

Modélisation du pont d'Osserain : modèles et mesures, un attelage nécessaire pour appréhender finement le comportement des ouvrages

PN DOLMEN¹

¹ GT modélisation numérique du PN DOLMEN

RESUME Dans le cadre de la déconstruction programmée du pont d'Osserain (64) par le Conseil Départemental des Pyrénées-Atlantiques, un partenariat a été établi entre la collectivité et le PN Dolmen ; la convention de partenariat, finalisée en octobre 2023, prévoyant la mise à disposition de l'ouvrage à la communauté scientifique du programme de recherche DOLMEN dans ses phases de déconstruction. Les interventions réalisées dans le cadre du programme de recherche consistaient notamment à étudier le comportement de l'ouvrage par le prisme de la modélisation ; les travaux de modélisation se déroulant suivant 2 phases. La première phase dite prédictive devait permettre d'appréhender le comportement de l'ouvrage, évaluer la capacité portante du pont, procéder à la finalisation/validation du plan de chargement, et guider l'instrumentation du pont en caractérisant les phénomènes d'intérêt à suivre et leur intensité. La seconde dite post-dictive devait permettre de procéder à un travail de recalibrage des modèles, comparer les résultats numériques aux données mesurées, et comparer les résultats numériques entre eux.

Mots-clefs PN DOLMEN, pont d'Osserain, modélisation pont en maçonnerie, benchmark, comparaison modèles-mesures

I. INTRODUCTION

Intégré au projet de démolition du pont d'Osserain (Figure 1) mené par le Conseil Départemental des Pyrénées Atlantiques (64), le PN Dolmen a fait de ce pont en maçonnerie de pierre en excellent état un chantier démonstrateur en grandeur nature ayant pour objectif d'accroître les connaissances sur le comportement de ce type d'ouvrages d'une part et d'autre part pour chercher à améliorer la gestion opérationnelle de ce type de structures en menant une réflexion sur les choix des moyens métrologiques mis en œuvre pour assurer leur suivi ou des approches de modélisation utilisées pour appréhender leur comportement. Ce chantier scientifique porté et construit par 24 partenaires (industriels et académiques) spécialistes de la métrologie et du suivi de ce type d'ouvrages ou de leur modélisation cherche ainsi à tester à la fois des moyens de mesures usuellement déployés sur ce type d'ouvrage pour appréhender leur comportement par le biais de la mesure et différentes approches de modélisations cherchant quant à elle à reproduire leur fonctionnement numériquement. La suite de ce document se concentre sur la partie modélisation. Il cherche à présenter les travaux de modélisation menés sur le pont et à fournir un retour objectif sur les approches mises en œuvre pour appréhender ce type de structure en comparant les résultats fournis par ces approches aux mesures réalisées sur l'ouvrage lors du chargement.



FIGURE 1. Pont en maçonnerie d’Ossevain (Pyrénées-Atlantiques, France) : carte postale d’archives (à gauche) et prise de vue de mai 2023 (© G. Viossanges) (à droite)

II. APPROCHES DE MODELISATION

Le travail de modélisation a été réalisé par une dizaine de bureaux d’études ou universitaires pour autant d’approches de modélisation couvrant les approches dites simplifiées de type calcul à la rupture ou analyse limite et les approches avancées (modélisation par éléments finis ou par éléments discrets), en 2D ou 3D ; ces approches étant utilisées via des outils commerciaux (Voute, Ring, Robot, RFEM6, CESAR-LCPC/modèle de Mazars) ou plutôt académiques (CAST3M/Mazars, CAST3M/ENDO3D, LMGC90/DEM-NSCD). Les approches mises en œuvre sont présentées Tableau 1.

TABLEAU 1. Description des approches de modélisation mises en œuvre par les partenaires

Firm / research lab	Contact information Name / email	software	Space Di- mension	References	Model Number	
GETEC / Conseils OA / Expert OA	Benoit Malenfant <i>benoit.malenfant@getec-so.com</i>	VOUTE	2D	[1][2]	1	Limit Analysis
University of Li- moges GC2D	Sylvie Yotte <i>sylvie.yotte@unilim.fr</i>	RING	2D	[3][4][5]	2	
STONO	Marine Bagnéris <i>bagneris@stono.fr</i>	THRUST <i>internal dev</i>	2.5D	[32]	3	
QUADRIC	Judith Christophe <i>judith.christophe@arteliagroup.com</i>	ROBOT	2D	[6][7][8]	4	Finite Elements
SETEC	Omar Moreno-Regan <i>omar.moreno-regan@setec.com</i>	CESAR- LCPC	2D	[9][10][11]	5	
BOLLINGER & GROHMANN	Pierre Marquis-Lhuillier <i>pmarquislhuillier@bollinger-grohmann.com</i>	RFEM6	2D	[12][13]	6	
LMDC INSA Tou- louse	Pierre Morenon <i>morenon@insa-toulouse.fr</i>	CAST3M	3D	[14][15] [16][17]	7-8	
MiMeTICS engi- neering	Paul Taforel <i>ptaforel@mimetics-engineering.fr</i>	LMGC90	2D	[18][19][20]	9	Discrete Elements
LMGC - University of Montpellier	Frédéric Dubois <i>frederic.dubois@umontpellier.fr</i>	LMGC90	3D	[18][19][20]	10	
STONO	Marine Bagnéris <i>bagneris@stono.fr</i>	LMGC90	3D	[18][19][20]	11	

III. PHASAGE

Dans un premier temps, la modélisation a été utilisée pour valider le plan final de chargement sur la base duquel a pu être construite l'opération de démolition à proprement parler intégrant la phase d'essais menée par le PN, évaluer le comportement du pont pour le chargement retenu et guider son instrumentation (phase de prédiction). Dans un deuxième temps, les travaux de modélisation ont porté sur du recalage de modèle ; l'objectif étant de chercher à reproduire le plus fidèlement possible le comportement du pont tel que mesuré lors de l'opération (phase de post-diction) et d'en prédire à nouveau le comportement à rupture.

A. Phase de prédiction

La première phase de modélisation, à l'« aveugle », se voulant « prédictive » a permis, sur la base de relevés sommaires réalisés in situ et de données issues de la bibliographie, de déterminer la réponse attendue du pont et de chercher à évaluer la charge de rupture de l'ouvrage dans la configuration de chargement retenue (chargement de la première demi-travée du pont par empilement de blocs de bétons) après dépose du remblai sur le reste de l'ouvrage.

Si les modèles ont tous montré un comportement similaire de l'ouvrage avec ce type de chargement (flèche négative sous voûte chargée et flèche positive au niveau de la travée centrale avec tendance au basculement de la pile) jusqu'à la ruine de l'ouvrage par basculement de la pile, les premières limites d'utilisation des modèles les plus simples sont apparues notamment sur l'évaluation du nombre de niveaux de blocs provoquant la ruine de l'ouvrage ; celui-ci étant de quelques niveaux pour les modèles ne modélisant pas les piles (mis en défaut) à une quinzaine pour les modèles plus avancés. Etant donné la grande capacité portante du pont (surdimensionné par rapport au trafic routier), il a été décidé d'affaiblir le pont en réalisant une saignée de 25 cm de profondeur sur la largeur de la douelle au droit d'une des zones de rotule identifiée par les modélisations ; le sciage devant rendre la réponse du pont « mesurable » en permettant d'observer des comportements de plus grande amplitude à charge comparable sans conduire à sa ruine conformément aux contraintes imposées par le maître d'ouvrage. Par ailleurs, il a été décidé de vider les remblais des voûtes non chargées pour limiter leur contre-poussée ; l'objectif étant de faire rentrer la réponse de l'ouvrage dans le domaine non linéaire sans avoir à augmenter excessivement la charge à appliquer sur l'ouvrage. La Figure 2 présente des résultats de modélisation obtenus sur le pont « scié » chargé sur une demi-travée.

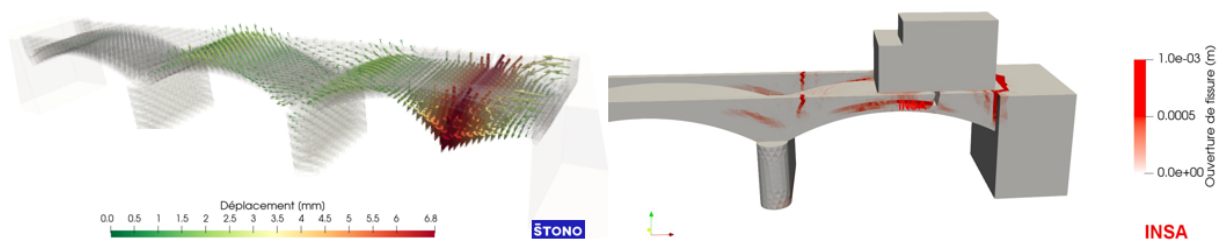


FIGURE 2. Réponses des modèles 3D (approche discrète à gauche et élément finis à droite)

La phase de prédiction a permis de valider les mesures d'affaiblissement du pont (sciage et vidage des remblais (Figure 3)), le plan de chargement (Figure 4) et d'établir le plan d'instrumentation (Figure 5). L'essai de chargement du pont « scié » a consisté in fine à charger la

première demi-travée du pont (de la culée jusqu'à la clé de la première voûte soit sur une surface de $8 \times 4.8 \text{ m}^2$) avec près de 360 tonnes, sur 2 jours (les 24 et 25 Octobre 2023), grâce à des blocs de bétons avant d'être déchargée progressivement les 26 et 27 Octobre 2023 en vue de la démolition du pont le 31 Octobre 2023.



FIGURE 3. Opération de vidage des remblais et de sciage de la voûte conformément au plan de chargement validé par le GT Modélisation



FIGURE 4. Mise en place du chargement sur le pont d'Osserain en octobre 2023 : Niveaux 1 et 2 (à gauche) et chargement final (à droite) (© G. Viossanges)

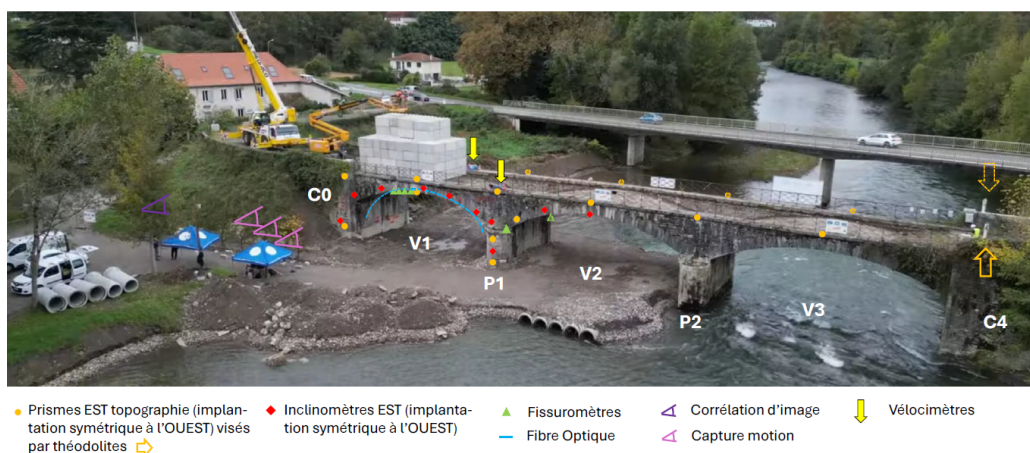


FIGURE 5. Moyens d'instrumentation déployés sur le pont d'Osserain (© G. Viossanges)

B. Phase de post-diction

Une phase de modélisation complémentaire est venue conclure le chantier démonstrateur d'Osserain ; cette phase cherchant à comparer les résultats de modélisation obtenus avec les modèles recalés mis en œuvre par les partenaires lors de la phase de prédiction aux mesures réalisées sur l'ouvrage au cours du chargement. Le chargement retenu a été de 150 blocs de béton, soit 3532 kN sur une aire de 8x4.8m². L'objectif ici est de suivre dans les modèles le déplacement des différents points faisant l'objet de mesures expérimentales via le suivi topographique ou inclinométrique qui traduisent au premier ordre le comportement macroscopique de l'ouvrage (flèche, rotation des piles). Dans un second temps, il s'agit de s'intéresser à la réponse du pont aux petites échelles : à l'échelle des joints ou dans le matériau (ruptures et ouvertures des interfaces, endommagement); ces comportements étant susceptibles d'être mis en évidence par les fissuromètres, la fibre optique (ouvertures de joints) ou encore l'évolution de la réponse vibratoire du pont (bruit ambiant).

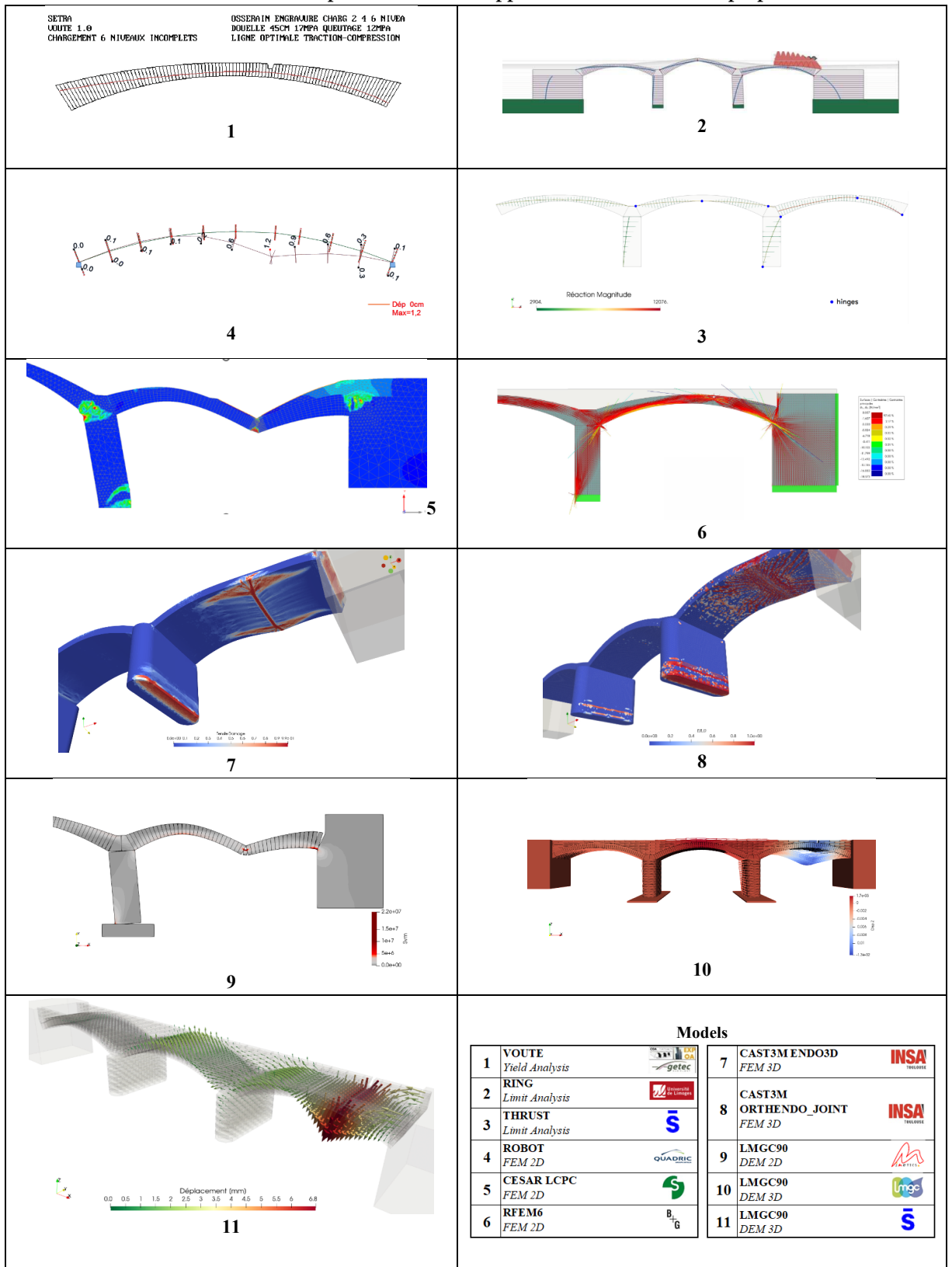
- **Recalage des modèles**

Par recalage, il s'agit ici de considérer, dans les modèles, des données relevées in situ, lors de la phase d'essai à proprement parler, comme le chargement précis de la structure; de corriger dans les modèles certaines données par des mesures faites sur l'ouvrage ou à la suite d'essais (vitesse du son, essais de caractérisation réalisés); ou de réenvisager certaines hypothèses faites lors de la première phase de modélisation à la lueur des mesures réalisées et de leur interprétation en termes de comportement physique (géométrie, conditions aux limites).

Sur les aspects chargements, il a été fait le choix de conserver une approche de chargement macroscopique, niveau par niveau, en ne tenant pas compte d'un chargement bloc par bloc qui considérerait notamment la position exacte des blocs lors du chargement progressif de la structure. Sur les aspects matériaux, les essais de caractérisation menés suite à la démolition n'ont pas permis de caractériser des assemblages. De fait, si les essais ont permis d'identifier avec précision les caractéristiques des pierres (129 MPa de résistance en compression moyenne et 68 GPa de module d'élasticité), il n'en est rien pour les joints. Le comportement du matériau composite « maçonnerie » reste donc une inconnue dans les modèles appréciée au travers du module de Young homogénéisé dans la plupart des modèles ou d'autres paramètres utilisés pour appréhender la raideur de l'ouvrage, ainsi que de ses propriétés de résistance mécanique homogénéisée. A noter par ailleurs, que les modélisateurs ont pu être amenés à modéliser plus spécifiquement les comportements des différents éléments architecturaux de la structure (piles, culées, corps de voûte). Ces spécificités de modélisation sont versées dans les rapports de chaque partenaire. Enfin, sur les aspects liés à la gestion des conditions aux limites, le retraitement des mesures associé à la réinterprétation des carottages des sols au niveau de la pile P1 a permis de procéder à l'ajustement de la hauteur de la pile à considérer dans le modèle et des conditions à imposer au niveau de la fondation.

Le Tableau 2 présente des sorties issues des différents modèles.

TABLEAU 2. Résultats donnés par les différentes approches de modélisations proposées



- Comparaison entre modèles

La Figure 6 présente l'évolution des réactions horizontales (Rx) et verticales (Rz) des différents modèles, au niveau des naissances de V1 (côté pile P1 et culée C0) et au niveau de la base de la pile P1, pour des charges correspondant à 2 niveaux de blocs empilés sur V1 (1413 kN), 4 niveaux (2825 kN) et enfin 6 niveaux (3532 kN) ; les 2 derniers niveaux de blocs étant empilés sur la moitié de la zone de chargement uniquement. On s'intéresse ici uniquement à l'évolution des réactions induites par le chargement : les réactions dues au poids propre de l'ouvrage ont été soustraites. A noter que pour le modèle 2 (analyse à la rupture/RING), seules les réactions à la rupture sont tracées ; la charge à la rupture étant de 568 tonnes soit environ 8 niveaux de blocs.

Ces graphiques montrent que la charge appliquée sur V1 impacte principalement les poussées générées par V1 en tête de pile et au niveau de la culée. Peu d'efforts horizontaux sont transmis en pieds de pile (environ 2000 kN sous charge maximale contre 4000 kN au niveau des naissances). Quant à la surcharge verticale induite par le chargement, elle est essentiellement reprise par la culée. La pile est peu impactée (environ 1000 kN sous charge maximale contre 2500 kN au niveau de la culée).

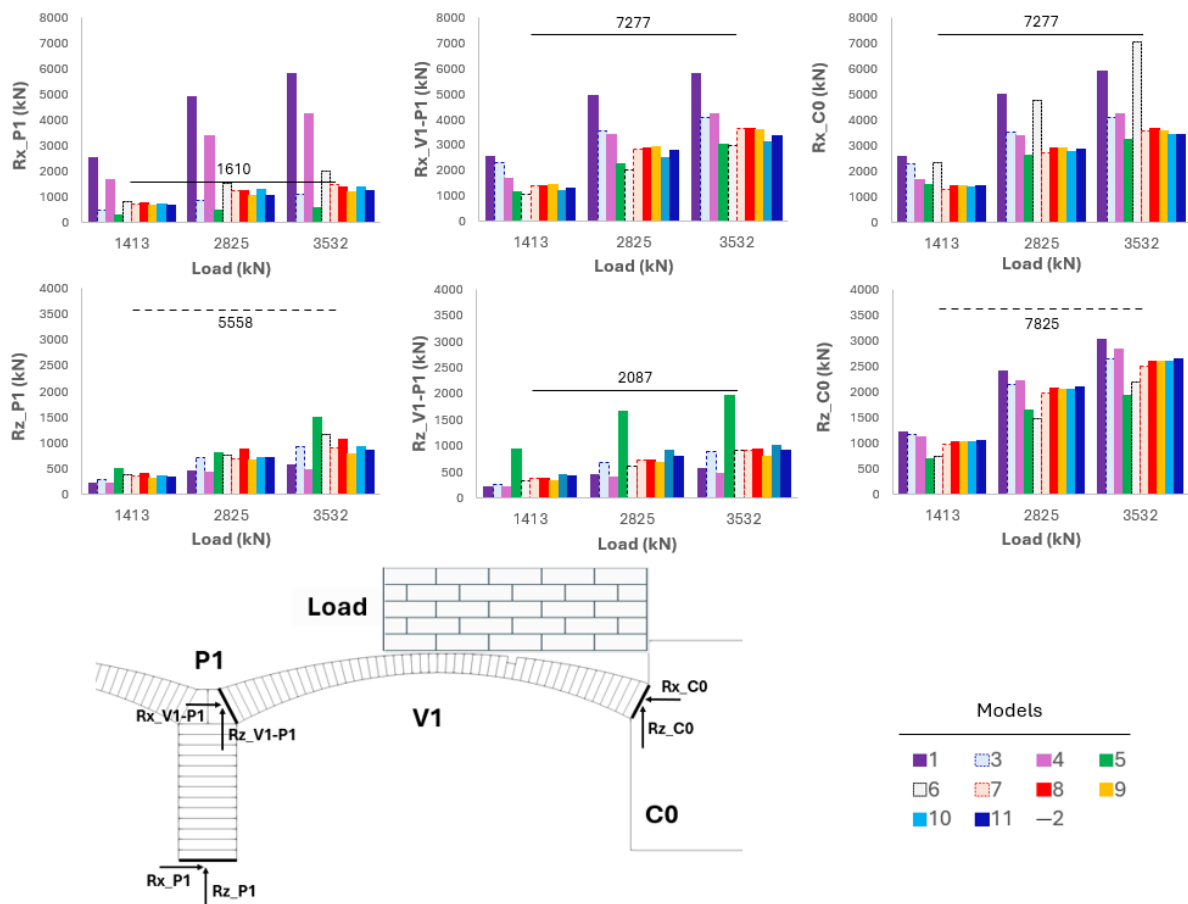


FIGURE 6. Comparaison des résultats numériques fournis par les modèles (phase de charge) : réactions au niveau des naissances de la voûte V1 et en pieds de pile P1

La comparaison montre ici les limites rencontrées par les solutions de calculs courantes (1, 4). Ces modèles ne prennent en compte qu'une partie géométrique de l'ouvrage (représentation mono-arche sans piles de l'ouvrage avec conditions d'encastrement). Si les résultats obtenus sont utilisés pour évaluer dans un second temps (à la main) la stabilité de la pile P1 (et par la même évaluer les efforts en tête et pieds de pile), ces efforts sont considérablement surestimés. En effet, cette évaluation s'appuie sur le calcul de la poussée de la voûte centrale V2 décaissée qui ne contrebalance que très faiblement celle de V1 chargée. Ce calcul n'est pas représentatif de la contre-butée réelle développée par la voûte centrale V2 et la voûte de rive opposée V3. C'est la limite intrinsèque de ces modèles à mono-voûte + calcul manuel. A noter que la nature du pont (ouvrage multi-arcs surbaissés) est particulièrement défavorable à l'exploitation de ce type de moyens de calculs.

Les résultats obtenus avec les modèles dits « avancés » sont assez proches à l'exception du modèle 5 pour lequel les transferts de charge au niveau de la pile P1 sont significativement plus importants.

- **Comparaison aux mesures**

Les réponses des modèles ont été confrontées aux données mesurées et notamment aux déplacements associés aux mesures topographiques et inclinométriques. La flèche de la voûte V1 et le déplacement horizontal de la tête de la pile P1 qui illustrent le comportement macroscopique du pont (affaissement de la voûte V1 sous chargement et basculement de la pile P1) font figure de déplacements de référence sur lesquels les modèles ont calibré leurs paramètres matériaux (module d'élasticité, paramètres non linéaires) (Figure 7).

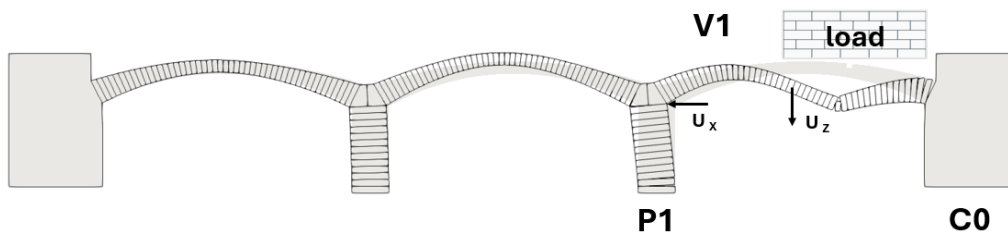


FIGURE 7. Points remarquables traduisant le comportement macroscopique du pont : déplacement vertical proche de la clé et horizontal proche de la tête de pile

La Figure 8 présente une comparaison du déplacement vertical mesuré sur le prisme situé à proximité de la clé de voûte de V1 et le déplacement horizontal donné par le prisme situé en haut de la pile P1 avec les valeurs de déplacements données par les modèles le permettant. La Figure 8 montre que le recalage des différents modèles permet globalement de reproduire le comportement non linéaire de l'ouvrage en ces points lors de la charge de l'ouvrage.

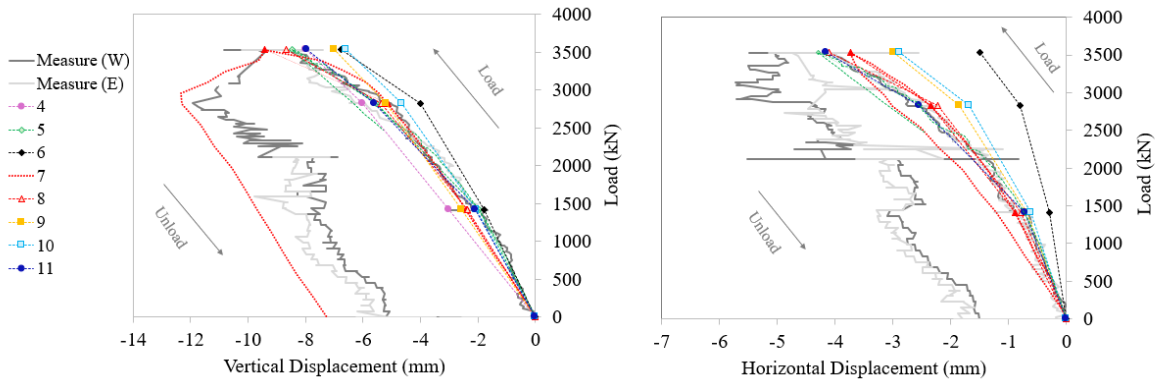


FIGURE 8. Comparaison entre les mesures réalisées sur le pont et résultats numériques fournis par les modèles (phase de charge) : déplacement vertical proche de la clé et horizontal proche de la tête de pile

Le travail de recalage effectué ici peut se faire sur un grand nombre de mesures, de nature différente, et réalisées sur la quasi-totalité de l'ouvrage. La difficulté de satisfaire à l'ensemble des mesures aussi bien pendant les phases de chargement que de déchargement est grande même pour les modèles les plus sophistiqués. On note que les écarts entre les mesures et les résultats numériques ont tendance à s'amplifier en s'éloignant des zones d'intérêt à proximité de la zone de charge où se concentrent les phénomènes de premier ordre. Si les comportements simulés s'approchent de ceux mesurés lors de la charge de l'ouvrage, les écarts sont significatifs à la décharge pour la plupart des modèles (non représentés Figure 8). Le modèle 7, plastique-endommageable, tend à se rapprocher de la réponse mesurée notamment en ce qui concerne le suivi du déplacement vertical de V1.

A noter que le principal paramètre de recalage utilisé ici s'apparente au choix du module d'élasticité de la maçonnerie. Les différents modèles nécessitent des choix de modèles spécifiques pour que les déplacements simulés soient proches des déplacements mesurés *in situ*. Les valeurs de ces modules varient de 5 à 20 MPa. Les modules mis en œuvre pour les modèles 3D sont moins importants que pour les modèles 2D. Ceci vient du fait que pour les modèles 3D, les bandeaux (plus épais que les voûtes et non sciés) et les murs tympan qui sont pris en compte dans la modélisation apportent une rigidité structurelle supplémentaire au pont, qui n'est pas prise en compte avec les modèles 2D.

La sophistication des modèles (modèle de comportement non linéaire, déformabilité des appuis, *etc.*), permettant d'introduire les différentes sources de non linéarité dans le comportement de l'ouvrage devient nécessaire pour disposer d'un modèle en mesure de reproduire fidèlement le comportement non linéaire de l'ouvrage tel que mesuré lors de la globalité de l'essai (charge / décharge). Les modèles les plus avancés permettent ainsi globalement de se rapprocher des comportements de structure mesurés *in situ* en captant le caractère non linéaire de la réponse de l'ouvrage. D'autres sources de non linéarités (fluage) pourront être introduites pour chercher à se rapprocher encore plus de la réponse de l'ouvrage, notamment au cours de la phase de décharge.

Si seuls les modèles « avancés » semblent réellement en mesure de reproduire le comportement non linéaire de l'ouvrage, reste à souligner que ces non linéarités apparaissent ici pour des niveaux de chargement exceptionnels (environ 90 kPa) qui vont bien au-delà des niveaux de chargement usuellement utilisés pour justifier ce type d'ouvrages (environ 10 kPa). A noter

néanmoins que ces non linéarités peuvent apparaître très rapidement pour d'autres types de chargements comme des déplacements d'appuis (tassement des piles ou perte de butée au droit des culées) ou être présentes initialement (endommagement initial, jeu).

IV. CONCLUSION

Le chantier démonstrateur du pont d'Osserain est exceptionnel à bien des égards : disposer d'un ouvrage réel à trois travées de 14 mètres d'une telle qualité qui puisse être utilisé pour des essais de chargement in situ à l'échelle 1 est rare sinon inédit en France ; proposer une instrumentation d'une telle richesse est peu courant ; faire d'un tel ouvrage un benchmark de calcul permettant de confronter objectivement une dizaine d'approches de modélisation utilisées par des BET et/ou universitaires entre eux et aux données expérimentales tirées des essais reste un exercice exceptionnel. Le chantier démonstrateur du pont d'Osserain est une expérience rare qui permet de s'interroger à la fois sur les moyens de mesures susceptibles d'être mis en œuvre pour suivre efficacement ce type d'ouvrage mais aussi sur la pertinence des approches de modélisations existantes qui cherchent à appréhender le comportement de ces structures. Le chantier démonstrateur a le mérite de redémontrer, une fois n'est pas coutume, la juste nécessité d'appréhender le comportement de ce type d'ouvrage à la fois par le prisme de la mesure d'une part et par celui du calcul d'autre part, pour approcher au plus près le comportement réel de ces ouvrages.

Du point de vue du benchmark numérique, les travaux sur le pont d'Osserain montrent essentiellement les limites des différentes approches à évaluer les comportements non linéaires des ouvrages en maçonnerie, et des progrès d'usages à développer pour ces outils. Si cela s'avère très imprécis avec les approches simplifiées, les approches dites avancées le permettent avec une certaine mesure. En revanche, la juste évaluation du comportement non linéaire de ces ouvrages passe par un travail difficile de calibration de ces modèles avancés et d'une expertise utilisateur ne pouvant se passer d'une confrontation à la mesure pour être crédibles. Ce travail ne peut être mené dans le cadre d'études classiques menées en BET (pour des raisons de coût et de délais) et relève aujourd'hui d'activités de recherche académique ou de projets emblématiques.

Se pose aujourd'hui la question de la juste sophistication des approches de modélisation afin de rendre compte du comportement réel des ouvrages en maçonnerie (comportement non linéaire) d'une part (tout en gardant à l'esprit que la sophistication à l'excès de la modélisation ne peut pas être une solution pérenne tout comme ne peut l'être le recours à des approches trop simples pénalisant ce mode constructif) et de la démocratisation de leur utilisation (devant s'accompagner d'un travail sur la calibration, la mise en œuvre, l'exploitabilité des modèles et la formation des utilisateurs) afin que ces approches deviennent des alternatives abordables et efficaces dans l'ingénierie et la justification de ce type d'ouvrages.

Les différentes approches mises en œuvre dans le benchmark montrent qu'il existe une palette d'outils permettant d'aborder l'évaluation des ouvrages avec des granulométries plus ou moins fines. L'utilisation d'une approche plutôt que d'une autre doit donc dépendre avant tout de l'objectif du calcul qui peut sensiblement changer que le calcul soit réalisé dans un programme d'évaluation, de réparation ou de modernisation. Plutôt que d'opposer ces approches, il faut miser sur leur complémentarité. Il est enfin primordial d'adapter leur utilisation et d'être en

mesure de changer d'approches, en cours d'étude, si l'approche considérée tend vers ses propres limitations.

CONTRIBUTIONS

- *Coordination* : G. Viossanges, S. Forcioli, A.-S. Colas
- *Pilotage* : D. Lunain (instrumentation), P. Taforel (modélisation)
- *Simulations* : GETEC (B. Malenfant), Expert OA (G. Viossanges), Conseil OA (B. Jacquier), Quadric (J. Christophe), Université de Limoges (S. Yotte), Bollinger & Grohmann (P.-M. Lhuillier, F. Cassiani-Infoni) , SETEC (O. Moreno Regan), Université de Montpellier (N. Tarifa, F. Dubois), MiMeTICS (D. Guérin, P. Taforel), STONO (M. Bagnéris, F. Cherblanc), INSA Toulouse (P. Morenon, J. Cinier)
- *Mesures* : Cerema (D. Lunain, J. Dumoulin), UBY (A. Chabert, A. Khadour (U.G.E), I. Lamarque), Geolithe (A. Guillemot), Ecole des Ponts (D. Garnier, J. Archez, S. Leonard)

REFERENCES

- J. Delbecq (1982), Les Ponts En Maçonnerie, Constitution et Stabilité. SETRA, Bagnaux, Fascicule 3 - Guide Pour L'utilisation Du Programme VOÛTE, 156 P. [1]
- SETRA, VOÛTE software documentation : <https://www.cerema.fr/fr/centre-ressources/boutique/ponts-maconnerie-constitution-stabilite> [2]
- M. Gilbert (2001), RING: A 2D Rigid-Block Analysis Program for Masonry Arch Bridges. In : Proceedings of the 3rd International Arch Bridges Conference, Arch01, Paris, 2001, P. 459-464. [3]
- RING/LIMIT STATE homepage : <https://www.limitstate.com/ring> [4]
- RING software documentation : <https://static1.squarespace.com/static/57558c5e3c44d8fcee7819d/t/67d2ba4bee04d164a83190c6/1741863520920/RINGMANUAL-4-1.PDF> [5]
- F. D'Henin, P. Stallivieri (1987), Calcul des voûtes en maçonnerie, Projet de fin d'Etudes INSA sous la direction de J.M. CHENOT et D. PAQUET - QUADRIC [6]
- P. Prioult, K. Hamdan (1988), Simulation des voûtes en maçonnerie - Projet de fin d'Etudes INSA sous la direction de J.M. CHENOT et D. PAQUET – QUADRIC [7]
- ROBOT/AUTODESK homepage : <https://www.autodesk.com/fr/products/robot-structural-analysis/overview> [8]
- O. Moreno Regan, E. Bourgeois, A.S. Colas, P. Chatellier, A. Desbordes, J.F. Douroux (2017), Application of a coupled homogenization-damage model to masonry tunnel vaults. *Computers and Geotechnics* 83, pp. 132-141 <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.10.024> [9]
- O. Moreno Regan, E. Bourgeois, E. and J.F. Douroux, J.F. (2022), On the Stability of Underground Masonry Vaults: The Case of the Mairie d'Ivry Station of the Paris Metro. *International Journal of Architectural Heritage*, 17(1), 190–211. <https://doi.org/10.1080/15583058.2022.2108354> [10]

CESAR/LCPC homepage : <https://www.cesar-lcpc.com/fr/> [11]

Lourenço, P. B. (1996). Computational strategies for masonry structures (Doctoral dissertation, Dissertation, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands). [12]

DLUBAL homepage : <https://www.dlubal.com/fr/support-et-formation/support/base-de-connaissance/001700> [13]

P. Morenon, A. Sellier, N. Domède, (2022), Computational performances optimization of a non-linear mechanical behaviour model for geomaterials. Academic Journal of Civil Engineering, 40(1), 207-21 [14]

Guenser, C. (2024). Évaluation structurale post-incendie des monuments en pierre. Application à la cathédrale Notre-Dame de Paris (Doctoral dissertation, Université de Toulouse). [15]

CAST3M/CEA homepage : CEA) : <https://www-cast3m.cea.fr/> [16]

P. Morenon, A. Sellier, E. Grimal, R. Tajetti, P. Kolmayer (2024), Modèle cohésif frottant anisotrope 3D pour le calcul homogénéisé des ouvrages maçonnés. Academic Journal of Civil Engineering, 42(1), 464-474. [17]

F. Dubois V. Acary, M. Jean (2018), The Contact Dynamics method: A nonsmooth story. C. R. Mécanique 346 247–262. Elsevier Masson. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2017.12.009> [18]

A. Boukham, V. Venzal, T. Parent, S. Morel, F. Dubois, B. Solbes, (2024), 3D hybrid modeling approach combining the finite and discrete element methods : Validation based on masonry shear wall tests. Int. J. Solids Struct. 289, 112638. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112638> [19]

LMGC90 homepage : <https://git-xen.lmgc.univ-montp2.fr/lmgc90> [20]

M. Bagneris, F. Cherblanc, Méthodologie d'analyse structurale des maçonneries anciennes par la méthode des éléments discrets – Application au cas de l'église abbatiale de Sénanque, Journées Nationales des Maçonneries, Jun 2021, Toulouse, France. hal-03255028 [32]