonnerie, et (iii) phase de construction d'un jumeau numérique de l'ouvrage pouvant être utilisé à des fins de diagnostic (évaluation des dommages et de la stabilité post-incendie de la cathédrale Notre-Dame de Paris) ou de pronostic (évaluation de la stabilité future et des renforcements).

Mots-clefs maçonnerie, incendie, caractérisation thermomécanique, homogénéisation, jumeau numérique

I. INTRODUCTION

La maçonnerie de pierre constituait le principal moyen durable de construire les édifices jusqu'au XIX^e siècle en Île-de-France, en témoignent les nombreux édifices historiques en pierre toujours existants et parfois accueillant encore du public. Ces ouvrages sont malheureusement parfois victimes de situations accidentelles comme les incendies du parlement de Bretagne en 1994 ou l'hôtel de ville de la Rochelle en 2013, ou plus récemment la cathédrale Notre-Dame de Paris la nuit du 15 avril 2019. Après de tels événements, la démolition-reconstruction d'ouvrages patrimoniaux en pierre, même partielle, n'est pas envisageable étant donné leur importance religieuse, culturelle ou historique, à moins d'apporter la preuve que l'ouvrage n'est plus exploitable ou présente un risque pour ses occupants. Après l'incendie, la réhabilitation est donc à privilégier, et la preuve de leur stabilité à justifier.

Dans le cas des édifices en pierre, le diagnostic post-incendie soulève de nombreux défis techniques et verrous scientifiques. En effet, le seul règlement encadrant la construction en maçonnerie se limite aux éléments verticaux (EC6 et DTU 20). Il n'existe pas d'équivalent concernant le diagnostic ni même la construction de voûtes maçonnées, élément pourtant central de l'architecture monumentale historique. Le manque de données couvrant à la fois la diversité des matériaux présents et l'effet de la température freine le développement d'une méthode consensuelle d'analyse structurale de la maçonnerie sous hautes températures. Peu d'études traitent ce sujet aujourd'hui. Nous pouvons citer par exemple Al Nahhas et al., 2007; Fantilli and Burello, 2022; Nguyen

et al., 2009, mais la variation de matériaux et de résultats pointe plusieurs éléments principaux faisant barrière à la mise en place d'une telle méthode (FIGURE 1). Tout d'abord, la maçonnerie est un composite constitué de matériaux adoucissants et aux comportements hautement non linéaires et parfois anisotropes, ce qui rend complexe le calcul prédictif de sa réponse mécanique sans informations préalables. La présence d'interfaces constituant des zones de faiblesse préférentielle complexifie de surcroît la modélisation et le calcul numérique des structures maçonnées. Enfin, le manque de connaissances sur le comportement mécanique des matériaux constitutifs de la maçonnerie (pierre aussi bien que mortier de chaux) suite à un cycle de chauffage-refroidissement à haute température est le point clé empêchant jusqu'à présent le calcul de la structure sous incendie, et par extension la réalisation d'un diagnostic post-incendie. La création d'un jumeau numérique de l'ouvrage permettrait à la fois de justifier sa stabilité post-incendie, mais pourrait également servir d'outil d'aide à la décision des maîtres d'œuvres et d'ouvrages en testant l'efficacité de différentes techniques de renforcement. À ce jour, réaliser le jumeau numérique d'un monument dans son entièreté en discrétisant les joints et rendant compte de phénomènes complexes 3D implique des temps de calculs incompatibles avec les besoins d'études classiques. Les calculs aux éléments finis non-linéaires permettent de faire des calculs homogénéisés plus rapides et sont les plus indiqués pour cette tâche.

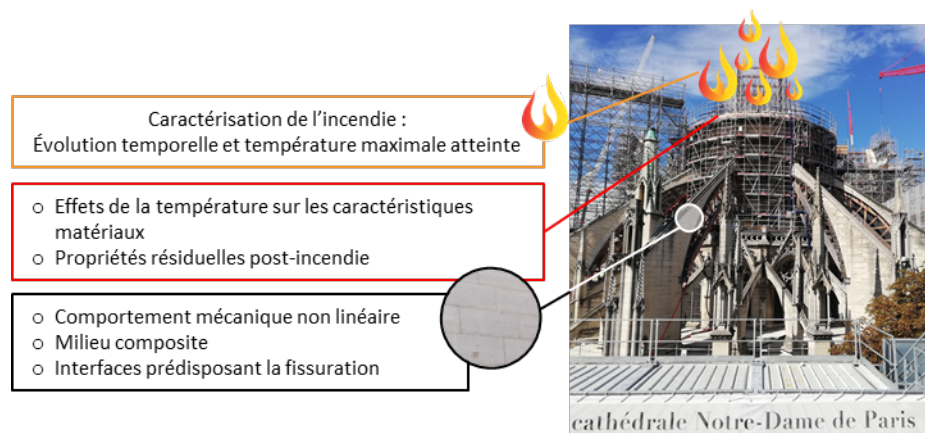


FIGURE 1 Obstacles limitant le diagnostic structurel post-incendie des structures maçonnées

Le chantier de reconstruction-réhabilitation en cours sur la cathédrale Notre-Dame de Paris suite à l'incendie du 15 avril 2019 place la question de l'évaluation structurelle post-incendie sur le devant de l'actualité. Les travaux de thèse présentés ici s'inscrivent dans le projet de recherche DEMMEFI financé par l'ANR, avec pour but de répondre à cette question.

La thèse dont l'ensemble de la méthodologie est présenté ici a pour objectif de développer une méthode de diagnostic structurel résiduel post-incendie des édifices en maçonnerie (FIGURE 2), et de la mettre en œuvre dans le cas de la cathédrale Notre-Dame de Paris. Cette méthodologie comprend trois phases : (i) Synthèse des informations historiques et techniques sur le monument et les matériaux qui le composent, (ii) Essais *in situ* et en laboratoire et calage numérique de la loi de comportement thermomécanique homogène de la maçonnerie, et enfin (iii) construction et exploitation d'un jumeau numérique 3D de l'ouvrage.

La 1^{ère} phase consiste à rassembler toutes les informations disponibles sur l'ouvrage réel en termes de géométrie, de matériaux, de détails constructifs et de phasage de construction à l'aide d'une démarche historique de recherche documentaire. Ces informations sont utiles pour identifier les matériaux présents et leur possible variabilité, pour cibler les éléments critiques de la structure et le gradient thermique subi, pour relever la géométrie de la structure en vue de sa modélisation, ou enfin pour identifier les problématiques concomitantes comme par exemple l'effet de l'eau d'extinction de l'incendie.

La 2^{ème} phase a pour but l'obtention d'une loi de comportement homogénéisée de la maçonnerie restituant les conséquences mécaniques de l'élévation progressive de la température pendant l'incendie et son refroidissement lors de l'extinction, jusqu'à retour à température ambiante. Tout d'abord, une campagne d'essais expérimentaux est menée à la fois *in situ* et en laboratoire, visant la caractérisation des propriétés thermiques et mécaniques de pierres et de mortiers équivalents à ceux observés *in situ*, à température ambiante et après chauffage-refroidissement jusqu'à 1000°C. Ces propriétés sont essentielles pour alimenter des modèles de comportement thermomécanique non linéaire des matériaux tels que ceux utilisés dans la présente recherche et précisés ultérieurement. Dans un second temps, lesdits modèles sont validés à l'échelle d'un mur avec une approche bloc-à-bloc à l'aide de données expérimentales issues de la littérature (Pham et al., 2022). Deux méthodes de calcul sont exploitées, l'une aux éléments finis (dite MEF), et l'autre hybride éléments finis / éléments discrets (MEF / MED) spécialement développée dans le cadre du projet DEMMEFI. Enfin, un processus d'homogénéisation numérique des propriétés du matériau maçonnerie est réalisé sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER). La loi de comportement homogénéisée doit restituer les conséquences mécaniques de l'élévation progressive de la température pendant l'incendie et son refroidissement lors de l'extinction, jusqu'à retour à température ambiante.

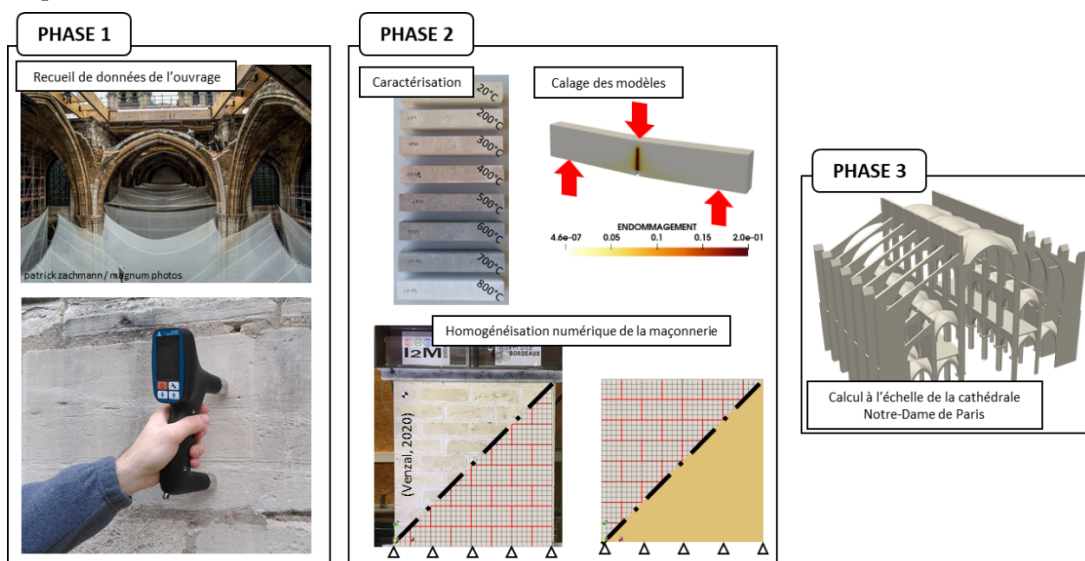


FIGURE 2 Méthodologie adoptée

Dans la 3^{ème} et dernière phase, un jumeau numérique de la cathédrale Notre-Dame de Paris est construit grâce à la loi de comportement homogénéisée, fidèle aux variations de températures, et à la géométrie 3D. Il s'agit alors d'exploiter ce jumeau numérique pour reproduire l'historique complet de l'incendie de la cathédrale jusqu'à obtenir une structure virtuelle endommagée comme la structure réelle. Ce jumeau peut être utilisé à des fins de diagnostic structurel post-incendie, mais permet aussi d'établir des pronostics face à de possibles modifications de la structure comme des renforcements, des tassements d'appui ou d'autres charges accidentelles.

II. CHOIX DES MATERIAUX

Dans un souci de conservation maximale de la structure dans son état original, le prélèvement d'échantillons *in situ* est fortement limité. Les méthodes de caractérisation des matériaux en laboratoire nécessitent cependant une grande quantité de matériau, une autre source d'approvisionnement est donc nécessaire. Dans la phase 1 de la méthode, l'étude bibliographique de précédentes analyses réalisées dans le cadre du chantier de la cathédrale Notre-Dame de Paris nous permet d'argumenter le choix des matériaux équivalents, en confirmant leur proche similitude avec les matériaux observés *in situ*.

Les voutains, qui composent la majeure partie des voûtes sexpartites, sont les éléments les plus critiques de la structure du fait de leur élancement, leur géométrie complexe et leur exposition directe à l'incendie. C'est donc cette partie de l'ouvrage qui a été sélectionnée pour faire le choix des matériaux représentatifs. Les autres parties de l'ouvrage seront donc considérées dans un premier temps comme constituées des mêmes matériaux, et pourront faire l'objet d'analyses de sensibilité ultérieures en se basant sur (Domede et al., 2024). Le rapport d'identification des faciès pétrographiques (Dabat et al., 2021a) donne des informations sur l'origine des roches : les voutains sont constitués de calcaires tendres de différentes provenances, parmi lesquelles la carrière de Saint-Maximin, toujours en activité. Le rapport de caractérisation (Dabat et al., 2021b) précise quant à lui les principales caractéristiques à l'état sain (masse volumique, vitesses des ondes ultrasonores, résistance en compression, module d'élasticité statique), ce qui oriente le choix de la nuance « Ferme Fine ».

Dans la même démarche, une formulation de mortier est choisie sur la base d'une étude de caractérisation physicochimique des mortiers de la cathédrale Notre-Dame de Paris (Mechling and Baquet, 2022). Ainsi, une chaux faiblement hydraulique (NHL2) est mélangée à du sable roulé alluvionnaire 0/3,15 dans un rapport S/C=5,09. L'apport en eau est ajusté pour la maniabilité après concertation avec un compagnon tailleur de pierre ($E/C = 1.19$), et une période de cure de 90 jours est observée pour obtenir un degré d'hydratation avancé.

Ces matériaux sont conditionnés sous les différents formats requis par les protocoles expérimentaux (FIGURE 3). Des cylindres sont utilisés pour la réalisation d'essais de compression, et des prismes pour des essais de flexion trois points. Enfin, des éprouvettes composites constituées de deux cubes de pierre liés par un joint de mortier (duo) sont également utilisées pour des essais de compression pour mesurer l'effet de confinement du mortier. Des éprouvettes de pierre de mêmes dimensions que les duos ont également été menées à rupture en compression ce qui a permis de quantifier l'effet d'échelle de la pierre de Saint-Maximin et de compléter les informations bibliographiques relativement peu fournies concernant ce type de calcaire.

III. MODELISATION NUMERIQUE DU MATERIAU MAÇONNERIE

Plusieurs étapes intermédiaires sont nécessaires avant de calibrer un modèle numérique homogénéisé reproduisant la structure dans son état thermomécanique post-incendie. Dans la phase 2, des mesures *in situ* de vitesses des ultrasons réalisées dans le cadre du projet DEMMEFI (Domede et al., 2024) ont permis de comparer les matériaux choisis avec ceux de la cathédrale, ce qui confirme les choix de matériaux notamment en distinguant les différentes parties structurelles de l'ouvrage. Puis, une étude expérimentale en laboratoire a permis d'alimenter les modèles numériques. Ces modèles sont utilisés successivement à l'échelle du matériau, puis de l'élément structurel (mur), et enfin à l'échelle de la structure.

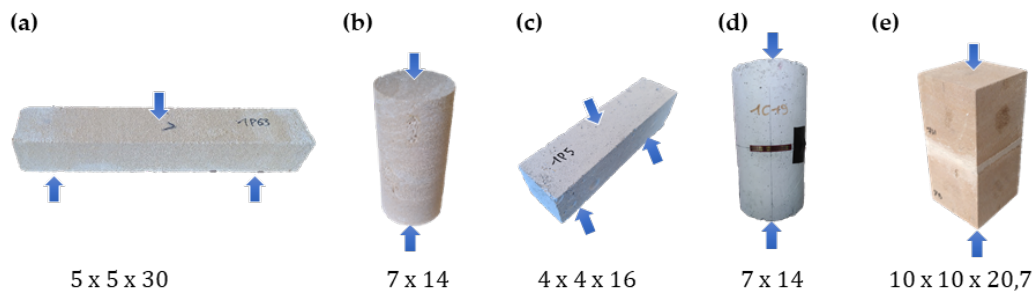


FIGURE 3 Format (cm) des échantillons de pierre (a, b), de mortier (c, d) et des composites (e)

A. Caractérisation mécanique et thermique des matériaux

Les protocoles expérimentaux mis en œuvre servent deux objectifs principaux. En premier lieu, ils permettent d'établir un modèle mécanique pré-pic et post-pic des matériaux étudiés sans phase de chauffage. En second lieu, l'évolution des caractéristiques mécaniques est établie en fonction de la température. Les mêmes protocoles de mesures sont donc répétés sur des éprouvettes endommagées thermiquement, après un cycle de chauffage-refroidissement.

Le protocole d'endommagement thermique des éprouvettes est constitué (i) d'une phase de chauffage à la vitesse de 5°C/min jusqu'à la température recherchée, (ii) d'un palier de 5 heures maintenu à cette température, puis (iii) d'un refroidissement naturel et lent. Ces dispositions permettent, sinon de les supprimer, au moins de réduire au maximum les effets indésirables de dilatations thermiques différentielles en assurant une montée en température la plus homogène possible au sein de l'échantillon. Les éprouvettes sont testées après retour à température ambiante.

En plus des mesures non destructives de vitesses des ultrasons déjà citées, des méthodes destructives sont utilisées pour caractériser, jusqu'à rupture, les propriétés quasi-statiques des matériaux. Le comportement en compression est obtenu par des essais de compression uniaxiale sur les éprouvettes cylindriques. Les éprouvettes sont équipées de jauges de déformation de manière à renseigner le module d'élasticité, le coefficient de Poisson et la dilatance, caractéristique clé du comportement non linéaire des géomatériaux. Cet essai, inspiré de la norme en vigueur pour les pierres naturelles (NF EN 14580), est asservi en déplacement plutôt qu'en contrainte pour permettre une acquisition des données post-pic. Le phénomène de rupture fragile est évité dans la mesure du possible grâce à une vitesse de chargement suffisamment lente (0.1 mm/min). Le comportement en traction est obtenu par des essais de flexion trois points asservis en déplacement également à la vitesse de 0.1 mm/min. Cela permet notamment d'obtenir l'énergie de fissuration en traction. Enfin, des mesures des caractéristiques thermiques (conductivité thermique, capacité thermique massique) sont menées sur les matériaux à différentes températures afin de pouvoir reproduire la propagation non linéaire de la chaleur au cours de l'incendie.

B. Méthodes de modélisation numérique

La méthode proposée d'évaluation post-incendie des monuments en pierre repose entre autres sur des outils numériques. Dans un premier temps, la phase expérimentale décrite précédemment permet de renseigner les paramètres matériaux des blocs et du mortier utiles à l'alimentation des modèles numériques (échelle du matériau pierre et du matériau mortier). Puis une validation du modèle est effectuée à l'échelle d'un mur soumis à un feu réglementaire. La phase 3 de modélisation à l'échelle de la cathédrale Notre-Dame de Paris n'est pas achevée à l'heure de la rédaction ; Les résultats ne seront pas présentés dans cet article.

i. À l'échelle du matériau

Dans la présente étude, une évolution du modèle ENDO3D (Sellier, 2018) est réalisée pour modéliser les comportements thermomécaniques de la pierre et du mortier. Ce modèle développé dans le code éléments finis Cast3M (CEA) est un modèle mécanique élasto-plastique anisotrope avec endommagements sur des éléments volumiques. Il restitue incrémentalement l'endommagement thermique du matériau à l'aide d'une fonction de réduction des caractéristiques mécaniques $r(X)$ appliquée sur les caractéristiques mécaniques X (module d'élasticité et résistances), dépendant de la température maximale atteinte θ_{max} (voir équation 1). L'évolution de certains paramètres du modèle, tels que les résistances, le module d'élasticité et le coefficient de Poisson, est calée à partir des mesures expérimentales réalisées. D'autres paramètres du modèle non mesurables expérimentalement sont calés numériquement par analyse inverse des mesures contraintes-déformations expérimentales. Une optimisation de ces paramètres est réalisée par la méthode des moindres carrés.

$$r(X) = p + (1 - p) \exp\left(\frac{\theta_{max} - \theta_{th}}{\theta_k - \theta_{th}}\right)^m \text{ si } \theta > \theta_{th} \quad (1)$$

$p \in [0; 1]$: part de la résistance résiduelle suite à un endommagement thermique
 θ_{th} : température de début d'endommagement thermique
 θ_k : température caractéristique d'endommagement thermique
 m : coefficient de non linéarité pour l'endommagement thermique

ii. À l'échelle d'un élément de structure

À l'échelle du matériau, les modèles ainsi définis permettent de reproduire les caractéristiques mécaniques intrinsèques de la pierre et du mortier en fonction de la température. Or, les désordres observés sur les structures après un incendie sont en grande partie d'ordre structurel (macro-fissuration, délamination, déplacements). Une phase de modélisation à l'échelle d'un élément de structure soumise à un gradient de température est donc nécessaire pour valider les modèles matériaux établis précédemment. Il est nécessaire pour cela de simuler des données expérimentales concernant un élément de structure maçonné soumis à des sollicitations thermiques et mécaniques. Celles-ci sont issues d'essais réalisés au CSTB et publiés (Pham et al., 2022) dans lesquels les matériaux sont de caractéristiques similaires et de provenance très proche de ceux étudiés ici. Dans ces essais, deux murs de maçonnerie en pierre (3 m x 3 m) sont soumis à un incendie normalisé (EN ISO 834-1) (voir [FIGURE 4a](#)). Un des deux murs est chargé verticalement dans le plan du mur à 1.25 MPa.

Ils sont simulés au moyen de deux approches de calcul, l'une utilisant la méthode des éléments finis (MEF - code Cast3M) l'autre la méthode hybride (MEF/MED – LMGC90 hybride, couplage développé pour l'ANR DEMMEFI). Dans les deux cas, la comparaison des résultats expérimentaux (profils de température, relevés de fissuration et déplacements) et des résultats du calcul pas-à-pas servent d'éléments de validation du modèle.

Avec la MEF, la modélisation est bloc-à-bloc micro-détaillée. Les blocs de pierres et les joints de mortiers sont intégralement maillés par des éléments volumiques (voir [FIGURE 4b](#)). Le maillage utilisé pour le modèle ENDO3D est constitué de 4182 hexahédres, et le modèle hybride 1800 points de contact.

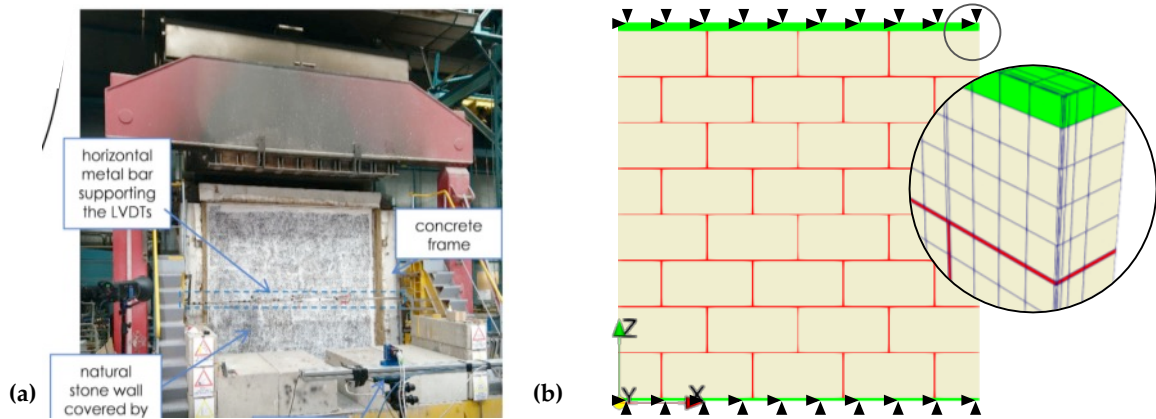


FIGURE 4 (a) installation expérimentale du mur (Pham et al., 2022), et (b) maillage utilisé pour la modélisation ENDO3D du mur

iii. Homogénéisation et passage à l'échelle de la structure

La cathédrale Notre-Dame de Paris est une structure complexe et de grande envergure. En considérant la puissance de calcul nécessaire aux modèles hétérogènes EF et hybrides sur des petites structures, il n'est pas raisonnable de réaliser un tel calcul de la structure de la cathédrale entière. La méthodologie proposée est d'homogénéiser le matériau maçonnerie en utilisant les modèles EF et hybride, pour permettre une simulation plus rapide de la structure entière avec un modèle continu homogène ENDO3D.

À cette fin, un Volume Élémentaire Représentatif (VER) de la maçonnerie, inspiré de la norme (NF EN 1052-1), est proposé (FIGURE 5a). Le VER est simulé sous des sollicitations dans le plan (traction, compression et cisaillement) et des courbes de comportement pré-pic et post-pic en force-déplacement en sont tirées. Les sollicitations hors-plan ne sont pas considérées dans le processus d'homogénéisation. Une étude paramétrique est ensuite réalisée sur un modèle continu homogène avec ENDO3D, dont les paramètres sont calés par analyse inverse et optimisés par la méthode des moindres carrés. L'étude est répétée aux températures de 20°C, 300°C et 600°C afin de déterminer les paramètres homogènes de dilatation thermique et d'endommagement thermique.

Le modèle homogène ainsi constitué, sa validation thermomécanique est nécessaire avant son déploiement sur la structure de la cathédrale Notre-Dame de Paris. Pour ce faire, un calcul homogénéisé des murs soumis à l'incendie est réalisé. Enfin, le jumeau numérique peut être construit en associant les paramètres matériaux homogènes à la géométrie de la cathédrale.

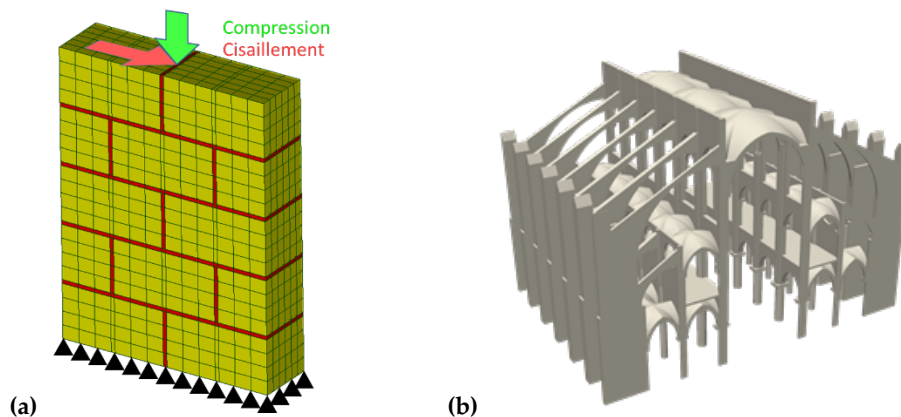


FIGURE 5 (a) Maillage du VER utilisé pour le processus d'homogénéisation, avec les sollicitations appliquées, et (b) géométrie de la Cathédrale Notre-Dame de Paris (Stono)

IV. RESULTATS ET DISCUSSION

Les résultats décrits ci-après, obtenus au moyen de campagnes successivement expérimentales et numériques, ont comme objectif de combler le manque de connaissances concernant notamment le comportement mécanique des matériaux soumis à une élévation et une baisse de température. Les deux modèles mécaniques décrits précédemment sont ensuite mis en œuvre afin de reproduire numériquement la maçonnerie, à l'échelle du matériau comme à l'échelle de la structure.

A. Caractérisation des matériaux

Le premier obstacle à la réalisation d'un diagnostic post-incendie réside dans la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux dans leur état sain ainsi que dans leur état endommagé post-incendie. Les mesures réalisées et présentées succinctement dans la

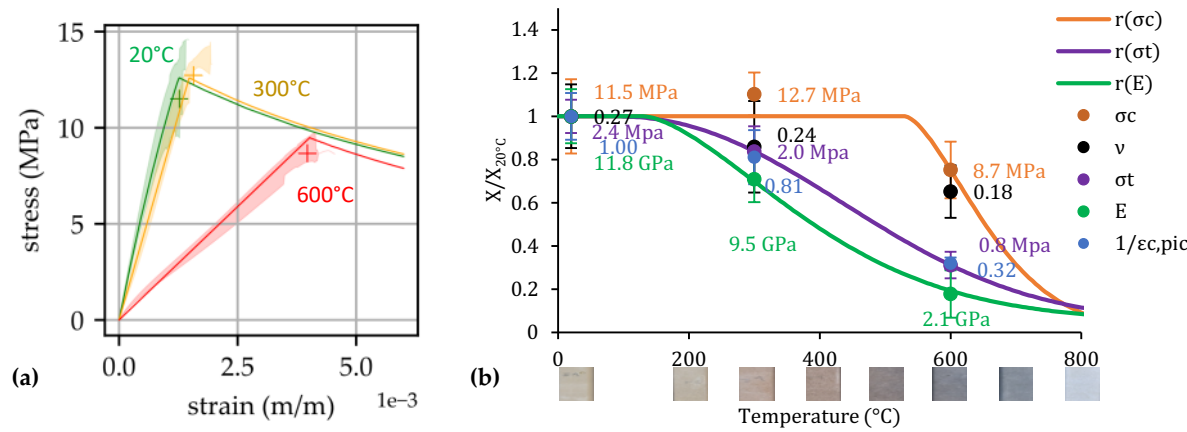


FIGURE 6 répondent à ce besoin. Les mesures, réalisées aux températures de 20°C, 300°C et 600°C, montrent la diminution de la rigidité E et des résistances σ_c et σ_t de la pierre, tandis que la déformation au pic de résistance $\epsilon_{c,pic}$ augmente fortement. Les caractéristiques thermiques (conductivité thermique λ , capacité thermique massique c_p) sont mesurées à 20°C et à chaud jusqu'à la température de 500°C. Le paramètre λ diminue de manière quasi linéaire de 0.77 W/m.K à 0.56 W/m.K, tandis que c_p augmente de 0.78 à 1.73 J/g.K. Enfin, les paramètres de dilatation thermique sont tirés de mesures sur une roche de même type et de même provenance (Montier, 2021).

B. Résultats numériques

i. Calage du modèle ENDO3D

Le modèle ENDO3D permet de décrire le comportement du matériau en tenant compte des phénomènes complexes tels que la dilatance et les endommagements pré-pic et post-pic avec de l'anisotropie induite. Les mesures présentées précédemment permettent de renseigner certains paramètres de manière explicite, particulièrement les paramètres d'élasticité et de rupture : module d'élasticité $YOUN$, coefficient de Poisson NU , résistances RC et RT , déformations aux pics de résistances EPC et EPT .

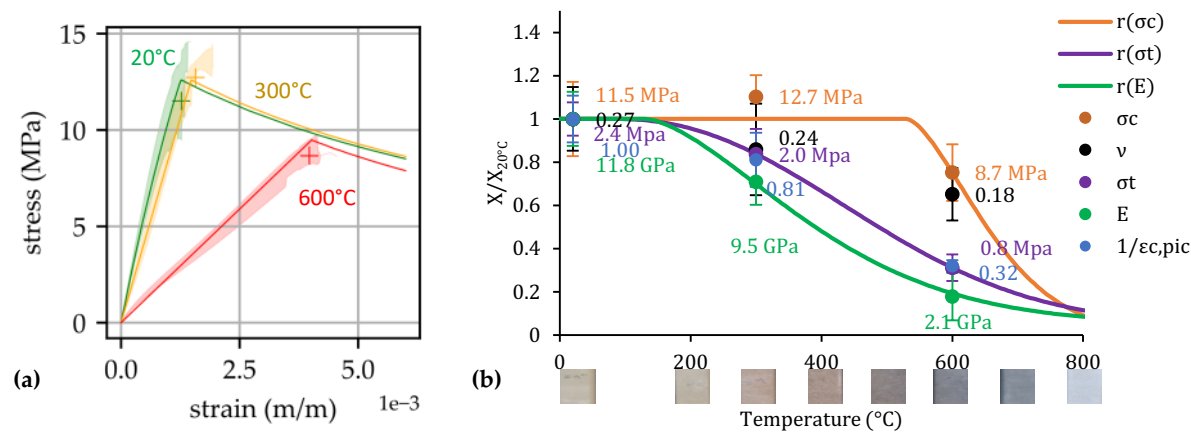


FIGURE 6 (a) Comportements de la pierre en compression (incertitude expérimentale en hachure pleine, modèle en trait continu) et (b) Évolutions en fonction de la température des principales caractéristiques mécaniques mesurées sur la pierre et des réducteurs des caractéristiques dans le modèle ENDO3D.

En revanche, d’autres paramètres ne sont pas explicites, tels que le coefficient de confinement *DELTA*, la dilatance *BETA*, l’énergie de fissuration en traction *GFT*, le paramètre d’endommagement pré-pic *DCPK* et le paramètre *EKDC* caractérisant le profil post-pic en compression. À l’issue d’une étude paramétrique, ces paramètres ont été obtenus par analyse inverse et les modèles mécaniques de la pierre et du mortier ont été complétés. Le **TABLEAU 1** présente les paramètres finalement renseignés dans le modèle ENDO3D pour la pierre de Saint-Maximin. Les paramètres sont décrits exhaustivement dans (Sellier, 2018).

TABLEAU 1 Paramètres du modèle ENDO3D pour la pierre de Saint-Maximin. *Italique : paramètres obtenus par analyse inverse*

RHO	NU	YOUN	RC	EPC	RT	EPT	<i>DELTA</i>	<i>BETA</i>	<i>DCPK</i>	<i>EKDC</i>	<i>GFT</i>
kg/m ³	.	Mpa	Mpa	m/m	MPa	m/m	.	.	.	.	J/m ²
1740	0.26	1220	12.6	1.27‰	1.75	0.2‰	<i>0.7</i>	<i>0.7</i>	<i>0.135</i>	<i>2.0E-02</i>	<i>9.50</i>

Sur la base des résultats de la

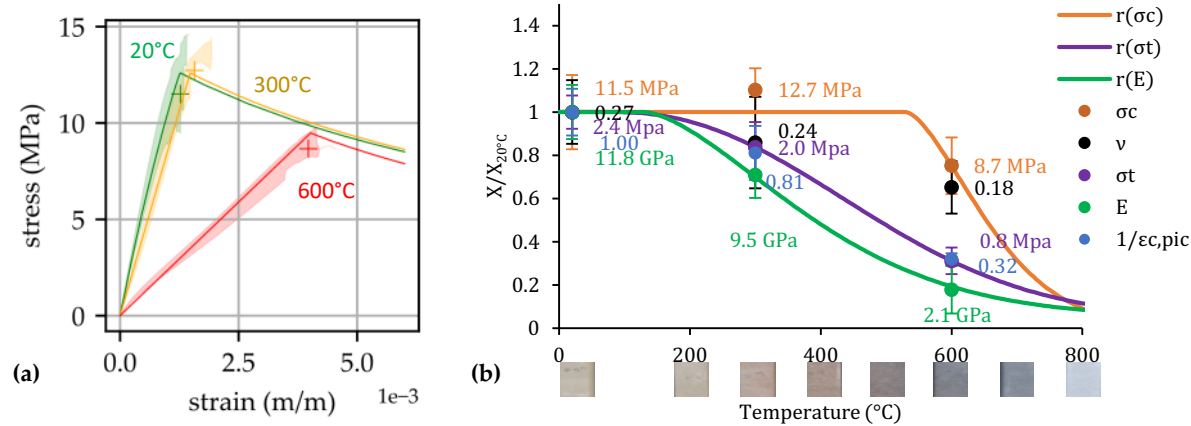


FIGURE 6, les fonctions réductrices de caractéristiques $r(E)$, $r(\sigma_c)$ et $r(\sigma_t)$, implémentées dans le modèle ENDO3D selon l'équation (1), ont été calées (

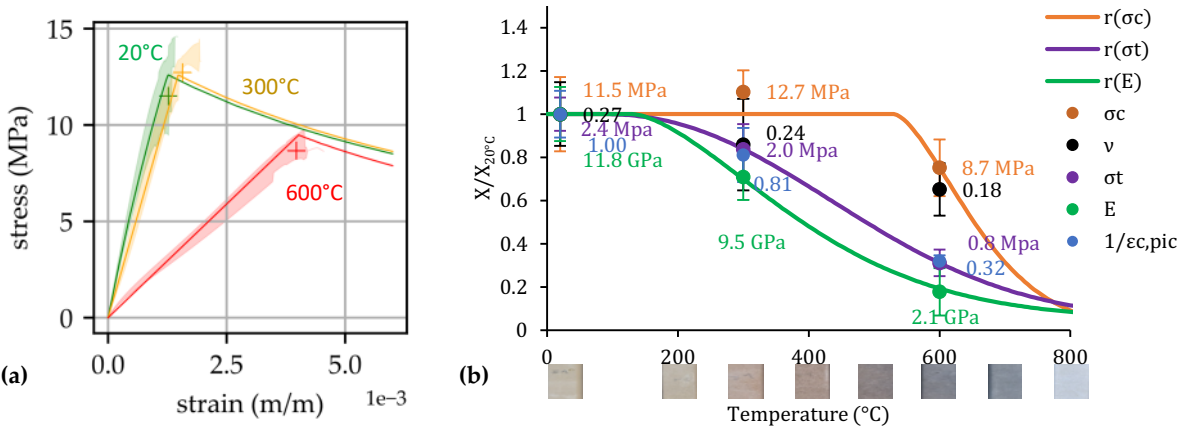


FIGURE 6b). Les mesures de déformation au pic de compression $\epsilon_{c,pic}$ indiquent une forte augmentation à haute température avec un effet considérable sur les courbes de comportement contrainte-déformation. Une quatrième fonction $r(\epsilon_{c,pic})$ est donc proposée, égale à l'inverse de $r(E)$.

ii. Validation du modèle à l'échelle d'une structure

Les simulations des murs soumis expérimentalement à un feu normalisé (Pham et al., 2022) ont pour but de valider les modèles paramétrés établis dans la partie précédente. Un premier calcul thermique, réalisé à l'aide de valeurs mesurées de C_p et de λ , permet de reproduire fidèlement l'évolution du champ de température dans le mur en fonction du temps rapportée par les auteurs (Pham et al., 2022), pendant les phases de chauffage et de refroidissement. Puis, des calculs mécaniques fournissent des éléments de résultats qu'il est possible de comparer aux images expérimentales de vidéo-corrélation présentées par les auteurs (Pham et al., 2022). La faible résistance en traction de l'interface bloc-mortier est quant à elle intégrée dans le mortier, en lui donnant 0.1 MPa de résistance en traction. Le paramètre GFT a été artificiellement relevé de 8 ordres de grandeur, assurant un post-pic quasi-plastique. Cette dernière modification s'est révélée nécessaire pour reproduire le comportement frottant des fissures ouvertes. Les cartographies obtenues avec le modèle EF en déplacements hors-plan et en fissuration sont présentées dans la FIGURE 7 et la FIGURE 8, accompagnés des résultats expérimentaux correspondants.

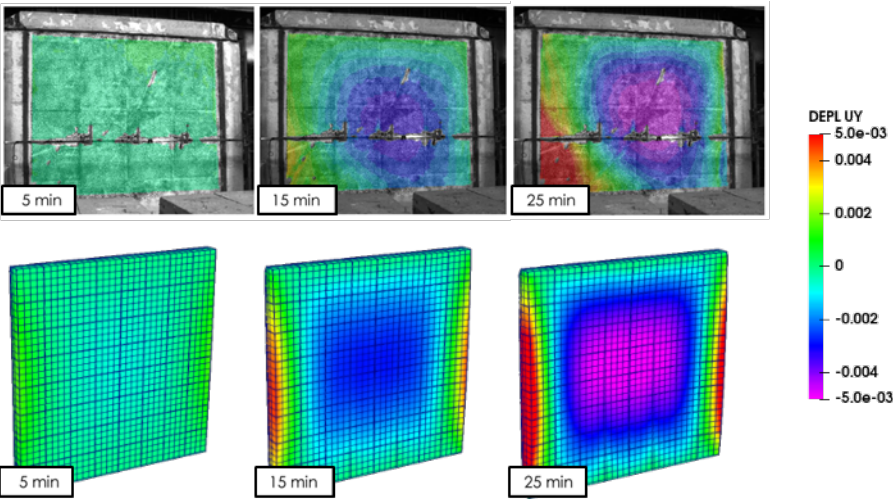


FIGURE 7 Comparaison expérimentale et numérique des déplacements hors-plan à 5 minutes, 15 minutes et 25 minutes de chauffage

Les expérimentateurs ont observé un schéma de déplacement hors plan matérialisé par un bombement en direction de la face chauffée, dont la forme est correctement reproduite par le calcul. En revanche, il est apparu que l'amplitude du déplacement est très sensible aux conditions limites mécaniques du problème, qui demeurent mal connues dans l'expérimentation. Le schéma de fissuration déterminé par ENDO3D reproduit le déclenchement de la fissuration observée dans les joints de mortier verticaux, puis très fidèlement l'ouverture des fissures verticales majeures traversant les blocs, aux extrémités droite et gauche du mur. Les macro-fissurations visibles en haut et en bas du mur, quoique non visibles sur les cartographies, ont été relevées visuellement. La capacité du modèle à simuler cette macro-fissuration, due à l'effet combiné des dilatations thermiques différentielles et à la pression de confinement appliquée verticalement sur le mur, est un indicateur fort de sa validité à l'échelle d'un élément de structure. Les déplacements avant/après incendie et les fissurations sont parfois disponibles dans le diagnostic des ouvrages, comme c'est le cas pour la cathédrale Notre-Dame de Paris. Leurs bonnes reproductions sont essentielles à la validation du calcul d'ouvrage.

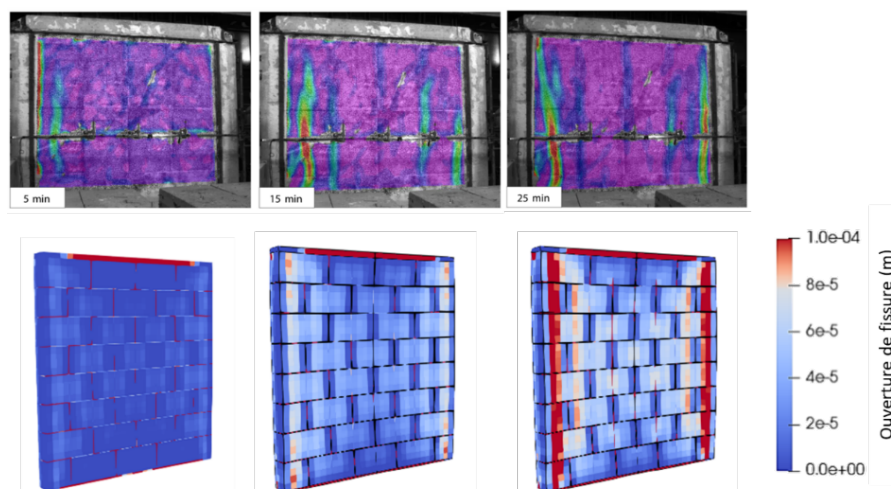


FIGURE 8 Comparaison expérimentale et numérique de l'ouverture de fissure à 5 minutes, 15 minutes et 25 minutes de chauffage

V. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le but de l'article est de présenter la méthodologie globale d'analyse structurale d'un édifice en pierre ayant subi un incendie, et sa mise en œuvre sur le cas de la cathédrale Notre-Dame de Paris. Le premier obstacle à la mise en place d'une telle méthode réside dans le manque de connaissance concernant le comportement des matériaux constitutifs de la maçonnerie après une élévation puis une baisse de température. Le second est l'absence de modèle de comportement thermomécanique homogénéisé de la maçonnerie, évolutif avec les hautes températures. À l'échelle d'un monument tel que la cathédrale Notre-Dame de Paris, seule la méthode MEF permet de modéliser les comportements non-linéaires complexes de la maçonnerie en conservant un temps de calcul raisonnable. Cet article a décrit les avancées sur ces deux premiers points.

Une campagne de caractérisation expérimentale spécifique a été mise en œuvre sur des matériaux similaires aux voûtains de la cathédrale Notre-Dame de Paris. Les résultats obtenus à différentes températures allant jusqu'à 800°C et après un refroidissement à 20°C ont donné les informations nécessaires au calage d'un modèle non linéaire (ENDO3D) des matériaux constitutifs (pierre et mortier). Ce modèle EF ainsi qu'un modèle hybride EF/ED développé dans le cadre du projet DEMMEFI ont été validés à l'échelle d'un mur en reproduisant des

essais de murs en pierre exposés au feu (gradient de température). Les phénomènes observés expérimentalement, tels que les déplacements hors-plan et le schéma de fissuration, ont été reproduits par le modèle numérique, confirmant sa capacité à simuler le comportement complexe d'un milieu hétérogène divisé et au comportement non-linéaire soumis à un incendie puis refroidissement.

Les travaux présentés ici ouvrent la voie à la suite du projet, menant *in fine* à la réalisation d'une analyse structurale de la cathédrale Notre-Dame de Paris. Face aux dimensions et à la complexité géométrique de cette structure, la stratégie adoptée inclut une phase d'homogénéisation du matériau maçonnerie à l'aide des modèles dorénavant validés, et en particulier du modèle hybride EF/ED. Le matériau homogénéisé est utilisé dans le cadre d'une approche éléments finis sur la totalité de la structure, permettant de réduire le temps de calcul nécessaire par rapport à un modèle micro-détaillé bloc-à-bloc. Ainsi se construit un jumeau numérique fidèle au vécu de l'ouvrage pendant l'incendie et son refroidissement, et à même de simuler son avenir. Le jumeau numérique pourra être utilisé pour justifier la stabilité de l'ouvrage endommagé, mais aussi optimiser des solutions de renforcement, ou étudier d'autres cas de charges accidentels.

VI. REMERCIEMENTS

L'auteurs exprime sa gratitude à l'Agence nationale de la recherche (projet de recherche ANR-20-CE22-0004) pour le soutien apporté à ses recherches et à Rocamat pour la fourniture des échantillons de pierre. Ce travail a bénéficié d'un accès aux ressources CHP du centre de calcul CALMIP sous l'allocation P22062.

VII. REFERENCES

- AFNOR, 2005. NF EN 14580 Méthodes d'essai pour pierres naturelles — Détermination du module d'élasticité statique (No. NF EN 14580).
- AFNOR, 1999a. EN ISO 834-1 - Fire-resistance tests — Elements of building construction — Part 1: General requirements (No. EN ISO 834-1).
- AFNOR, 1999b. NF EN 1052-1 Détermination de la résistance à la compression (No. NF EN 1052-1).
- Al Nahhas, F., Ami Saada, R., Bonnet, G., Delmotte, P., 2007. Resistance to fire of walls constituted by hollow blocks: Experiments and thermal modeling. *Applied Thermal Engineering* 27, 258–267. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2006.04.017>
- Cast3M, <https://www-cast3m.cea.fr>, 2023.
- Dabat, T., Mertz, J.-D., Leroux, L., Melinge, Y., 2021a. Cathédrale Notre-Dame de Paris : Murs bahuts et pignons - Caractérisation des carottes de pierre prélevées après l'incendie du 15 avril 2019 (No. 1O). Laboratoire de recherche des monuments historiques.
- Dabat, T., Mertz, J.-D., Leroux, L., Melinge, Y., 2021b. Cathédrale Notre-Dame de Paris : Voûtes effondrées, murs bahuts et pignons, Caractérisation des carottes de pierre prélevées après l'incendie du 15 avril 2019 (No. 1R). Laboratoire de recherche des monuments historiques.
- Domede, N., Parent, T., Guenser, C., Boukham, A., Morenon, P., Issa Ibrahim, A.S., 2024. Mechanical characterization of the stones of Notre-Dame de Paris by in situ sonic auscultation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 175. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2024.105671>
- Fantilli, A.P., Burello, N.S., 2022. Masonry arches and vaults under fire. *Journal of Building Engineering* 56, 104740. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2022.104740>
- Mechling, J.-M., Baquet, M., 2022. Physicochemical characterisation of the mortars from Notre-Dame de Paris cathedral – Preliminary findings and reconstitution of the fresh mix. *Journal of Cultural Heritage* S1296207422001807. <https://doi.org/10.1016/j.culher.2022.10.006>
- Montier, A., 2021. Incendie de la Cathédrale Notre-Dame de Paris – étude des actions thermiques (Rapport de stage).
- Nguyen, T.-D., Meftah, F., Chammass, R., Mebarki, A., 2009. The behaviour of masonry walls subjected to fire: Modelling and parametrical studies in the case of hollow burnt-clay bricks. *Fire Safety Journal* 44, 629–641. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2008.12.006>
- Pham, D.T., Donval, E., Pinoteau, N., Pimienta, P., Pallix, D., 2022. Test of loaded and unloaded natural stone masonry walls exposed to fire. *Mater Struct* 55, 229. <https://doi.org/10.1617/s11527-022-02058-9>

Sellier, A., 2018. Anisotropic Damage and Visco-Elasto-Plasticity Applied to Multiphasic Materials (research report). LMDC - Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions de Toulouse ; Université de Toulouse III - Paul Sabatier ; INSA de Toulouse, Toulouse.