

Vers une Méthodologie d'Ecoconception des Poutres Multicouches en Béton

Salma ES-SATTE^{1,2}, Syed Yasir ALAM¹, Jean-Michel TORRENTI^{3,4}, Ahmed LOUKILI^{1,2}

¹ Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM) UMR-CNRS 6183, Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la Nöe, 44300 Nantes, France

² Chaire Edycem, 3 Rue Nicolas Sadi Carnot, 85600 Montaigu-Vendée

³ ESITC Paris, 79 Av. Aristide Briand, 94110 Arcueil, France

⁴ UMR MCD, Université Gustave Eiffel, F-77454 Marne-la-Vallée, France

RESUME

Cet article explore l'évolution des méthodes de calcul pour les structures en béton armé multicouches. L'objectif est de contribuer à la compréhension du comportement mécanique et la rupture des structures multicouches modernes, qui combinent différents types de béton aux propriétés mécaniques variées. Avec la nécessité croissante de construire des structures plus efficaces, une recherche approfondie sur ces interactions devient cruciale.

L'étude se concentre spécifiquement sur les structures en béton multicouches, caractérisées par des propriétés physiques et mécaniques diverses et soumises à différents types de charges. Cette approche établit les fondements du dimensionnement des poutres multimatériaux en considérant attentivement les déformations en réponse aux contraintes appliquées. Ces avancées contribueront à développer des méthodes de calcul plus étendues et mieux adaptées aux exigences des constructions modernes. En comprenant mieux le comportement des structures multicouches, il sera possible de concevoir des bâtiments plus efficaces, plus résilients et mieux adaptés aux défis contemporains de la construction.

Mots-clefs Béton armé, structure multicouche, construction efficace, contrainte-déformation

I. INTRODUCTION

Au cours des dernières décennies, les recherches ont approfondi notre compréhension du phénomène de fissuration dans le béton, ce qui a conduit au développement de modèles visant à simuler ce processus dans des poutres en béton armé (Hillerborg, 1990), (Alberto Carpinteri, 2009), (Bažant, 1983), ...

Ces avancées, conjuguées aux progrès dans la théorie du béton armé et aux nouvelles technologies des matériaux, ont ouvert la voie à des approches constructives innovantes, notamment l'utilisation de poutres multicouches. L'adoption de ces poutres offre plusieurs avantages significatifs. Elle permet une optimisation plus poussée de la distribution des charges, ce qui se traduit par une réduction des contraintes et des déformations, contribuant ainsi à améliorer la performance structurelle globale. Dans ce contexte, il devient essentiel de développer des modèles capables de simuler le développement des fissures dans les pièces multicouches. Ces modèles fournissent une base solide pour la conception de structures plus efficaces, en permettant une analyse précise des contraintes et des déformations.

L'étude et le dimensionnement d'une poutre avec une ou plusieurs couches sont des processus complexes qui nécessitent une approche méthodique. Il est impératif de déterminer la loi de comportement de chaque matériau individuellement, puis de combiner les diagrammes de contraintes et de déformations de chaque matériau pour établir la loi de comportement globale de la poutre.

Dans le cas spécifique des poutres bicouches, la partie comprimée est généralement constituée de béton ordinaire, variant des classes C30 à C40. À l'inverse, la partie tendue utilise du béton composite à haute résistance, tel que le béton fibré, BFUP, ECC, etc...

L'ajout de fibres dans le béton ordinaire a pour effet de transférer les efforts de traction et d'augmenter sa résistance après fissuration, limitant ainsi l'ouverture des fissures. La partie fibrée de la poutre est élaborée à partir de béton incorporant des fibres d'acier structurelles, généralement à extrémités crochues.

L'article propose une introduction aux techniques analytiques de dimensionnement des poutres bi-couches, laissant la possibilité d'étendre ces méthodes aux poutres multicouches.

L'étude du comportement d'une poutre bi-couche repose sur un modèle intégré : la partie soumise à la compression est évaluée en fonction du modèle de fissure fictive basé sur la mécanique de rupture, tandis que la partie en traction se conforme aux directives du Code Modèle (fib, 2010).

La validation de ce modèle sur une poutre en béton armé, en le comparant avec l'Eurocode2, est une étape cruciale. Ensuite, l'application de ce modèle sur une poutre bi-couche permettra d'évaluer si le renforcement de la partie tendue augmente la résistance et s'il est possible de réduire la section de la poutre tout en maintenant ses performances structurelles.

Il est important de noter que le modèle bicouche présenté dans cet article est une simplification et nécessite des améliorations futures ainsi qu'une validation expérimentale approfondie. Le développement de modèles capables de simuler le développement des fissures dans ces poutres multicouches fournit une base solide pour la conception de structures plus efficaces, permettant une analyse précise des contraintes et des déformations.

II. Modèles et Méthodes de Calcul :

Le calcul d'une poutre bicouche s'appuie sur la superposition des modèles pour le béton (couche supérieure) et le béton fibré (couche inférieure). Ainsi, il est crucial de débiter par l'exposition des lois de comportement propres à chaque matériau et de formuler des modèles distincts en conséquence.

A. Béton armé :

- Béton en compression :

Le comportement en compression est décrit par un diagramme simplifié contrainte-déformation ($\sigma_c - \varepsilon_c$) jusqu'à ce que la résistance maximale à la compression soit atteinte. (Figure 1)

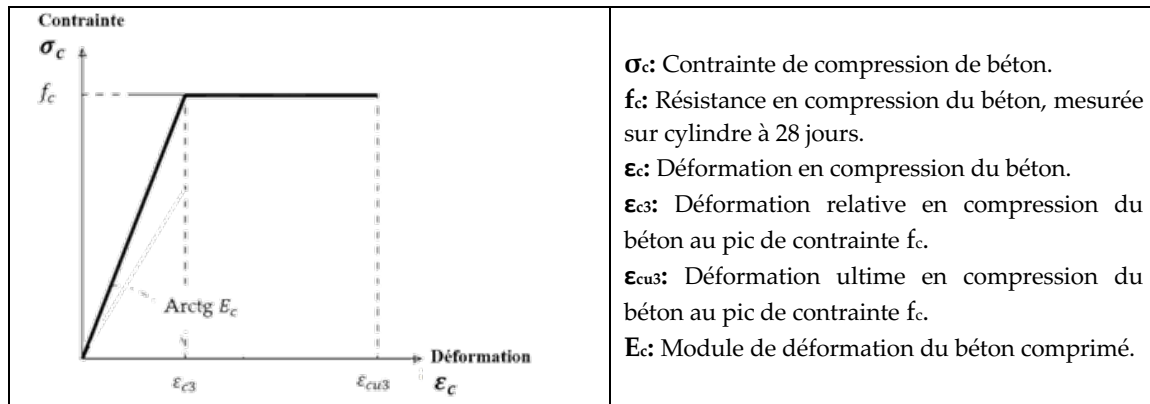


FIGURE 1. Diagramme contrainte-déformation du béton en compression (Eurocode2, 2002)

- Béton non fibré en traction :

Une approche simple pour représenter l'adoucissement en traction du béton consiste à utiliser une courbe linéaire (voir Figure 2).

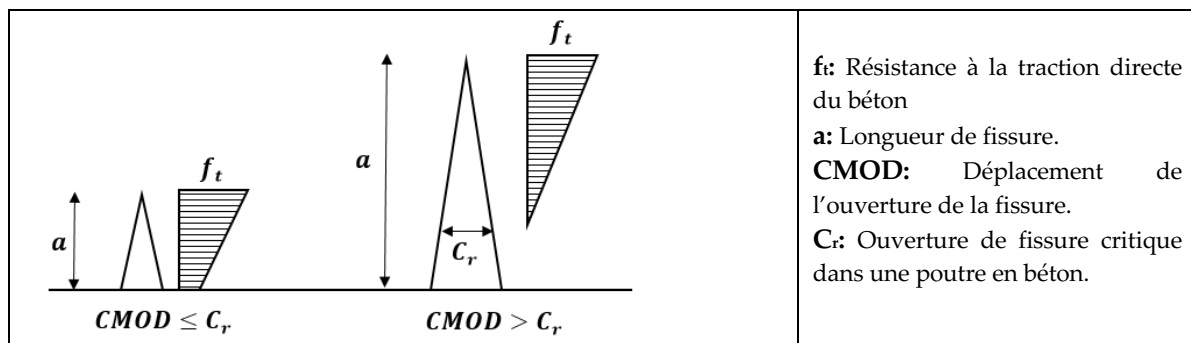


FIGURE 2. Distribution des contraintes de traction. (Walter H. Gerstle, 1992)

L'adoucissement en traction du béton implique des forces de fermeture dans la zone de processus de rupture, où la propagation de la fissure est déclenchée lorsque la contrainte à l'extrémité de celle-ci égale la résistance à la traction du béton. Lorsque la fissure s'ouvre, la contrainte diminue progressivement avec l'élargissement de la fissure jusqu'à atteindre zéro à une ouverture critique.

- Ouverture de fissure :

L'ouverture de fissure est un élément essentiel pour évaluer la fissuration dans une structure en béton. (Walter H. Gerstle, 1992) l'ont examiné en se basant sur les hypothèses suivantes :

- Les sections planes de la poutre restent planes après déformation.
- Les surfaces de fissure fictives demeurent planes après déformation.
- Les tractions normales de fermeture agissant sur la fissure fictive suivent la courbe linéaire contrainte-CMOD (Figure 2).
- Le béton présente un comportement élastique linéaire.
- L'acier se comporte de manière élasto-plastique.

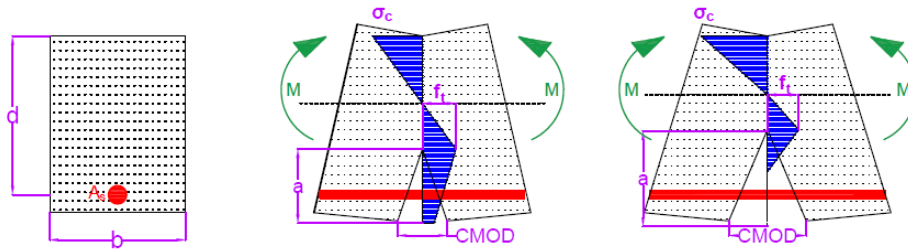


FIGURE 3. Schéma d'une poutre en béton armé déformée (fortement agrandie) soumise à la flexion avec la distribution des contraintes normales perpendiculaires au plan de la fissure.

(Walter H. Gerstle, 1992) se sont appuyés sur le développement de la fissure (Figure 3) pour évaluer le moment résistant en fonction de la longueur de la fissure afin de prédire son ouverture.

⇒ Lorsque $CMOD < Cr$:

$$CMOD = \frac{2 \cdot A^2 \cdot \beta \cdot (1 + F)}{(1 - A) \cdot (1 - 2 \cdot A \cdot \beta)} \cdot Cr \tag{II.A.2}$$

⇒ Lorsque $CMOD > Cr$:

$$CMOD = \frac{2 \cdot A \cdot \beta \cdot (1 + A \cdot F)}{(1 - A)} \cdot Cr \tag{II.A.3}$$

$$A = \frac{a}{d} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{f_t \cdot d}{E_c \cdot Cr} \quad \text{et} \quad F = \frac{\sigma_c}{f_t}$$

a présente la longueur de la fissure , et d la hauteur effective de la poutre.

- Hypothèses du modèle de comportement du béton armé (non fibré) :

Les hypothèses suivantes ont été postulées :

- Les sections planes restent planes au-delà de l'ouverture de la fissure dans les zones d'adoucissement en traction et d'adoucissement en compression.
- Le béton en compression est élastique linéaire jusqu'à la charge maximale, puis une plastification est supposée.
- L'acier se comporte élastiquement jusqu'à atteindre la limite d'élasticité, puis présente un comportement de durcissement linéaire de la déformation.

- Formulation du modèle :

Étape 1 : Lorsque la contrainte de traction atteint la résistance du béton, celui-ci se fissure. La fissure d'étend avec l'augmentation du moment. (Figure 4).

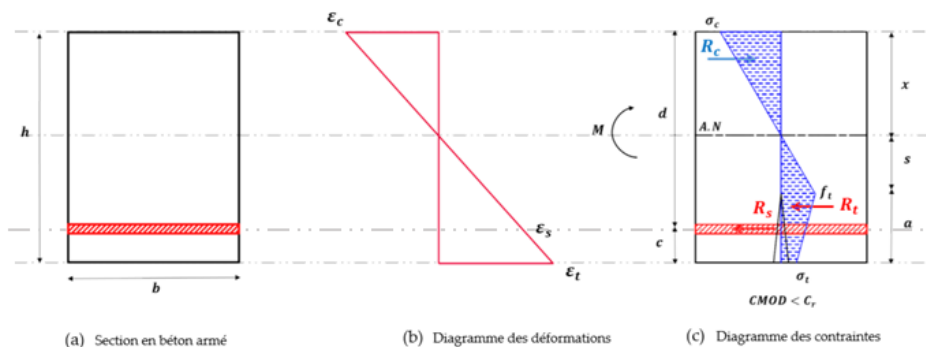


FIGURE 4. Développement de la fissure à l'étape 1 pour $CMOD < Cr$.

Etape 2 : Lorsque CMOD dépasse Cr , le béton situé dans la fibre inférieure de la poutre ne peut plus supporter les contraintes de traction. Leur transfert est similaire à la première étape.

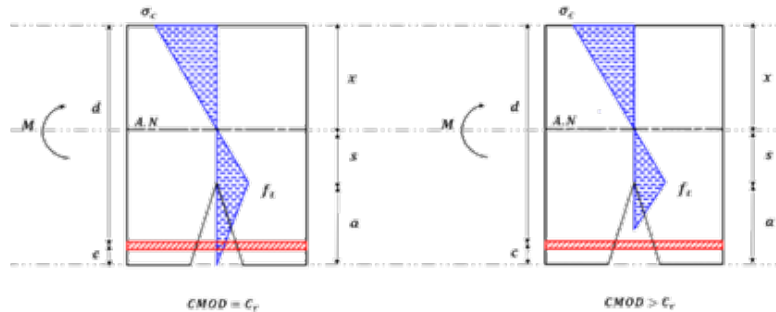


FIGURE 5. Développement de la fissure à l'étape 2 pour $CMOD \geq Cr$.

Etape 3 : Si la poutre ne s'est pas rompue auparavant, la troisième étape prédit le comportement lorsque le béton en compression se plastifie.

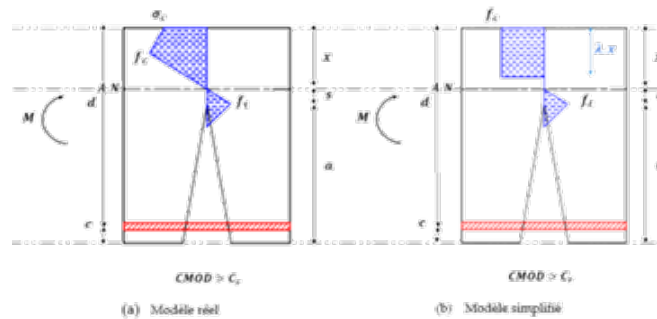


FIGURE 6. Développement de la fissure à l'étape 3 pour $CMOD > Cr$ avec (a) Adoucissement de la contrainte en béton comprimé. (b) Plasticité de la contrainte en béton comprimé.

B. Béton fibré :

La loi de comportement du béton fibré repose principalement sur les récents développements du Model Code ((fib), 2010), servant de fondement pour l'élaboration des futurs Eurocodes.

- Loi de comportement du béton fibré en traction :

Selon le MC2010, il est proposé d'évaluer le comportement en traction du béton fibré au moyen d'un essai de flexion à trois points sur une poutre entaillée, conformément à la norme EN14651. Afin d'identifier la loi constitutive en traction, la méthode proposée par le MC2010 nécessite de connaître les contraintes résiduelles f_{R1} et f_{R3} qui sont évaluées à des ouvertures de fissures correspondant respectivement à 0,5 mm et 2,5 mm (Figure 7).

La résistance à la traction en flexion est calculée par la relation :

$$f_{Rj} = \frac{3 \times F_j \times l}{2 \times b \times h_{sp}^2} \tag{II.B.1}$$

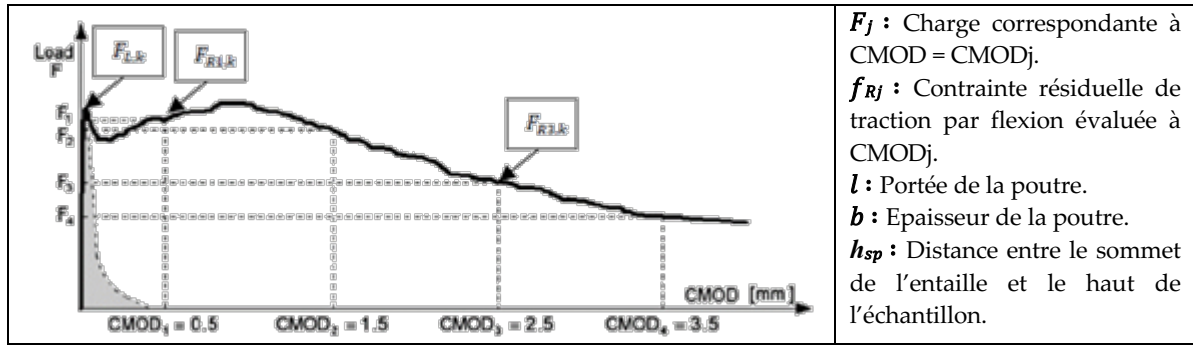


FIGURE 7. Courbe force-ouverture de fissure d'un essai de flexion 3 points. ((fib), 2010)

$f_{R1,k}$ et $f_{R3,k}$ sont les contraintes caractéristiques calculées sur une section supposée homogène (non fissurée, $\sigma = 6.M / b.h^2$), correspondant à des ouvertures de fissure de 0,5 mm et 2,5 mm respectivement. Ces valeurs sont définies dans la norme EN 14651.

Pour l'analyse structurelle, la loi constitutive donnée dans la Figure 8 peut être utilisée.

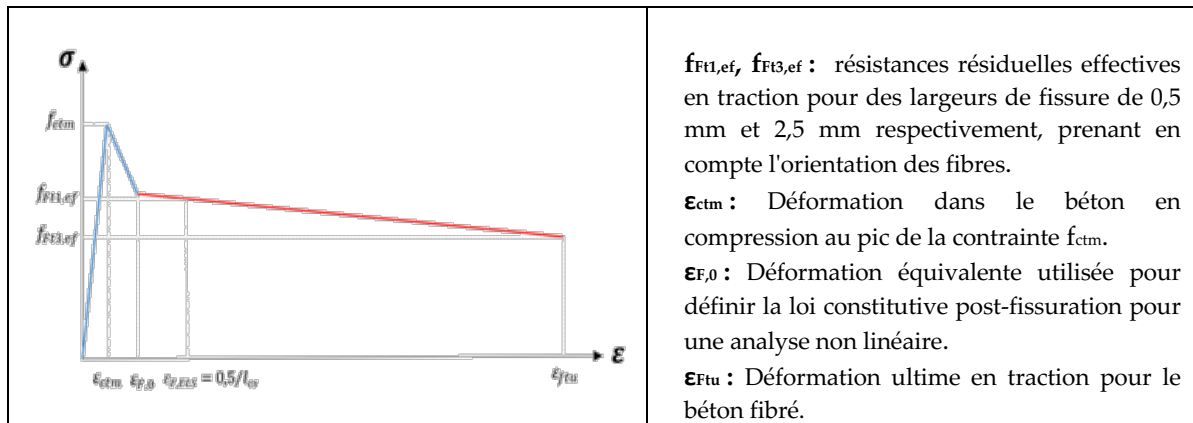


FIGURE 8. Loi simplifiée du comportement en traction uniaxiale du béton fibré. (EC 2, 2023)

Avec les paramètres suivants :

$f_{Ft1,ef} = K_0 \cdot K_G \cdot 0,37 \cdot f_{R,1k} \quad (II. B. 2)$	K_0 : Le coefficient d'orientation des fibres. K_G : Le facteur caractéristique. w_u : Ouverture de fissure maximale acceptée dans la conception structurelle. l_{cs} : La longueur caractéristique de l'élément structurel.
$f_{Ft3,ef} = K_0 \cdot K_G \cdot (0,57 \cdot f_{R,3k} - 0,26 \cdot f_{R,1k}) \quad (II. B. 3)$	
$\epsilon_{Ftu} = w_u / l_{cs} \leq 2,5mm / l_{cs} \quad (II. B. 4)$	
$\epsilon_{ctm} = f_{ctm} / E_{cm} \quad (II. B. 5)$	
$\epsilon_{F,0} = 2 \cdot \epsilon_{ctm} \quad (II. B. 6)$	

L'intégration d'une longueur caractéristique (l_{cs}) permet de relier les courbes contrainte ouverture de fissure ($\sigma-w$) aux courbes contrainte déformation ($\sigma-\epsilon$). K_0 et K_G représentent respectivement le coefficient d'orientation des fibres et le facteur caractéristique. Ce dernier permet le passage d'une valeur moyenne à une valeur caractéristique et dépend de la répartition des fibres dans l'élément structurel.

Le MC2010 propose un modèle simplifié pour représenter le comportement en traction du béton fibré post-fissuration. (Figure 9.b)

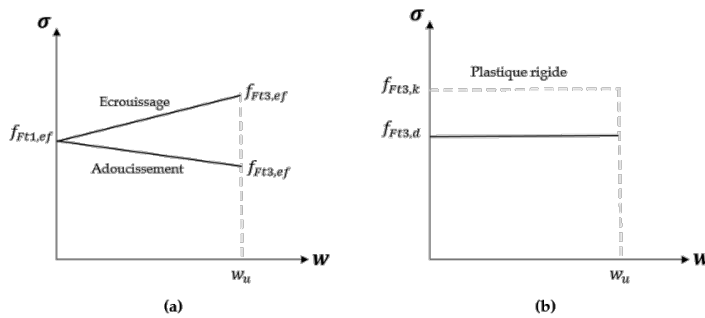


FIGURE 9. Modélisation de la loi constitutive en traction du BFM. (a) Modèle linéaire, (b) Modèle plastique ((fib), 2010)

Le modèle rigide plastique dépend juste de la contrainte à l'état limite ultime $f_{FT3,ef}$. Ce paramètre représente la contrainte de conception qui permet de considérer l'apport des fibres en traction.

$$f_{FT3,ef} = \frac{1}{3} \cdot K_0 \cdot K_G \cdot f_{R,3k} \tag{II.B.7}$$

- Hypothèses du modèle de la poutre en béton fibré :
 - Les sections planes de la poutre restent planes après déformation.
 - L'équilibre des forces internes de la section est obtenu pour tout niveau de chargement, ou de déformation, en faisant varier la courbure de l'élément.
 - Pour assurer la ductilité, la formule : $f_{R,1k} / f_{ctk,0,05} \geq 0,5$ doit être satisfaite. §5.6.3. MC2010
- Formulation du modèle de la poutre en béton fibré :

La fissuration se produit en deux étapes principales :

- ⇒ **Etape 1 :** La déformation maximale est atteinte au niveau du béton fibré en traction.
- ⇒ **Etape 2 :** La déformation maximale est atteinte au niveau du béton comprimé.

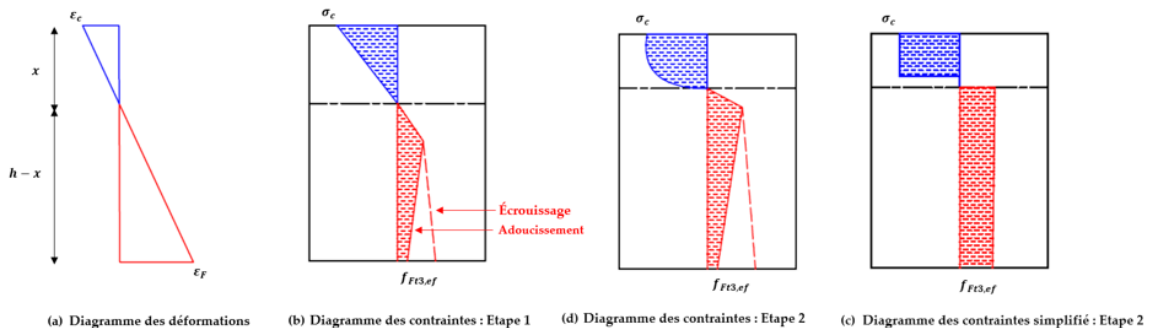


FIGURE 10. Contraintes de conception pour un élément en flexion en béton fibré.

III. Application : Poutre bicouche

Considérons une poutre bicouche illustrée à la figure 11, renforcée en fibres à mi-hauteur.

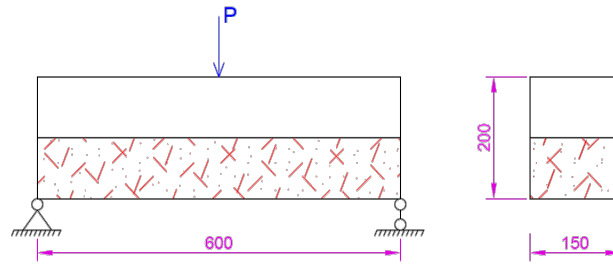


FIGURE 11. Paramètres du modèle d'une poutre bicouche (dimensions en mm).

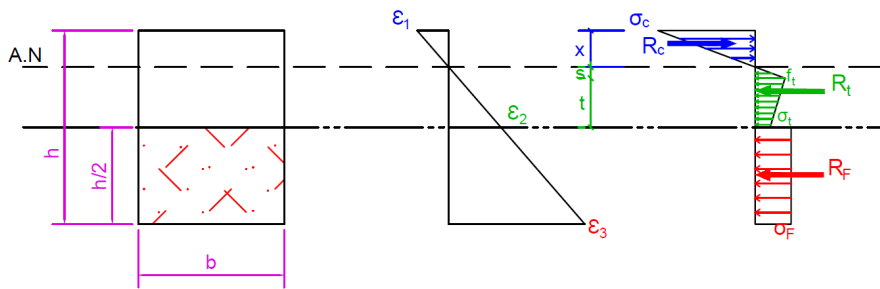


FIGURE 12. Schémas de calcul de la répartition des déformations et des contraintes dans une section à deux couches au moment de la formation de fissures.

Ce modèle de poutre bicouche repose sur les hypothèses suivantes :

- La loi de comportement de l'interface entre les deux couches est considérée comme continue.
- Les sections planes demeurent planes, ce qui permet de lier les déformations le long de la section à la courbure.
- Le béton fibré suit le modèle plastique. (Figure 9.b).

Dans cette étude, on suppose que, avant l'apparition des fissures, l'allongement relatif le plus important de la fibre extrême étirée du béton fibré est de $\epsilon_3 = \epsilon_{Fu} = 1,25\%$ (Selon l'Annexe L du futur Eurocode2). Dans la discussion qui suit, les allongements relatifs et les contraintes correspondantes dans le béton sont examinés dans les sections marquées sur la figure 12.

La hauteur de la zone comprimée (x) avant la formation des fissures est déterminée à partir de la condition d'équilibre des forces dans le béton, avec les contraintes suivantes :

$$\sigma_c = E_c \times \epsilon_1 \tag{III. 1}$$

$$\sigma_t = f_t \times \left(1 - \frac{CMOD}{C_r}\right) \tag{III. 2}$$

$$\sigma_F = f_{Ft3,ef} = K_0 \cdot K_G \cdot 0,33 \cdot f_{R,3k} \tag{III. 3}$$

Et les déformations suivantes :

$$\epsilon_1 = \frac{x}{h} \times \epsilon_3 \tag{III. 4}$$

$$\epsilon_2 = \left(\frac{s+t}{x}\right) \times \epsilon_3 \tag{III. 5}$$

$$\epsilon_3 = \epsilon_{Fu} = 1,25\% \tag{III. 6}$$

À partir de l'hypothèse que les sections planes restent planes à l'extérieur de la zone de fissuration, la relation entre la contrainte de compression dans la partie supérieure de la section σ_c et la résistance à la traction du béton est la suivante :

$$s = \frac{f_t}{\sigma_c} \cdot x \tag{III. 7}$$

La valeur du moment supporté par la section normale lors de la formation de fissures, est déterminée par l'expression suivante:

$$M = \frac{2}{3} \cdot x \cdot R_c + \frac{2}{3} \cdot s \cdot R_{t1} + \left(s + \frac{2 \cdot \sigma_t + f_t}{\sigma_t + f_t} \times \frac{t}{3} \right) \cdot R_{t2} + \left(\frac{h}{2} + s + t \right) \cdot R_F \tag{III. 8}$$

IV. Résultats et discussions :

Cette section sera consacrée à la validation du modèle de calcul pour le béton armé, d'une part, par comparaison avec l'Eurocode2, et d'autre part, à la comparaison théorique entre une poutre bicouche et une poutre entièrement fibrée. L'objectif est d'évaluer si le renforcement de la partie tendue est suffisant pour atteindre une résistance similaire à une poutre entièrement fibrée.

A. Validation du modèle analytique du béton armé :

- Résultats du modèle :

En utilisant le modèle proposé, il est possible d'élaborer une description complète du processus de fissuration. La Figure 13 illustre le moment résistant en fonction du CMOD pour une poutre en béton armé, avec les propriétés spécifiées dans le Tableau 1, et pour différents taux d'armature.

TABLEAU 1. Propriétés de la poutre en béton armé modélisée.

Largeur (b) [mm]	150	Résistance à la compression (f_c) [MPa]	40
Hauteur (h) [mm]	200	Module d'élasticité du béton (E_c) [MPa]	36 283
Enrobage (e) [mm]	25	Limite d'élasticité de l'acier (f_y) [MPa]	540
CMOD critique (C_r) [mm]	0,05	Module d'élasticité de l'acier (E_s) [GPa]	200

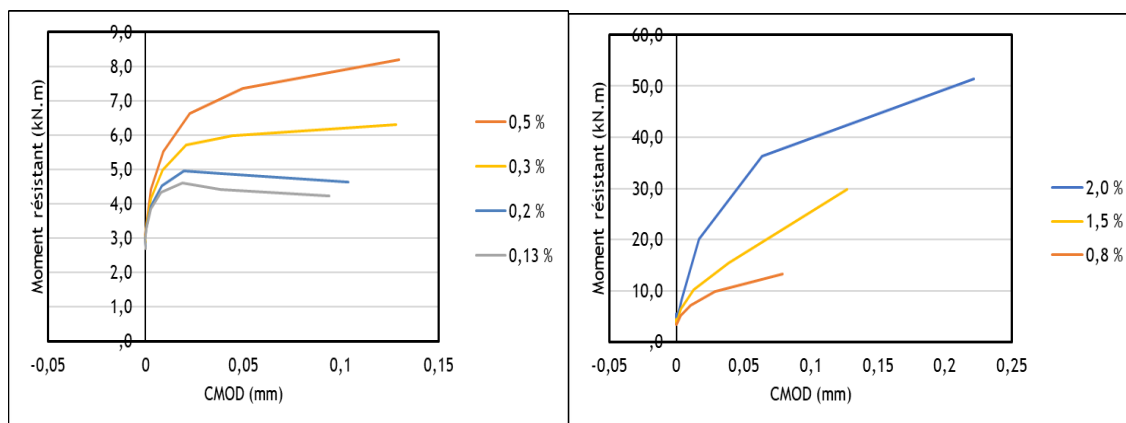


FIGURE 13. Prédiction du moment-CMOD pour des poutres en béton armé avec différentes proportions taux d'armature longitudinale.

- Analyse des résultats sur les poutres en béton armé :

Le modèle se concentre sur les propriétés mécaniques des poutres, en examinant comment différents taux d'armature influent sur la résistance à la traction du béton. Le modèle utilisé s'appuie sur l'idée d'un déclin progressif de la résistance à la traction avec la propagation de la fissure, conduisant à une perte totale de la capacité de résistance du béton lorsque l'ouverture de la fissure atteint la valeur critique C_r . Ces analyses concernent des poutres de dimensions similaires mais avec des taux d'armature variant de 0,13 % à 2 %. Les résultats suivants peuvent être déduits :

- Les résultats théoriques montrent que toutes les poutres se rompent en raison de la défaillance de l'armature métallique.
- L'ajout d'acier dans une poutre en béton peut limiter la propagation des fissures, mais si la quantité d'acier n'est pas adéquate, des fissures instables peuvent apparaître, surtout avec des taux de renforcement entre 0,14% et 0,5%. Au-delà de 0,5% de renforcement, la structure reste assez solide pour éviter cette propagation critique. (Faible longueur de fissure)
- Lorsque ρ est supérieur à 0,3 %, le moment résistant reste supérieur au moment au début de la croissance instable de la fissure. Un comportement stable est associé au développement de la fissure avec l'augmentation de la charge. La rupture de l'armature survient lorsque la contrainte prédite de l'armature atteint la limite de rupture de l'acier.

En comparaison avec l'Eurocode, on obtient les résultats suivants :

TABLEAU 2. Comparaisons entre les moments résistants (M) calculés par le modèle analytique et ceux déterminés selon l'Eurocode

Taux d'armature	M_Eurocode	M_Modèle Analytique	Différence relative
$\rho = 0,13 \%$	3,20 kN.m	3,84 kN.m	+17,00 %
$\rho = 0,20 \%$	4,61 kN.m	4,89 kN.m	+ 5,73 %
$\rho = 0,30 \%$	7,18 kN.m	6,30 kN.m	- 13,97 %
$\rho = 1,50 \%$	32,1 kN.m	29,78 kN.m	- 7,77 %
$\rho = 2,00 \%$	39,4 kN.m	36,23 kN.m	- 8,80 %

$$Erreur_{Relative} = \frac{M_{Modèle\ analytique} - M_{Eurocode}}{M_{Modèle\ analytique}} \times 100 \quad (IV.A.1)$$

Les erreurs relatives indiquent dans chaque cas si le modèle analytique tend à surestimer (+) ou sous-estimer (-) les valeurs par rapport à l'Eurocode.

Les différences entre le modèle analytique et l'Eurocode proviennent de variations dans les lois de comportement et de la dépendance à certains paramètres expérimentaux. Cependant, le modèle parvient à donner des résultats proches de ceux de l'Eurocode, montrant ainsi qu'il saisit efficacement les tendances générales et les comportements observés. Cette capacité à bien décrire le comportement renforce la validité et l'utilité du modèle dans l'application des poutres multicouches.

B. Analyse d'une poutre bicouche :

Considérons la poutre représentée dans la figure 11. Le tableau 3 présente les propriétés de la couche en béton et de la couche fibré à mi-hauteur. Les valeurs de $f_{R1,k}$ et $f_{R3,k}$, fournies par le fournisseur de fibres (Bekaert), varient en fonction de la classe du béton (C40), avec un dosage des fibres de 35 kg/m^3 et du type (5D). Ces deux paramètres sont déterminés expérimentalement à travers un essai caractéristique (Figure 7).

On suppose une répartition favorable des fibres avec des coefficients K_0 et K_G égaux à 1.

TABLEAU 3. Propriétés de la poutre bicouche

Géométrie		Couche inférieure	
h (m)	0,2	$f_{R1,k}$ (MPa)	5,9
b (m)	0,15	$f_{R3,k}$ (MPa)	6,7
Couche supérieure		K_0	1,0
f_{ck} (MPa)	40	K_G	1,0
E_{ck} (MPa)	36 283	γ_F	1,5
$f_{L,k}$ (MPa)	2,5	ϵ_{Fu} (%)	1,25
γ_c	1,5	Classe	6 d

En appliquant la distribution des contraintes indiquée à la figure 12, les résultats obtenus sont les suivants :

TABLEAU 4. Dimensionnement de la poutre bicouche

Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
ϵ_1 (%)	0,19	σ_F (MPa)	1,49
ϵ_2 (%)	0,53	R_c (kN)	40,32
ϵ_3 (%)	1,25	R_t (kN)	18,02
σ_c (MPa)	20,05	R_F (kN)	22,3
σ_t (MPa)	1,67	M (kN.m)	4,14

La poutre fibrée à mi-hauteur, avec du béton fibré dans la partie tendue, présente un moment résistant de 4,14 kN.m. En contraste, la poutre entièrement fibrée affiche un moment de 4,39 kN.m selon le Model Code.

La différence entre ces moments suscite la question de la pertinence de fibrer uniquement la partie inférieure pour réduire l'utilisation d'acier. D'un côté, ces résultats s'alignent de manière logique avec les hypothèses du dimensionnement, confirmant ainsi la validité théorique de la distribution proposée qui donne un moment légèrement inférieur à celui de la poutre entièrement fibrée.

En se basant sur les constatations préliminaires, la poutre bicouche, avec une réduction de moitié de la quantité de fibres utilisées, démontre une capacité à supporter 94% de la charge observée pour une poutre entièrement fibrée.

L'analyse de ce résultat suggère une efficacité remarquable de la poutre bicouche malgré une réduction significative de la quantité de fibres utilisées.

V. Conclusion :

Les conclusions suivantes peuvent être tirées de cette recherche :

1. Le modèle analytique, qui intègre la distribution effective des contraintes et repose sur la mécanique de la rupture, constitue une méthode permettant de suivre la propagation des fissures dans le béton armé et d'évaluer de manière précise les charges qu'une poutre en béton armé peut supporter.
2. Le modèle proposé offre des résultats proches de l'Eurocode, renforçant sa validité, bien que des améliorations et une validation expérimentale approfondie soient nécessaires.
3. La solution des poutres bicouches présentée dans l'article représente une approche innovante dans le dimensionnement des structures en béton armé. Les résultats des analyses préliminaires suggèrent que ces poutres offrent une capacité significative à supporter des charges, tout en réduisant la quantité d'acier utilisée.

REFERENCES

- (fib), f. i. d. b., 2010. Model Code. s.l.:s.n.
- 1992-1-1, E., 2002. Eurocode 2: Calcul des structures en béton - Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. s.l.:European Committee for Standardization.
- Alberto Carpinteri, M. C. M. P. G. M., 2009. New Model for the Analysis of Size-Scale Effects on the Ductility of Reinforced Concrete Elements in Bending. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(3).
- Bazant, Z. P., 1983. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et Construction*, 16(3), p. 155–177.
- Bertero, R. E. P. P. V., 1982. Local Bond stress slip relationship of deformed bars under generalized excitations.
- Eurocode 2, 2023. Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. s.l.:Comité Européene de normalisation.
- Hillerborg, A., 1990. Fracture mechanics concepts applied to moment capacity and rotational capacity of reinforced concrete beams. *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 233-240.
- M.S. Mohamed Alia, D. O. M. G. R. S., 2008. Interfacial stress transfer of near surface-mounted FRP-to-concrete joints. *Engineering Structures*, Volume 30, p. 1861–186.
- Matthew Haskett, D. J. O. M. M. A. C. W., 2009. Rigid body moment–rotation mechanism for reinforced concrete beam hinges. *Engineering Structures*, Volume 31, Issue 5(ISSN 0141-0296), pp. Pages 1032-1041.
- Walter H. Gerstle, P. P. D. N. N. V. P. P. R. a. M. X., 1992. Crack Growth in Flexural Members--A Fracture Mechanics Approach. *Structural Journal*, Volume 89(6), pp. 617-625.