

Identification de paramètres d'un modèle d'endommagement. Influence des conditions aux limites.

Sylvain Langlois¹, Amélie Fau¹, Maroua Maaroufi¹, Fikri Hafid^{1,2}, Farid Benboudjema¹

¹ Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 4 Av. des sciences, 91190 Gif-sur-Yvette, France

² RTE, Réseau de Transport d'Electricité, Research & Development, 92060 La Défense, France

RESUME La calibration des modèles d'endommagement des matériaux cimentaires par la méthode *Finite-Element-Model Updating* (FEMU) repose souvent sur des hypothèses simplificatrices concernant les conditions aux limites, difficiles à mesurer avec des capteurs locaux. Cette étude propose une méthode expérimentale permettant de mesurer les conditions aux limites réelles appliquées durant l'essai, afin de les intégrer dans une méthode FEMU avec une fonction de coût exprimée en effort. L'endommagement d'un prisme de mortier non entaillé décrit par un modèle de Mazars adapté est étudié via un essai de flexion trois points. La corrélation d'images numériques (CIN) permet de mesurer le champ de déplacements en deux dimensions sur un maillage éléments finis. En utilisant les déplacements mécaniques du prisme au niveau des supports et de l'appui de la presse, l'identification des paramètres est grandement améliorée comparée à des conditions aux limites simplifiées définies par la conception du banc d'essai. Cette approche apporte une amélioration notable des paramètres calibrés, et offre une meilleure description de la réponse mécanique de l'échantillon (rigidité en flèche et ouverture de fissure). La CIN offre une approche non intrusive pour identifier des paramètres de modèles à partir d'essais sur des structures en intégrant des conditions aux limites réalistes.

Mots-clés Endommagement, *Finite Element Model Updating*, Corrélation d'images numériques, Flexion trois points

I. INTRODUCTION

La mécanique de l'endommagement appliquée aux matériaux cimentaires est décrite à l'aide d'une variable d'endommagement. Cette variable peut être scalaire dans le cas isotrope (Mazars, 1984), ou tensorielle d'ordre 2 ou 4, pour le cas anisotrope (Desmorat, 2016). Ces modèles nécessitent l'identification de paramètres matériaux via des méthodes inverses. Dans l'étude de (Kavanagh and Clough, 1971), l'expérience et la simulation numérique constituent deux composantes complémentaires permettant d'évaluer les paramètres matériaux. Cette approche, largement utilisée, est communément appelée *Finite Element Model Updating* (FEMU) et consiste à réaliser de manière itérative des simulations par éléments finis de l'essai, en ajustant les paramètres du modèle pour obtenir une réponse concordante avec les données expérimentales (Jahanitabar and Lotfi, 2024). Aussi, le comportement d'une structure quelconque est décrit par un modèle constitutif, les équations de compatibilités cinématiques et les équations d'équilibre, incluant les conditions aux limites. Dans la démarche d'identification, la gestion des conditions aux limites n'est pas évidente

et repose fréquemment sur des hypothèses simplificatrices définies par la conception du banc d'essai (Roesler et al., 2007). Des erreurs dans la définition des conditions aux limites peuvent perturber les résultats de la simulation et, ainsi, influencer les valeurs des paramètres identifiées.

Les avancées récentes en corrélation d'images numériques (CIN) permettent de mesurer des champs cinématiques complets avec une faible incertitude. Cette technique offre des données expérimentales particulièrement riches et ouvre la voie à de nouvelles méthodes d'identification des paramètres (Avril et al., 2008). Contrairement aux approches classiques où les conditions aux limites sont basées sur des hypothèses simplifiées, les mesures de champ complet permettent de les vérifier et de les ajuster si nécessaire. Cette méthode a déjà démontré son efficacité dans le domaine des matériaux cimentaires, notamment pour des modèles de zones cohésives (Vargas et al., 2023).

Cette étude vise à démontrer l'importance de conditions aux limites réalistes pour l'identification des paramètres d'un modèle d'endommagement. Un modèle isotrope avec une variable d'endommagement scalaire est utilisé pour décrire la relation contrainte-déformation par un adoucissement exponentiel négatif (Feenstra and De Borst, 1996). Un essai de flexion trois points est réalisé sur un prisme de mortier, et les données expérimentales sont analysées grâce à la CIN pour alimenter une procédure de FEMU. Les résultats obtenus avec des conditions aux limites réalistes sont comparés à ceux issus d'une hypothèse d'essai isostatique consistant à bloquer les déplacements aux appuis. Les paramètres identifiés, le résidu de la fonction de coût et la cinématique des simulations sont analysés.

II. ESSAI EXPÉRIMENTAL DE FLEXION TROIS POINTS

A. Matériau et échantillon

Dans cette étude, le matériau utilisé est un mortier réactif à la réaction alcali-silice. Les sables sont composés à 50% (en masse) de sables calcaires siliceux réactifs et à 50% de sables calcaires non réactifs ; leur diamètre équivalent (tamis) varie entre 0,25 et 4 mm. Le ciment utilisé est un CEM II/A-LL 42,5R. Une solution d'hydroxyde de sodium dosée à 1 mol/l a été utilisée à la place de l'eau pour atteindre une teneur en sodium de $10 \text{ kg.m}^{-3}_{\text{mortier}}$ et assurer le développement de la réaction alcali-silice. Le mortier est fabriqué avec un rapport massique NaOH/C = 0,5 et un rapport massique S/C = 0,3. Le **TABLEAU 1** résume la formulation utilisée.

TABLEAU 1. Formulation de l'échantillon de mortier

Composants	Masse volumique [kg.m ⁻³]	Formulation de l'échantillon [kg.m ⁻³]
Sable calcaire 0,25-4 mm	2680	766
Sable calcaire siliceux 0,25-4 mm	2680	766
Ciment	3110	511
NaOH	1000	256

Le mortier est ensuite coulé dans un moule pour créer une éprouvette prismatique de 7 cm d'épaisseur, 7 cm de largeur et 28 cm de longueur. Le spécimen est démoulé le lendemain puis stocké pendant 28 jours en cure endogène à 20 °C. Il est ensuite placé dans un bain d'hydroxyde de sodium à 1 mol/L à 60 °C pendant 14 jours pour limiter la lixiviation des alcalins.

Des essais de compression ont été réalisés pour déterminer le module d'Young et le coefficient de Poisson sur trois échantillons cylindriques de 11x22 cm, en suivant la norme NF EN 12390-13. Les résultats sont affichés dans le **TABLEAU 2**, le module d'Young correspond au module sécant initial.

TABLEAU 2. Propriétés du mortier mesurées par des essais de compressions (moyenne sur trois échantillons)

Résistance en compression (MPa)	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson
32,0	18,1	0,24

B. Montage d'essai de flexion trois points

L'expérience analysée ici est un essai de flexion trois points sur le spécimen de mortier. La masse volumique hydrostatique mesurée est de 2277 kg.m^{-3} . Le banc d'essai, développé durant la thèse de (Chan, 2021) et schématisé sur la **FIGURE 1**, se compose d'un appui fixe et d'un appui rotulé reposant sur une poutre IPN en acier. L'appui supérieur, permettant l'application du chargement sur l'échantillon, est également rotulé. Ce dispositif d'essai permet de compenser les éventuels défauts de planéité/parallélisme de l'éprouvette.

L'essai est réalisé avec une machine électromécanique ZwickRoell Z100 de capacité 100 kN, avec un chargement piloté en déplacement. Sous chargement, les déformations des pièces métalliques de la machine génèrent des déplacements parasites du même ordre de grandeur que ceux de la consigne d'essai. Pour s'affranchir de cet effet, la commande en déplacement est réalisée via un capteur LVDT placé directement sous l'échantillon à l'aide de plots collés à la surface du mortier et espacés de 30 mm suivant l'axe x, comme indiqué sur la **FIGURE 1**(b). Le déplacement imposé est de $0.15 \mu\text{m.s}^{-1}$ en ouverture de fissure (*Crack Mouth Opening Displacement (CMOD)*)).

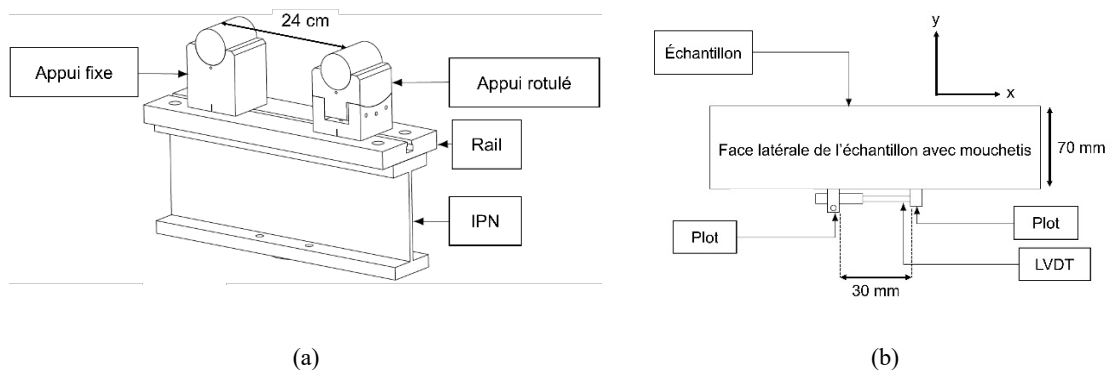


FIGURE 1. (a) Banc d'essai de flexion trois points en acier, composé d'un appui fixe et d'un appui rotulé permettant de corriger les défauts de planéité/parallélisme reposant sur une poutre IPN. (b) Vue de la face latérale de l'échantillon avec positions des plots et du capteur LVDT permettant de piloter l'essai. Le repère cartésien est indiqué sur (b). D'après (Chan, 2021).

La courbe de chargement force vs. CMOD est donnée sur la **FIGURE 2**(a). Une précharge de 70 N est appliquée avant l'essai. La courbe indique un comportement typique de rupture d'un échantillon quasi fragile en mode I : une première phase élastique, suivie d'une perte de rigidité juste avant la rupture. Après le pic d'effort, indiqué par une croix rouge sur la **FIGURE 2**(a), la rupture résulte de la propagation de la fissure, stabilisée à l'aide d'un chargement en ouverture de fissure à faible vitesse.

C. Mesure du champ cinématique par corrélation d'images numériques

Dans le but de mesurer les conditions aux limites de l'essai, la corrélation d'images numériques (CIN) est utilisée afin de calculer les champs de déplacements de l'échantillon. Des images d'une face latérale de l'échantillon schématisé sur la **FIGURE 1(b)** sont capturées tout au long du chargement mécanique. La fréquence d'acquisition des images est de 0,2 Hz. Elles sont encodées en 8 bits avec une résolution de 56,62 $\mu\text{m}/\text{px}$.

La CIN globale est utilisée pour mesurer les champs de déplacements en deux dimensions de l'échantillon en minimisant le résidu de l'image Φ_c sur l'ensemble de la région d'intérêt (ROI) entre l'image de référence $f(x)$ et une image déformée $g(x)$ prise au cours du chargement mécanique où x est la position discrète d'un pixel

$$\Phi_c^2 = \sum_{ROI} [f(x) - g(x + u(x))]^2 \quad (1)$$

L'image de référence, visible sur la **FIGURE 2(b)** est capturée au début du chargement mécanique lorsqu'une précharge de 70 N est appliquée. Le champ de déplacements $u(x)$ est discrétisé par un maillage éléments finis composé de triangles à 3 nœuds. Le maillage utilisé pour la CIN est visible sur la **FIGURE 2(b)**, superposé à l'échantillon. La CIN est régularisée par l'ajout d'une pénalisation à la fonction de coût, basée sur l'écart à l'équilibre. Cette pénalisation est modulée par une longueur de régularisation ℓ_{reg} . Dans les éléments endommagés, les déplacements (non mécaniquement admissible) sont filtrés sur une longueur proportionnelle à ℓ_{reg} . Pour améliorer la mesure dans les régions fissurées, la régularisation intègre une variable d'endommagement, permettant de l'annuler dans les éléments endommagés (Hamadouche et al., 2024). Le champ de déplacements mesuré inclut les mouvements de corps rigide. Pour la suite de l'étude, seul le déplacement mécanique u_{mech} sera considéré, tel que défini par l'expression suivante

$$u_{mech} = u_{DVC} - u_{RBM} \quad (2)$$

où le mouvement de corps rigide u_{RBM} est défini par la somme d'une translation et d'une rotation

$$u_{RBM} = t + \omega \wedge x \quad (3)$$

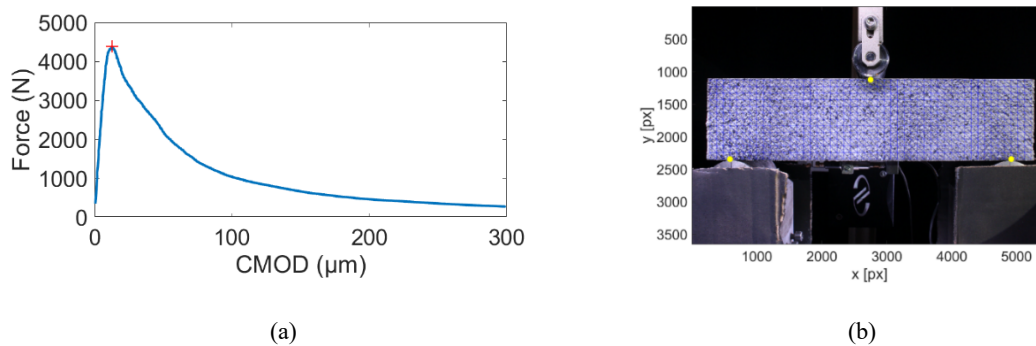


FIGURE 2. (a) Force en fonction de l'ouverture de fissure (CMOD). La croix rouge indique le pic d'effort mesuré à 4382 N pour un déplacement de 12,5 μm . (b) Image de référence utilisée pour la CIN : le prisme reposant sur les deux appuis avec son mouchetis ainsi que le maillage T3 utilisé pour la CIN. Les nœuds sur lesquels des conditions aux limites de Dirichlet sont appliquées sont indiqués par des cercles jaunes.

Les champs de déplacements u_x et u_y sont affichés respectivement sur la **FIGURE 3(a)** et la **FIGURE 3(b)**, pour l'image n°295 capturée en fin d'essai avec un CMOD de 298 μm . À ce stade, le déplacement horizontal u_x est quasi anti-symétrique et ne dépend plus que de la coordonnée y . Un fort gradient de déplacements est visible, mettant en évidence la fissure. On notera que la fissure n'est pas droite, et semble prendre sa source au niveau du plot gauche du capteur LVDT. Ce chemin de fissure peut s'expliquer par l'hétérogénéité du mortier (sable, porosité et matrice cimentaire). Enfin, le déplacement vertical u_y est négatif entre $L/4$ et $3L/4$ et est positif au niveau des appuis. Son évolution est quasi linéaire par morceau en fonction de la coordonnées horizontal x , étant donné que la création de la fissure à mi-portée permet la rotation de l'échantillon.

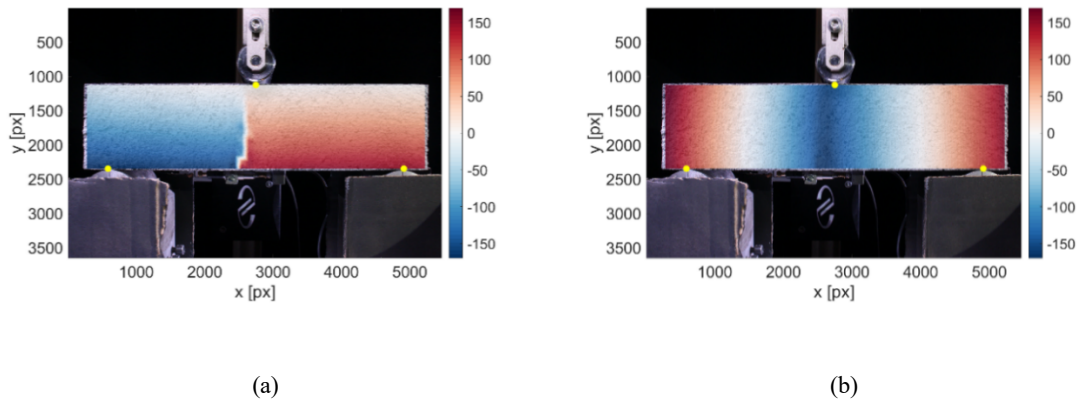


FIGURE 3. (a) Déplacement horizontal u_x , (b) déplacement vertical u_y , en μm pour la photo n°295, soit un CMOD de 298 μm .

III. SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'ESSAI DE FLEXION TROIS-POINTS

A. Modèle mécanique

L'essai de flexion trois points permet d'appliquer des contraintes de traction uniaxiales conduisant à une rupture stable en mode I du mortier comme analysé sur la **FIGURE 3(a)**. Étant donné la durée de l'essai (30 min), le séchage et le comportement visqueux sont négligés. De plus, le chargement étant monotone, la plasticité n'est pas considérée. Pour reproduire la rupture du mortier, considéré comme un matériau homogène, un modèle élasto-endommageable avec une variable d'endommagement scalaire D est adopté. On considère un cas isotrope où la dégradation du matériau se traduit par une perte de rigidité. Dans cette étude, un adoucissement exponentiel simple tel que développé par (Feenstra and De Borst, 1996) est utilisé pour modéliser la relation contrainte-déformation. Ainsi la variable d'endommagement D s'écrit

$$D=1-\frac{\varepsilon_{d0}}{\varepsilon} \exp(-B(\varepsilon-\varepsilon_{d0})) \quad (4)$$

avec $\varepsilon = \max(\varepsilon_{eq}, \varepsilon_{d0})$, ε_{d0} le seuil d'endommagement en traction, et ε_{eq} la déformation équivalente. L'endommagement considéré étant associé aux déformations d'extension, la déformation équivalente de (Mazars, 1984) est choisie.

Les mêmes nœuds que la CIN seront utilisés pour réaliser les simulations numériques, en utilisant des éléments quadrangulaires (Q4). Le modèle utilisé étant local, une méthode de régularisation est mise en œuvre pour éviter une dépendance de l'identification des paramètres à la taille des éléments du maillage. Une régularisation énergétique de type (Hillerborg et al., 1976) est utilisée dans le contexte d'une fissure se déclarant en mode I sur une bande d'éléments de taille h . L'énergie de fissuration s'écrit

$$G_f = h \int_0^\infty \sigma d\varepsilon = h \int_0^\infty E(1-D)\varepsilon d\varepsilon \quad (5)$$

avec σ la contrainte et E le module d'Young. En développant l'expression avec le modèle de (Feenstra and De Borst, 1996), on peut relier le paramètre B à l'énergie de fissuration G_f du matériau

$$B = \frac{h \times E \times \varepsilon_{d0}}{G_f \frac{E \times \varepsilon_{d0}^2 \times h}{2}} \quad (6)$$

Le vecteur de paramètres \mathbf{p} à calibrer comporte alors trois propriétés du matériau $\mathbf{p} = (E, \varepsilon_{d0}, G_f)$. La résistance en traction du matériau s'écrit $f_t = E \times \varepsilon_{d0}$.

B. Finite Element Model Updating

La procédure d'identification choisie repose sur la méthode de recalage aux éléments finis, également appelée *Finite Element Model Updating* (FEMU) (Kavanagh and Clough, 1971). Elle permet d'identifier l'ensemble des paramètres \mathbf{p} en réduisant l'écart entre une grandeur mesurée et simulée. La grandeur choisie est la force réactive de la presse, ce qui correspond à la méthode FEMU-F. La calibration s'effectue en minimisant la fonction de coût Φ_F avec la méthode des moindres carrés. Le résidu est pondéré par l'incertitude de mesure de la force réactive γ_F

$$\Phi_F^2 = \frac{1}{N_{t_f}} \sum_{t_F=1}^{t_F=N_{t_F}} \left[\frac{F_{exp}(t_F) - F_{sim}(t_F, \mathbf{p})}{\gamma_F} \right]^2 \quad (7)$$

Dans ce formalisme, Φ_F tend vers 1 lorsque la seule source d'erreur aléatoire est liée aux incertitudes de mesures, toute autre déviation est due à une erreur de modèle. L'incertitude γ_F sera décrite et déterminé dans la Section IV.A. La discrétisation temporelle t_F utilisée considère un pas de temps δt_F de 1 seconde et $N_{t_F} = 1471$. Un schéma de Newton-Raphson est utilisé pour minimiser la fonction de coût, ce qui conduit à la résolution du système linéaire suivant

$$[\mathbf{H}_F] \cdot \{\delta \mathbf{p}\} = \{\mathbf{b}_F\} \quad (8)$$

avec $\delta \mathbf{p}$ l'incrément du jeu de paramètres, $\{\mathbf{b}_F\} = [\mathbf{S}_F]^T \{F_{exp}(t_F) - F_{sim}(t_F, \mathbf{p})\}$ la matrice jacobienne, $[\mathbf{H}_F] = [\mathbf{S}_F]^T [\mathbf{S}_F]$ la matrice hessienne et $[\mathbf{S}_F] = \left[\frac{\partial F_{sim}}{\partial \mathbf{p}}(t, \mathbf{p}_0) \right]$ la matrice de sensibilité calculé avec avec un schéma de différence fini en utilisant une perturbation de 1% sur le jeu de paramètre initial \mathbf{p}_0 . La convergence du calcul est atteinte lorsque la moyenne quadratique de l'incrément du jeu de paramètres $\delta \mathbf{p}$ entre deux itérations est inférieure à 1%, un minimum de 5 itérations est imposé. Par souci de brièveté, la sensibilité de la force aux différents paramètres n'est pas analysée ici.

C. Conditions aux limites

Des conditions aux limites de type Dirichlet sont utilisées sur les nœuds aux appuis et au point d'application de l'effort, indiqués en jaune sur la **FIGURE 2(b)**. Le déplacement u_y est imposé sur ces 3 nœuds. Le déplacement u_x de l'appui gauche est imposé pour bloquer les déplacements de corps rigide de l'essai simulé. Deux cas sont étudiés : le premier tient compte des déplacements mesurés lors de l'essai par CIN, le second considère un cas isostatique où les déplacements imposés sont nuls sauf au point d'application de l'effort où le déplacement vertical mesuré par CIN est utilisé. Les déplacements mesurés par CIN ont un pas de temps δt_u égal à l'inverse de la fréquence d'acquisition des images. Pour enrichir la description temporelle de la simulation, ils seront interpolés linéairement pour obtenir la même discrétisation temporelle que pour les données en force mesurées à chaque instant t_F . Le pas de temps du calcul est donc égal à t_f .

IV. RESULTATS DE LA PROCÉDURE D'IDENTIFICATION

A. Mesures d'incertitudes

La méthode d'identification proposée consiste à minimiser la fonction de coût Φ_F décrite par l'équation (7). Le résidu en effort est pondéré par l'incertitude de mesure de la force γ_F . Deux sources contribuent à cette incertitude : le bruit d'acquisition machine de F_{exp} , quantifié à 2,3 N et le bruit de mesure des conditions aux limites de type Dirichlet déterminées par CIN qui vont induire des variations sur le calcul de F_{sim} .

Ces dernières sont calculées sur 50 images prises dans le même état mécanique que l'image de référence $f(x)$, c'est-à-dire avec une précharge constante. La contribution des incertitudes de mesure de déplacements sur la force F_{sim} est évaluée lorsque ces déplacements sont appliqués comme conditions aux limites de type Dirichlet dans une simulation utilisant un modèle élastique. L'écart-type sur la force F_{sim} est de 106,7 N, conduisant à une incertitude mesure γ_F de 109 N.

B. Identification des paramètres

La procédure d'identification est menée avec le jeu de paramètres initial \mathbf{p}_0 donné dans le **TABLEAU 3**. Le coefficient de Poisson est celui mesuré dans le **TABLEAU 2**, en revanche le module d'Young est volontairement choisi loin de la mesure réalisée sur les essais de compression afin de tester la robustesse de la convergence de la procédure.

TABLEAU 3. Jeu de paramètres initial \mathbf{p}_0 pour la procédure FEMU-F

Module d'Young E (GPa)	Seuil d'endommagement ε_{d0} ($\mu\text{m/m}$)	Energie de fissuration G_f (J/m^2)
30	150	80

La **FIGURE 4(a)** montre la convergence de l'identification et met en évidence la décroissance du résidu Φ_F à chaque itération, avec une initialisation à 3,3 fois la valeur de γ_F jusqu'à converger à 1,2. On observe également la variation de la moyenne quadratique de δp , qui décroît à mesure que les itérations augmentent. La solution optimale est obtenue à la 5^{ème} itération. Cette convergence met en évidence le fait que la force simulée tend à se rapprocher de la force expérimentale, jusqu'à atteindre un optimum visible sur la **FIGURE 4(b)**. Dans le but de mettre en évidence l'importance

des conditions aux limites dans la procédure d'identification des paramètres du modèle, le même calcul a été lancé avec des conditions aux limites isostatiques ; seul le déplacement u_y de l'appui presse est imposé, les déplacements u_y au niveau des deux autres appuis sont considérés nuls ainsi qu'un déplacement u_x sur un des appuis pour bloquer les mouvements de corps rigide.

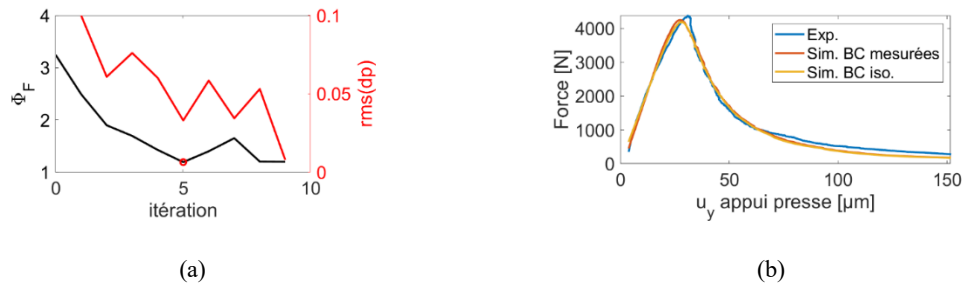


FIGURE 4. (a) Résidu Φ_F et moyenne quadratique de l'incrément de paramètres δp pour chaque itération de la procédure FEMU-F. (b) Évolution de la force en fonction du déplacement vertical imposé au niveau du point d'application de l'effort.

Les deux calculs avec des conditions aux limites de type Dirichlet mesurées et isostatiques ont convergé avec un résidu Φ_F de respectivement 1,22 et 1,24, signe d'une bonne convergence. La courbe de chargement simulée en fonction du déplacement au niveau de l'appui presse, imposé comme une condition à la limite, est visible sur la FIGURE 4(b). La force simulée est très proche de l'expérimentale, pour les deux calculs, comme en témoigne la faible valeur du résidu Φ_F . Les paramètres identifiés sont rassemblés dans le TABLEAU 4, aux côtés de paramètres matériaux mesurés à partir d'essais normalisés. Dans ce dernier cas, le seuil d'endommagement est extrapolé en divisant la résistance à la traction mesurée avec la norme NF-EN-196-5 par le module d'Young mesuré avec la norme NF-EN-196-13.

On observe que les deux jeux de paramètres identifiés par FEMU-F sont très différents, avec un écart de 94%, 50% et 47% sur respectivement E , ε_{d0} et G_f . On notera que ces deux jeux de paramètres atteignent la même résistance en traction $f_t = E \times \varepsilon_{d0}$ de 2,8 MPa. Les essais normalisés affichent un module d'Young proche de la procédure avec des conditions aux limites de Dirichlet mesurées, la différence pouvant provenir du fait qu'un seul essai a été réalisé et qu'un écart type dû à la variabilité des échantillons est attendu. En revanche, le seuil d'endommagement ε_{d0} extrapolé à partir des essais normalisés est surestimé à cause d'une valeur de résistance en flexion connue pour être supérieure à la résistance en traction réelle du matériau.

TABLEAU 4. Paramètres de modèle identifiés avec des conditions aux limites de type Dirichlet mesurées par CIN et des conditions aux limites isostatiques. Une comparaison des paramètres est réalisée avec des mesures effectuées avec une procédure normalisée.

Paramètres	Module d'Young E (GPa)	Seuil d'endommagement ε_{d0} ($\mu\text{m}/\text{m}$)	Energie de fissuration G_f (J/m^2)
Conditions aux limites de Dirichlet mesurées	20,2	143,5	71,0
Conditions aux limites isostatiques	39,2	71,7	37,7
Essais normalisés	18,1	276,9	-

C. Vérification cinématique

La procédure d'identification par FEMU-F ne traite que le résidu en effort à chaque pas de temps t_F tel que formalisé dans l'équation (7). La cinématique de l'échantillon n'est pas utilisée dans la procédure de minimisation car considérée comme peu sensible au jeu de paramètres \mathbf{p} pour ce type de d'essai (Vargas et al., 2023), mais peut servir à valider la procédure d'identification. Des comparaisons de la courbe de réponse expérimentale et simulée en fonction du CMOD et de la flèche sont affichées sur les FIGURE 5(a) et FIGURE 5(b), respectivement. La flèche est mesurée avec la CIN comme étant le déplacement vertical au centre de la fibre inférieure du prisme, en prenant soin de retirer les mouvements de corps rigide comme expliqué auparavant. Le CMOD est mesuré par le capteur LVDT. Cette grandeur est également mesurée par CIN mais cette mesure n'est pas traitée dans cette étude. On observe que la prise en compte des déplacements verticaux au niveau des appuis permet de retrouver globalement la cinématique en ouverture de fissure et en flèche, tant au niveau de la phase élastique qu'en post-pic. La rigidité initiale expérimentale est retrouvée avec une erreur relative de 4% en CMOD, et de 14% en flèche. Des conditions aux limites isostatiques parviennent à retrouver la force à rupture. En revanche, la rigidité initiale en ouverture de fissure est surestimée de 49% et la rigidité en flèche est sous-estimée de 26%. Ces écarts de rigidités montrent toutefois que qu'elles sont peu sensibles au module d'Young E , dont l'écart est de 100% entre les deux types de conditions aux limites.

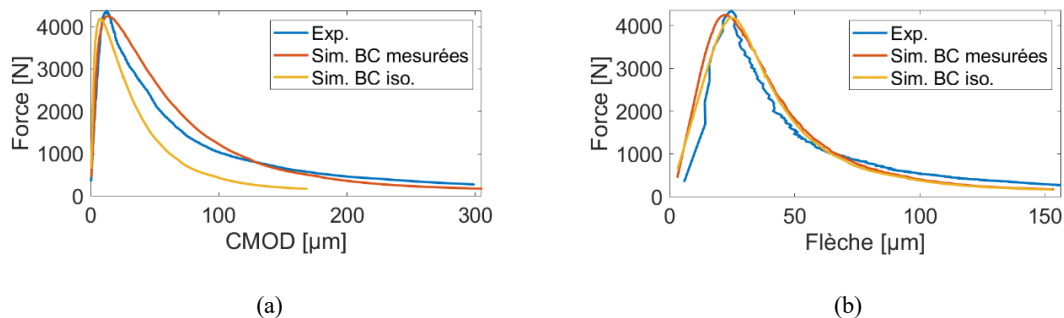


FIGURE 5. Courbe de chargement en fonction (a) du CMOD, (b) de la flèche.

IV. CONCLUSION

Ce travail proposait d'identifier les paramètres matériaux issus d'un modèle élasto-endommageable à partir de conditions aux limites mesurées.

Un essai de flexion trois points a été réalisé sur un prisme de mortier non entaillé avec un rapport d'élanement d'environ trois. L'essai, piloté en ouverture de fissure, a permis d'amener l'échantillon à une rupture stable et ainsi d'analyser l'endommagement du matériau. Des images, prises tout au long du chargement mécanique, ont permis d'appliquer une procédure de corrélation d'images numériques globale. La fissure induite par des contraintes de traction uniaxiale se propage de manière stable sur une bande d'élément du maillage.

Le modèle utilisé repose sur l'hypothèse d'un endommagement isotrope dans l'échantillon, dont la perte de rigidité est décrite par une exponentielle décroissante. Trois paramètres matériaux, le module d'Young E , le seuil d'endommagement ε_{d0} et l'énergie de fissuration G_f , ont été identifiés.

La procédure d'identification repose sur la méthode FEMU avec une fonction de coût définie par la force réactive de la presse pondérée par son incertitude de mesure. Cette méthode permet d'estimer les paramètres à rupture lorsque le module d'Young est inconnu. L'essai est simulé avec des conditions aux limites de type Dirichlet permettant d'appliquer le déplacement vertical au niveau de l'appui presse et des deux supports. Le résidu de la fonction de coût tend vers 1,2, signe d'une bonne convergence et de la pertinence du modèle utilisé pour reproduire l'expérience. La valeur du module d'Young identifiée est proche de celle mesurée lors d'essais de compression. La cinématique simulée de l'essai de flexion montre des valeurs très proches de l'expérience, les erreurs de la rigidité initiale en flèche et en ouverture de fissure sont de l'ordre de 10%.

L'analyse avec corrélation d'images numériques d'un essai classiquement utilisé montre que la prise en compte des conditions aux limites mesurées est essentielle pour la justesse de l'identification des paramètres matériaux du modèle. Pour ce type d'essai, l'hypothèse d'isostaticité consistant à imposer un déplacement nul aux appuis ne permet pas de reproduire fidèlement les champs cinématiques et mène à des erreurs de calibration des paramètres de l'ordre de 100%.

REFERENCES

- Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A.-S., Grédiac, M., Hild, F., Ienny, P., Latourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco, E., Pierron, F., (2008). Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements. *Experimental Mechanics* 48, 381–402.
- Chan, N., (2021). Étude de la variabilité expérimentale et modélisation discrète du comportement des matériaux cimentaires: effet combiné du séchage et d'un chargement mécanique (Thèse de doctorat). *Université Paris-Saclay*.
- Desmorat, R., (2016). Anisotropic damage modeling of concrete materials. *International Journal of Damage Mechanics* 25, 818–852.
- Feenstra, P.H., De Borst, R., (1996). A composite plasticity model for concrete. *International Journal of Solids and Structures* 33, 707–730.
- Hamadouche, I., Seyed, D.M., Hild, F., (2024). Damage Detection and Quantification via Multiview DIC at Varying Scales. *Experimental Mechanics* 64, 675–689.
- Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.-E., (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research* 6, 773–781.
- Jahanitabar, A.A., Lotfi, V., (2024). Formulation and efficient implementation of coupled anisotropic damage-plasticity model for plain concrete. *Acta Mechanica* 235, 4575–4605.
- Kavanagh, K.T., Clough, R.W., (1971). Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures* 7, 11–23.
- Mazars, J., (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure (Thèse d'État). Université Paris 6.
- Roesler, J., Paulino, G.H., Park, K., Gaedicke, C., (2007). Concrete fracture prediction using bilinear softening. *Cement and Concrete Composites* 29, 300–312.
- Vargas, R., Canto, R.B., Hild, F., Smaniotto, B., (2023). Calibration of cohesive parameters for a castable refractory using 4D tomographic data and realistic crack path from in-situ wedge splitting test. *Journal of the European Ceramic Society* 43, 676–691.