

# Modélisation des dissipations dans la réponse sismique des structures

Chambreuil, C.<sup>1</sup>, Rostagni, H.<sup>1</sup>, Giry, C.<sup>1,2</sup>, Ragueneau, F.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Université paris-Saclay, CentraleSupélec, ENS Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mécanique Paris-Saclay, 91190, Gif-sur-Yvette, France.

<sup>2</sup> EPF École d'Ingénieurs, 55, avenue du Président Wilson, F-94230, Cachan, France.

**RESUME** Afin de décrire au mieux la réponse de structures en maçonnerie sous chargement sismique, il est nécessaire de mettre en œuvre des modèles retranscrivant les non linéarités matériaux et structures. En particulier, la modélisation des dissipations et de leur évolution au cours du temps représente un enjeu majeur pour être représentatif du comportement réel des structures. Ce travail s'intéresse à analyser l'influence du type de modèle non linéaire sur la réponse du système. Pour cela, des modèles d'oscillateur simple élasto-plastique et élastique endommageable sont étudiés en s'intéressant notamment à l'énergie dissipée, à l'amplitude maximale de la réponse selon les non linéarités. Dans un second temps, un modèle de comportement pour les structures en maçonnerie est étudié et une analyse des dissipations d'énergie est proposée.

**Mots-clés** Maçonnerie, Modélisation, Comportement non-linéaire, sismique, dissipation.

## I. INTRODUCTION

### A. Contexte

Les événements sismiques récents de par le monde (par exemple le séisme du 6 février 2023 de Kahramanmaras en Turquie, ou bien encore celui du 8 septembre 2023 d'Al Haouz au Maroc) et plus particulièrement en France hexagonale (le séisme du 11 novembre 2019 au Teil ou le séisme du 16 juin 2023 de La Laigne) mettent en lumière la nécessité d'avoir des outils à même d'évaluer la vulnérabilité sismique du bâti existant en vue de sa préservation.

De par la complexité des phénomènes mis en jeu lors d'un séisme (non linéarités matériau et structurelle), on introduit des modèles simplifiant plus ou moins la réalité. L'impact de ces simplifications et le choix des phénomènes pris en compte dans la modélisation influent en sortie sur la qualité et les écarts à la réalité.

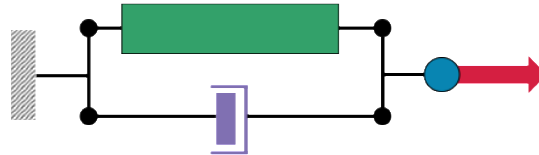
### B. Objectif

Ce travail propose une discussion sur la modélisation de la réponse sismique de structures en matériaux quasi-fragiles (e.g. maçonnerie, pisé) en analysant plus particulièrement les dissipations et l'évolution des non linéarités au cours du chargement.

## II. ANALYSE DES DISSIPATIONS PAR MECANISMES NON LINEAIRES

### A. Modèle d'oscillateur simple non linéaire

Afin d'analyser la réponse de structures sous chargement sismique en fonction des non linéarités développées, trois modèles d'oscillateur simple sont considérés. Chaque modèle peut se représenter selon la Figure 1, avec un amortisseur visqueux d'amortissement  $c$ , un modèle de comportement force-déplacement, une masse  $m$  et un effort sollicitant  $F$ .



**FIGURE 1.** Modèle d'oscillateur simple avec un amortisseur visqueux (violet), un modèle de comportement force déplacement (vert), une masse (bleu) et un effort de sollicitation (rouge)

On définit  $u$  le déplacement de la masse. Pour se placer dans le contexte d'un chargement sismique, l'effort s'exprime :  $F(t) = -m \cdot \ddot{u}_g$ , avec  $\ddot{u}_g$  l'accélération du sol.

L'équation d'équilibre dynamique s'écrit :

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + f_{int}(u) = -m \cdot \ddot{u}_g \quad (1)$$

On considère trois modèles mécaniques différents pour le comportement interne : élastique, élasto-plastique parfait et élastique endommageable.

Le modèle élastique peut être utilisé pour une évaluation simplifiée de la réponse de structure en considérant un facteur correctif pour prendre en compte de manière forfaitaire des non linéarités (e.g. facteur de comportement). Les modèles élasto-plastique et élastique endommageable peuvent représenter des phénomènes non linéaires observés sur les structures en maçonnerie (déplacement permanent, fissuration, ...).

Afin d'avoir une comparaison objective entre les modèles non linéaires, l'équation d'évolution de l'endommagement est définie pour avoir une forme similaire à celle du modèle élasto-plastique. En posant  $k_0$  la rigidité du ressort,  $f_y$  l'effort limite du modèle élasto-plastique parfait et  $u_y$  le déplacement associé, l'équation d'évolution de l'endommagement s'écrit,

$$D = 1 - \frac{f_y}{k_0 \cdot \kappa}, \quad \kappa = \max_t(|u|, u_y) \quad (2)$$

De plus, on considère la forme canonique de l'équation d'équilibre dynamique en divisant l'équation par la masse. On obtient pour chaque modèle les équations d'équilibre suivantes,

$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{u} + \omega_0^2 \cdot u = -\ddot{u}_g \quad (3)$$

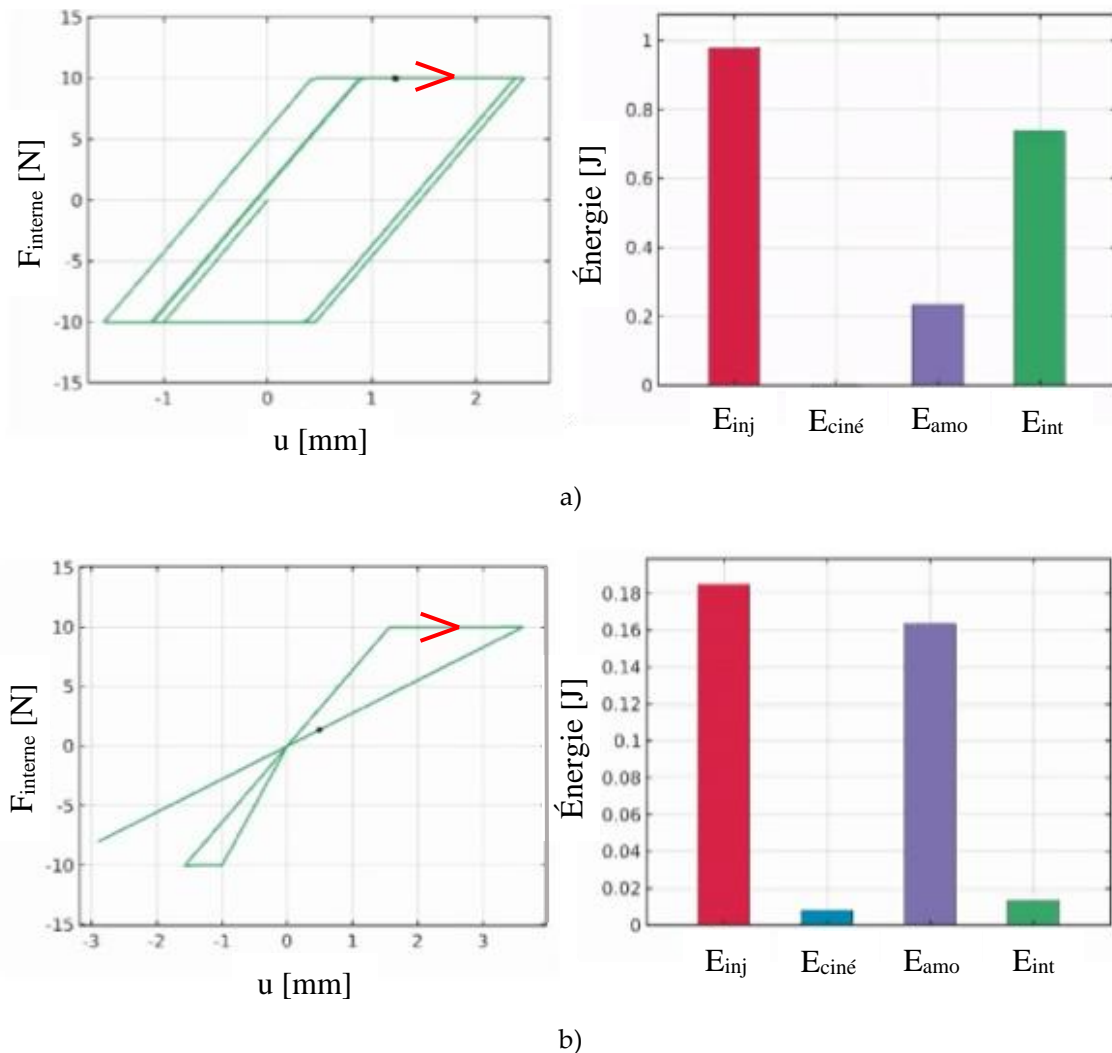
$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{u} + \omega_0^2 \cdot (1 - D) \cdot u = -\ddot{u}_g \quad (4)$$

$$\ddot{u} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot \dot{u} + \omega_0^2 \cdot (u - u_p) = -\ddot{u}_g \quad (5)$$

avec  $u_p$  le déplacement plastique,  $\omega_0$  la pulsation propre initiale du système et  $\xi$  le taux d'amortissement. Une première analyse consiste à comparer les densités d'énergies injectées, stockées et dissipées dans le système durant la réponse du système [Uang et Bertero, 1990]. La Figure 2 propose une comparaison entre les modèles non linéaires pour une sollicitation harmonique.

$$\frac{1}{2} \cdot \dot{u}^2 + \int c \cdot \dot{u} \cdot du + \int \frac{f_{int}(u)}{m} \cdot du = - \int \ddot{u}_g \cdot du \quad (6)$$

$$E_{cine} + E_{amo} + E_{int} = E_{inj} \quad (7)$$

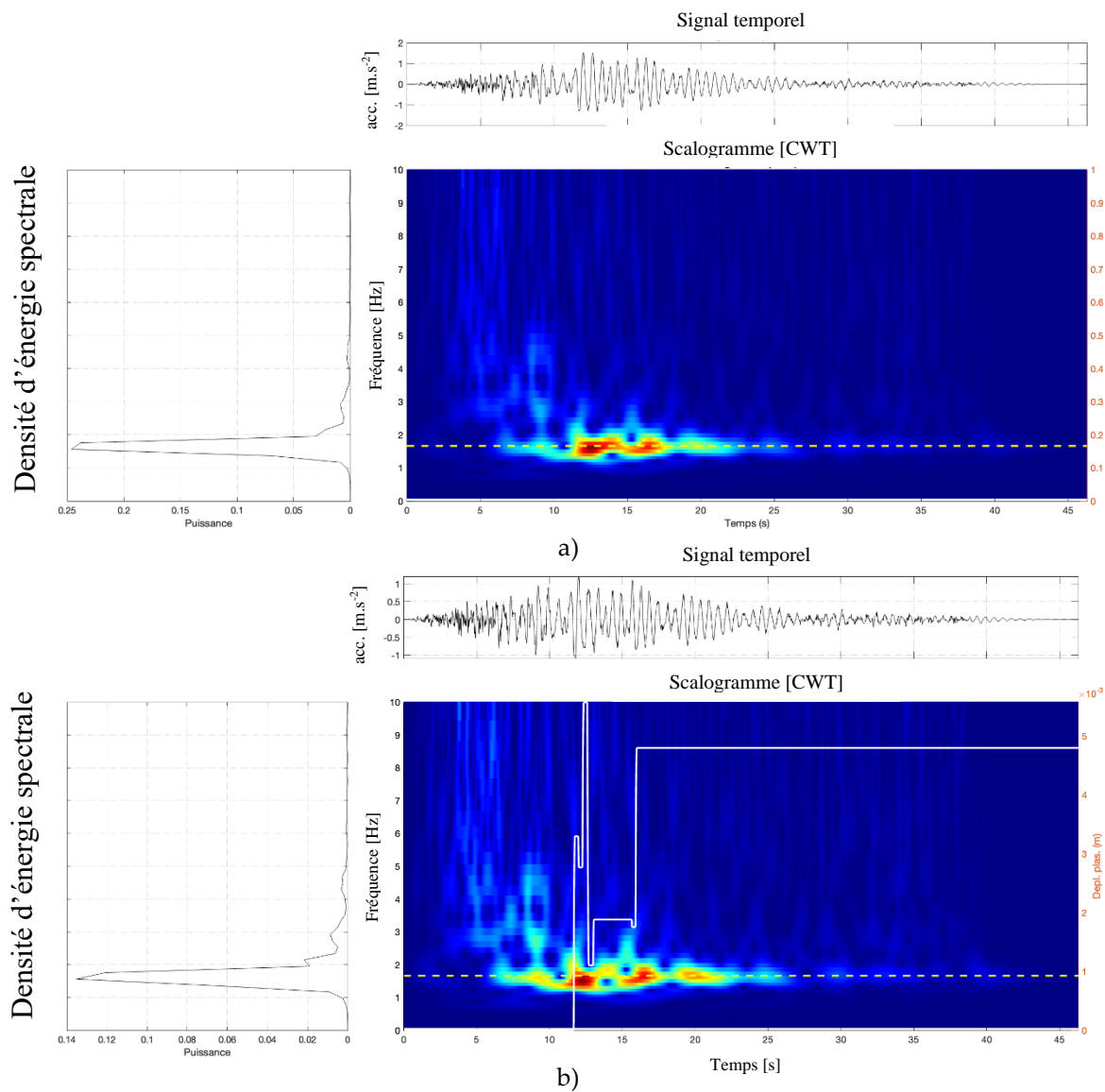


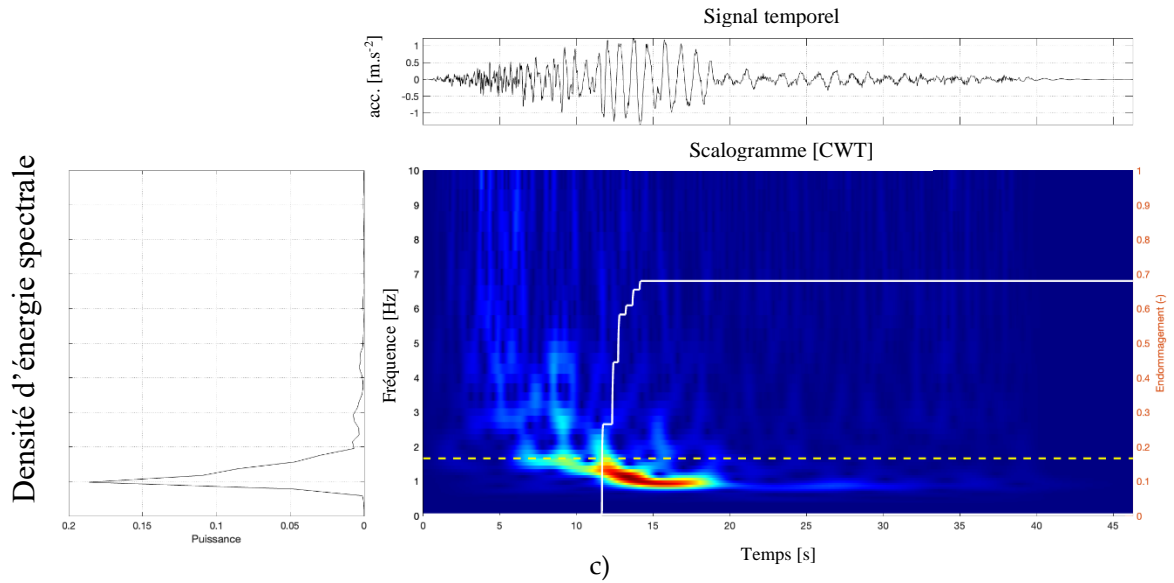
**FIGURE 2.** Réponse d'oscillateur simple non linéaire à un chargement harmonique : modèle élasto-plastique a) et modèle élastique endommageable b). La flèche rouge correspond au sens de chargement.

Sur la Figure 2, on observe les différences importantes sur la réponse du modèle force interne déplacement selon les mécanismes non linéaires. Les niveaux d'énergie sont beaucoup plus faibles pour le modèle élastique endommageable avec une dissipation d'énergie portée principalement par

l'amortissement visqueux. Dans le cas du modèle élasto-plastique, la dissipation est portée majoritairement par la plasticité.

On peut également comparer l'évolution de la réponse du système en temps et en fréquence (Figure 3). Pour cela, on considère un signal sismique en entrée du modèle et analyse la réponse en accélération du système en fonction également du développement des non linéarités.





**FIGURE 3.** Accélération, densité spectrale de puissance et scalogramme pour un oscillateur simple élastique a), élasto-plastique b) et élastique endommageable c).

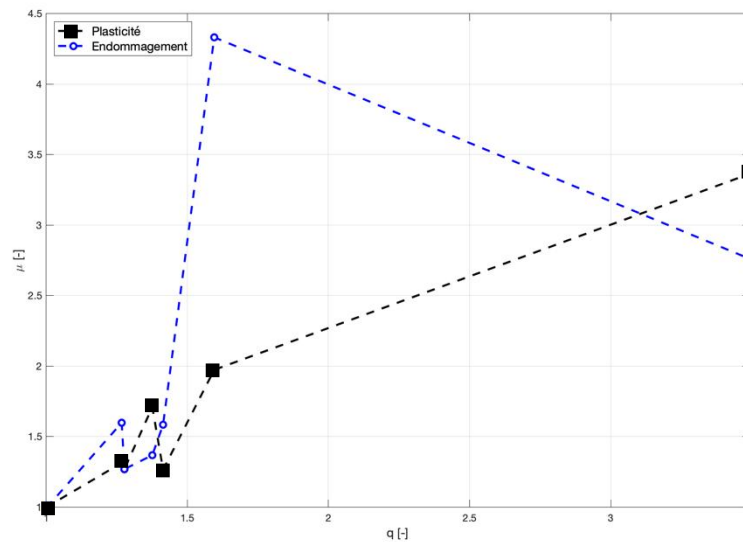
On observe sur la Figure 3 que l'évolution du scalogramme est assez proche entre le modèle élastique et le modèle élasto-plastique. Le modèle élasto-plastique dissipe plus d'énergie ce qui se traduit par une amplitude de l'accélération plus faible et un pic de densité spectrale de puissance (DSP) plus faible également. En revanche, on observe une réponse très différente pour le modèle élastique endommageable avec, sur le domaine fréquentiel, une chute de la fréquence ayant le plus d'énergie (pic de DSP au voisinage de 1 Hz au lieu de 1,67 Hz pour les deux autres modèles). L'évolution de cette chute de fréquence est observable sur le scalogramme avec un pic qui tend à diminuer par rapport à la ligne en pointillé jaune correspondant à la fréquence initiale de l'oscillateur. Cette évolution est corrélée avec le développement de l'endommagement (ligne blanche sur le scalogramme).

Dans le cadre d'approche de calcul simplifié, on peut avoir recours à des modèles linéaires corrigés par des coefficients prenant en compte l'effet des non linéarités (e.g. facteur de comportement, ductilité). En considérant un ensemble de signaux réels issus de la base RESORCE [Akkar et al., 2013], une comparaison sur les déplacements maximums obtenus entre plasticité et endommagement est proposé. On introduit un ratio sur les accélérations  $q$  et un sur les déplacements  $\mu$ ,

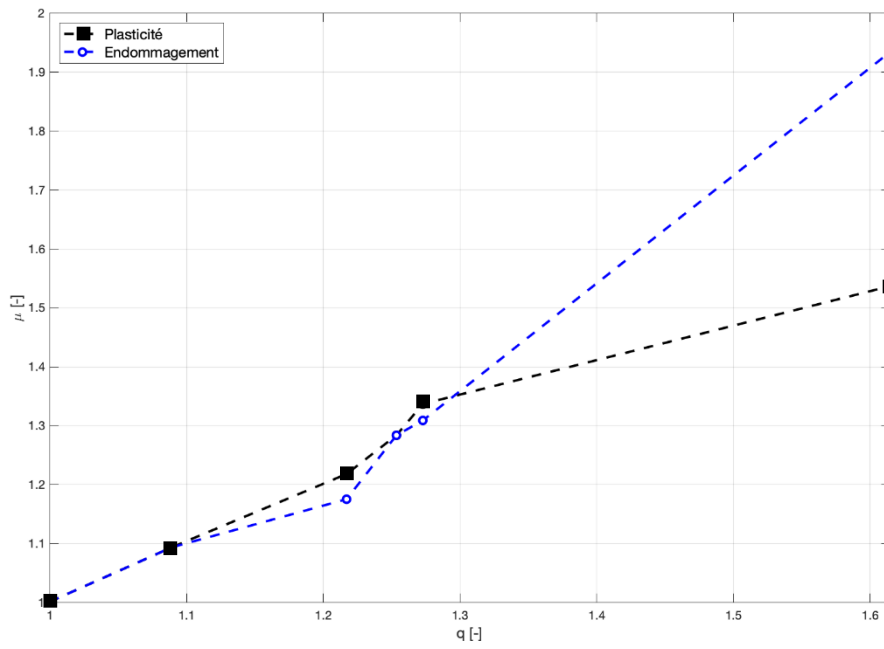
$$q = \frac{\max_t |\ddot{u}^{(el)}|}{a_y}, \quad a_y = \frac{f_y}{m}, \quad \mu = \frac{\max_t |u^{(nl)}|}{u_y} \quad (8)$$

avec  $\ddot{u}^{(el)}$  l'accélération obtenue pour le modèle linéaire et  $u^{(nl)}$  le déplacement obtenu pour les modèles non linéaires.

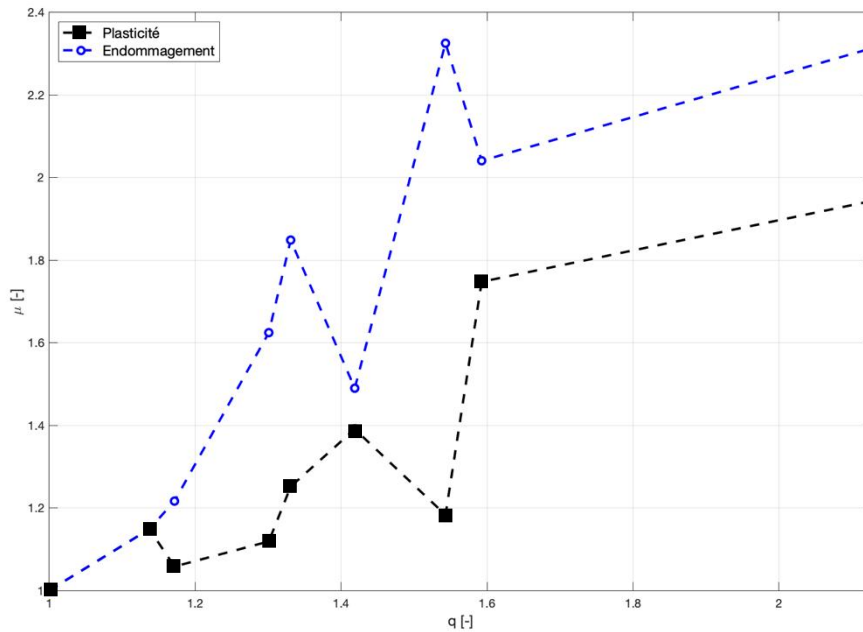
La Figure 4 montre l'évolution du facteur  $\mu$  en fonction du facteur  $q$  pour les deux modèles non linéaires.



a)



b)



c)

**FIGURE 4.** Evolution du ratio en déplacement en fonction du ratio en accélération pour les modèles élasto-plastique et élastique endommageable avec différents paramètres ( $f_0, \xi, a_y$ ) : 5 Hz, 5% et 1 g (a), 2 Hz, 5% et 1 g (b) et 2 Hz, 2% et 1 g (c).

On observe pour chaque jeu de paramètres que le déplacement maximal est très différent entre plasticité et endommagement. On observe généralement un déplacement plus important pour le modèle élastique endommageable à l'exception de certains signaux qui peuvent contenir une énergie plus importante à plus hautes fréquences que celle à laquelle chute le modèle d'endommagement. Ainsi, il est primordial de définir des modèles de comportement non linéaires représentatifs de la réponse cyclique des matériaux et structures pour dériver des coefficients correctifs de calculs linéaires.

### III. MODÉLISATION DES DISSIPATIONS DANS LE MODELE MATERIAU

A. *Modèle de comportement continu phénoménologique pour la maçonnerie [Tisserand et al., 2022, Rostagni et al., 2025]*

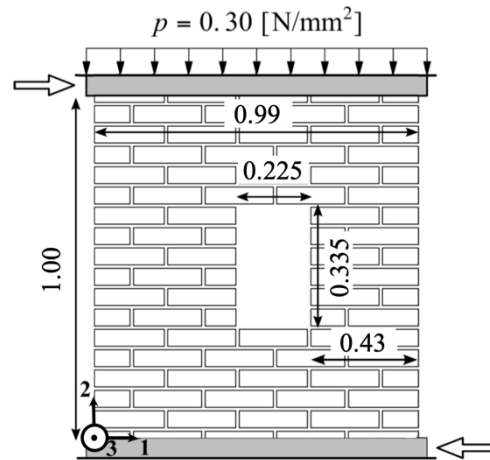
Le modèle de comportement considéré dans cette étude pour la maçonnerie est un modèle d'endommagement orthotrope. Ce modèle homogénéisé intègre une asymétrie entre la traction et la compression, l'effet unilatéral lié à la refermeture des fissures, un couplage endommagement plasticité pour la description du frottement suivant les composantes de cisaillement et l'écrasement des blocs en compression. Les équations constitutives sont définies dans [Tisserand et al., 2022, Rostagni et al., 2025]. Le formalisme de la thermodynamique des processus irréversibles utilisé pour construire ce modèle de comportement permet de décrire explicitement les dissipations d'énergie associées à chaque mécanisme non linéaire. Le taux de dissipation s'écrit,

$$\dot{D} = Y_i \cdot \dot{d}_i + Y_c \cdot \dot{d}_c + \sigma_k^\pi \cdot \dot{\varepsilon}_k^\pi - X_k \cdot \dot{\alpha}_k \quad (9)$$

Le premier terme correspond aux dissipations de traction associées à chaque famille de fissure suivant les directions principales de joints, le deuxième est pour la dissipation liée à l'écrasement des blocs et les deux derniers termes sont pour les dissipations de frottement associés en cisaillement.

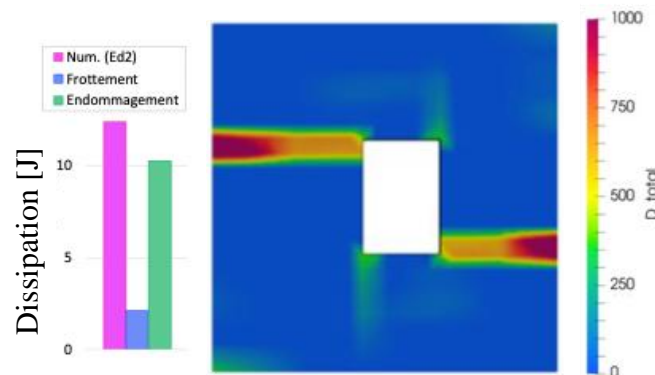
*B. Dissipation sous chargement monotone [Vermeltfoort et al., 1993]*

Pour ce premier exemple, on considère un essai de cisaillement monotone sur un mur en maçonnerie avec une ouverture [Vermeltfoort et al., 1993] (Figure 5).



**FIGURE 5.** Mur en maçonnerie confiné avec une ouverture soumis à un cisaillement monotone [Vermeltfoort et al., 1993]

La Figure 6 montre la dissipation totale à la fin du chargement ainsi que la distribution spatiale de l'énergie dissipée.



**FIGURE 6.** Dissipation d'énergie par mécanisme et champ d'énergie dissipée sur le mur en cisaillement

On observe sur la Figure 6 que pour un chargement monotone quasi-statique, la dissipation est principalement portée par l'endommagement. Le champ de dissipation total permet également

d'identifier les zones les plus dégradées en lien avec le lieu où l'énergie est principalement dissipée. Ainsi, pour une représentation de la réponse d'une structure en chargement monotone, il apparaît important de bien identifier les paramètres associés à l'endommagement pour décrire l'énergie dissipée.

C. Dissipation sous chargement cyclique [Anthoine et al., 1995]

Pour ce deuxième exemple, on considère un essai de cisaillement cyclique sur un mur en maçonnerie plein [Anthoine et al., 1995] (Figure 7).

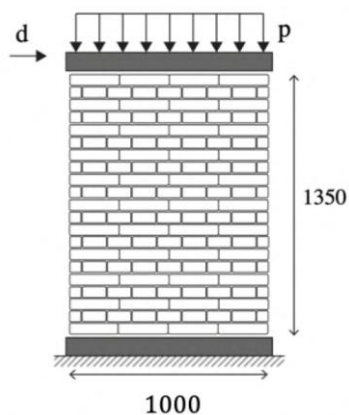


FIGURE 7. Mur en maçonnerie confiné soumis à un cisaillement cyclique [Anthoine et al., 1995]

La Figure 8 montre la dissipation totale à la fin du chargement ainsi que la réponse force horizontale en fonction du déplacement horizontal.

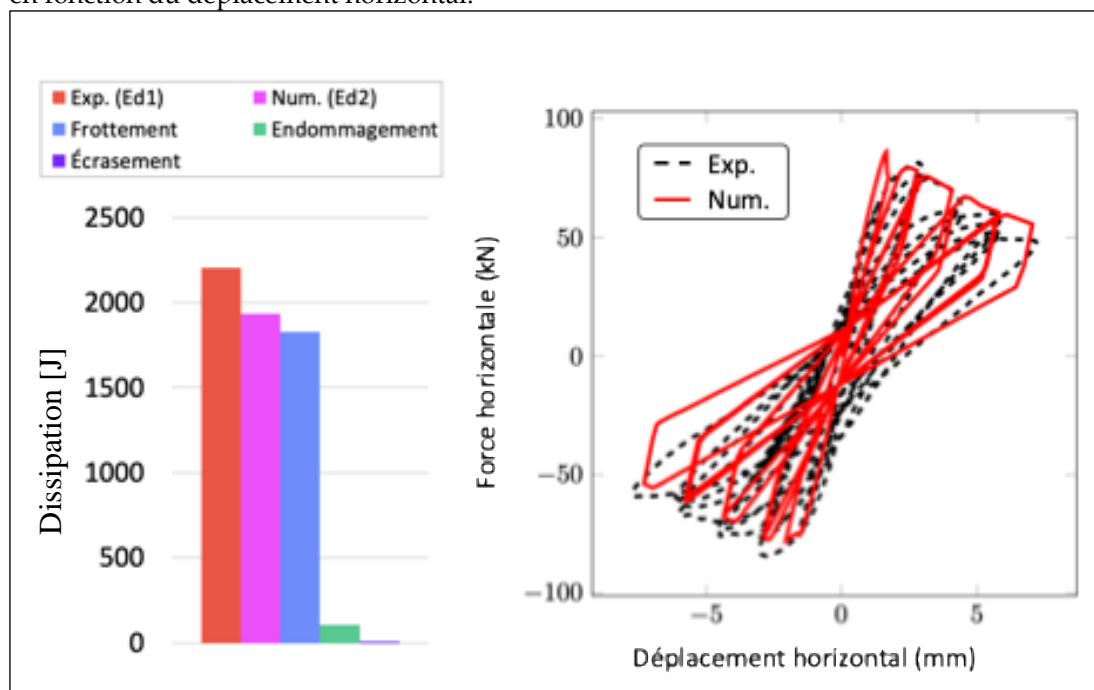


FIGURE 8. Dissipation d'énergie par mécanisme et réponse globale

On observe sur la réponse globale de la Figure 8 que le modèle de comportement permet de représenter l'enveloppe et les boucles d'hystérèse obtenues expérimentalement. On observe également que le chargement cyclique induit une dissipation principalement portée par le frottement sur les composantes de cisaillement.

## V. CONCLUSIONS

Afin de représenter au mieux la réponse non linéaire des structures il est important de bien décrire les dissipations et l'évolution des non linéarités au cours de la réponse sismique. Une analyse comparative de modèles non linéaires simples avec une courbe enveloppe similaire a été proposée. Il a été observé que l'amplitude et l'évolution de la réponse de la structure était fortement impactée par le type de non linéarité. L'endommagement introduit très peu de dissipation, en revanche, la modification des caractéristiques dynamiques (i.e. fréquence propre) peut induire une diminution ou une amplification des effets dynamiques selon le contenu fréquentiel du signal d'entrée. La plasticité introduit une capacité importante à dissiper l'énergie pour la structure. En revanche, la fréquence propre apparente n'est pas impactée par le développement de la plasticité.

Une seconde partie de l'étude s'est intéressée aux dissipations dans des éléments de structure en maçonnerie selon les mécanismes non linéaires et le chargement. On observe que des chargements monotones sur des murs en maçonnerie induise une dissipation portée principalement par l'endommagement. En revanche, dans le cas de chargements cycliques, la dissipation liée à l'endommagement devient négligeable devant celle liée aux frottements sous cisaillement des joints. Ainsi, dans une perspective de calcul d'ingénierie, avec l'utilisation de facteur correctif pour prendre en compte de manière forfaitaire les non linéarités sur des calculs linéaires, il semble primordial de décrire au mieux les mécanismes non linéaires associés à la maçonnerie.

## REFERENCES

Akkar S., Sandıkkaya M.A., Şenyurt M., Azari Sisi A., Ay B.Ö., Traversa P., Douglas J., Cotton F., Luzi L., Hernandez B., Godey S. (2013). Reference database for seismic ground-motion in Europe (RESORCE), *Bulletin of Earthquake Engineering*, 12(1), 311-339.

Rostagni, H., Giry, C., & Ragueneau, F. (2025). A dissipative orthotropic non-local approach for objective modelling of masonry structures. *Computers & Structures*, 315, 107802.

Tisserand, P. J., Rostagni, H., Giry, C., Nguyen, T. T. H., Desmorat, R., & Ragueneau, F. (2022). An orthotropic damage model with internal sliding and friction for masonry-like material. *Engineering Fracture Mechanics*, 267, 108397.

Uang, C. M., & Bertero, V. V. (1990). Evaluation of seismic energy in structures. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 19(1), 77-90.

Vermeltfoort, A. T., Raijmakers, T., & Janssen, H. J. M. (1993). Shear tests on masonry walls. In *6th North American Masonry Conference, 6-9 June 1993, Philadelphia, Pennsylvania, USA*(pp. 1183-1193). Technomic Publ. Co..