

Modélisation structurelle d'une voûte annulaire

Vincent Venzal ¹, Julien Peyrard ¹

¹ AIA Ingénierie

RESUME L'opportunité de réaliser un diagnostic structurel du fort de Socoa a permis d'étudier le comportement mécanique d'une voûte annulaire sous sollicitation sismique.

Loin des ouvrages d'art modernes, cette structure de conception militaire pose des questions fondamentales. Quelle stratégie de modélisation utiliser dans un contexte d'ingénierie ? Comment approcher l'appareillage d'un tel ouvrage à la stéréotomie et aux formes complexes ? Comment aborder la question du sismique dans un cadre réglementaire parfois inadapté aux ouvrages anciens ? Quels sont les modes de ruine attendus, et comment se comparent-ils à ceux de structures maçonnées classiques ? Quels sont les indicateurs et critères de stabilité à retenir ? Pour y répondre, nous proposons une méthodologie complète, alliant une génération paramétrique de la géométrie et une analyse structurelle par la méthode des éléments discrets. Cette étude révèle un comportement de ruine unique, hybride entre celui d'un dôme et d'un arc. Surtout, elle démontre une nouvelle fois la capacité des maçonneries à atteindre un nouvel état d'équilibre malgré la présence de fissurations, confirmant la résilience des structures en pierre. Cette étude propose ainsi une voie pour la justification structurelle des ouvrages maçonnés complexes soumis à des efforts sismiques.

Mots-clefs Maçonnerie, Méthode des éléments discrets (MED), Stéréotomie paramétrique, Modèle de zone cohésive frictionnelle, Vulnérabilité sismique

I. INTRODUCTION

Dans le cadre d'une mission de diagnostic et d'assistance à maîtrise d'ouvrage confiée au bureau d'étude AIA Ingénierie par la Communauté d'Agglomération Pays Basque, une étude structurelle a été menée sur le fort de Socoa, situé dans la commune de Ciboure (**FIGURE 1**). Cette mission avait pour objectif d'évaluer l'état sanitaire du fort et d'analyser la vulnérabilité sismique de la tour, édifice principal qui compose ce site.



FIGURE 1. Fort de Socoa

Le fort de Socoa a été construit au début du XVII^{ème} siècle pour servir des fins militaires. Bâti en pierre locale, il a fait l'objet de multiples modifications, notamment par les ingénieurs Vauban et Ferry, et a contribué à assurer la protection de la baie de Saint-Jean-de-Luz jusqu'au milieu du XIX^{ème} siècle. Emblème du patrimoine défensif maritime français, l'ouvrage est aujourd'hui inscrit au titre des Monuments Historiques mais reste fermé au public, faute de destination et d'entretien. Le diagnostic structurel effectué sur la tour principale a révélé quelques désordres mineurs en façades (fissurations superficielles, végétations...), mais l'état sanitaire de l'ouvrage reste bon, confortant l'hypothèse d'un surdimensionnement dû à son usage militaire.

La **FIGURE 2** détaille les principes structurels de l'ouvrage, renseigne ses dimensions principales, et indique les destinations historiques des différents niveaux. On peut voir que les planchers de la tour sont supportés, en plancher haut (PH) RDC et PH R+3, par deux voûtes annulaires en pierre. Ces typologies de voûtes, bien que relativement présentes dans le patrimoine bâti français, semblent avoir peu fait l'objet d'études dans la littérature scientifique (Lindez and Rodríguez, 2015). Cet article se concentre sur le comportement mécanique des deux voûtes annulaires, notamment dans un contexte sismique.

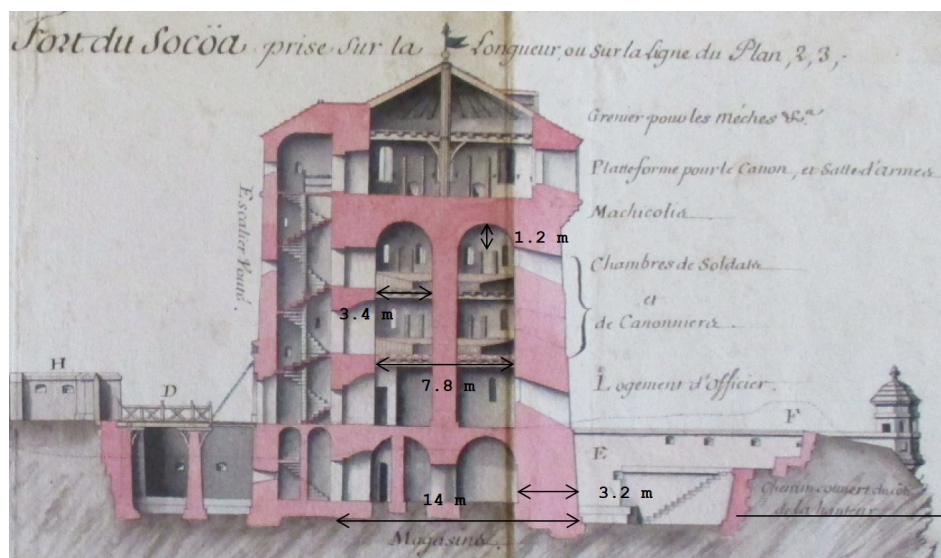


FIGURE 2. Coupe de la tour du fort de Socoa par l'ingénieur Ferry en 1698

II. MÉTHODOLOGIE

La description du comportement mécanique des ouvrages en maçonnerie se heurte encore aujourd'hui à plusieurs verrous scientifiques et techniques, en atteste la diversité des stratégies de modélisation présentes dans la littérature (D'Altri et al., 2020; Roca et al., 2010). Contrairement aux structures modernes, dont les matériaux et les modes de conception sont normés et bien caractérisés, les ouvrages patrimoniaux en pierre se distinguent par une grande hétérogénéité des constituants de la maçonnerie, des procédés constructifs empiriques et des géométries courbes. Les voûtes annulaires, qui sont à la fois maçonnées et de forme complexe, combinent ces difficultés.

On propose donc, en premier lieu, d'aborder la question de la description géométrique et stéréotomique de l'ouvrage en détaillant une modélisation paramétrique de la voûte. Une fois la géométrie définie, deux analyses structurales complémentaires sont menées.

Une première approche basée sur les travaux d'Heyman (Heyman, 1995) considère la voûte comme une membrane sous poids propre. Les résultats obtenus donnent un premier éclairage sur le comportement de l'ouvrage, mettant notamment en lumière les zones tendues, et offrent un élément de comparaison aux analyses numériques plus approfondies.

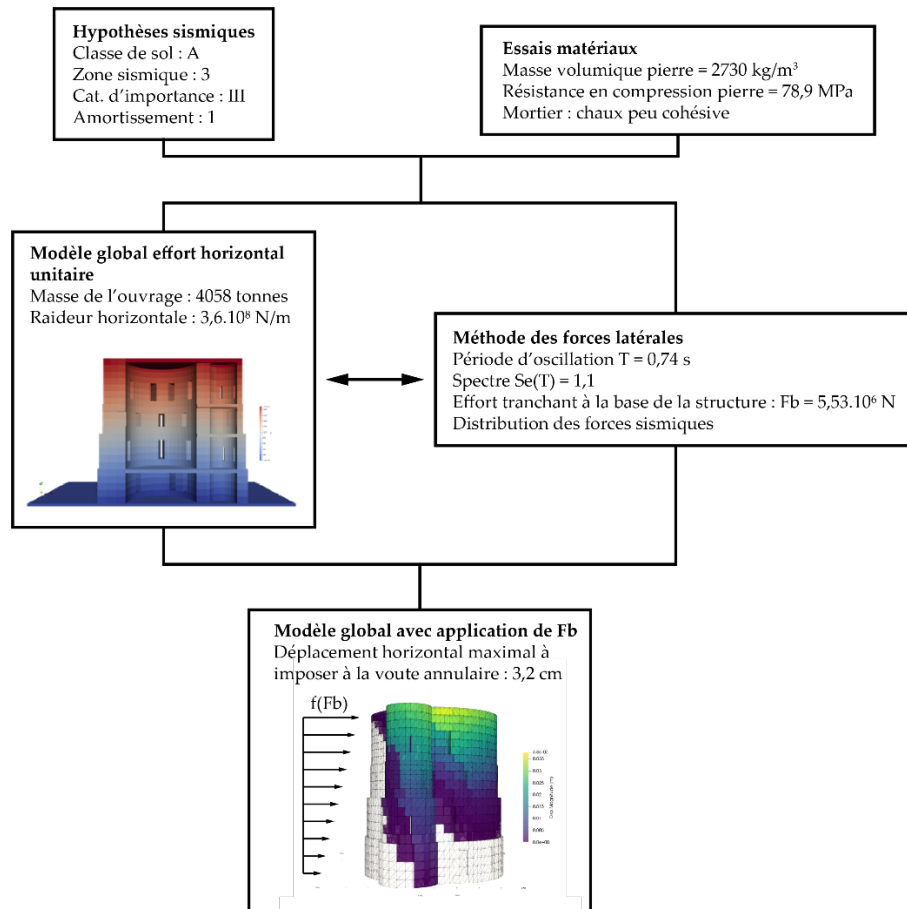


FIGURE 3. Logigramme présentant la démarche globale menant à l'étude de vulnérabilité sismique de la voûte annulaire

Une seconde approche, utilisant le code de calcul aux éléments discrets (ED) LMGC90 (Dubois et al., 2011), vise à caractériser la stabilité de l'ouvrage, les faciès de fissurations et la répartition des contraintes face à une sollicitation sismique. L'approche de la vulnérabilité sismique des voûtes annulaires est effectuée grâce à un modèle global de la tour. On soumet la tour à des efforts horizontaux statiques, représentatifs de l'action sismique et déterminés selon la méthode des forces latérales décrite dans l'Eurocode 8 (NF EN 1998-1, 2005). Cette première étape, non présentée dans le présent article, permet de quantifier le déplacement horizontal de la tour consécutif à l'effort sismique. Ce déplacement est ensuite imposé à la périphérie de la voûte annulaire étudiée. La

méthodologie globale résumant toutes les étapes menant à la justification structurelle de la voûte annulaire est présentée en **FIGURE 3**. Les étapes et calculs précédents sont considérées comme des hypothèses d'entrée.

Il est à noter que plusieurs études ont approché le comportement à la rupture d'ouvrages maçonnés face à des efforts sismiques, non pas en cherchant un équivalent en déplacement statique mais en sollicitant la structure par l'intermédiaire d'un sismogramme (Clementi et al., 2019; Ferrante et al., 2024). Ces méthodes, bien que plus représentatives des phénomènes dynamiques, sont coûteuses en temps de calcul et peuvent s'avérer complexes à justifier au regard de la réglementation actuelle.

III. GÉOMÉTRIE

La première étape consiste à définir la géométrie de la voûte annulaire afin de la reproduire numériquement. Cela passe d'abord par un scan 3D et des relevés dimensionnels de l'ouvrage (**FIGURE 4**). L'intrados est ensuite modélisé comme une surface de révolution générée par la rotation d'un arc autour d'un axe central. Le modèle est conçu sur Rhino-Grasshopper (McNeel and Associates, 2021) avec une approche paramétrique afin d'épouser au mieux la voûte existante.

La surface de révolution est paramétrée par l'équation suivante :

$$X(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) (R + r \cos(\varphi)) \\ \sin(\theta) (R + r \cos(\varphi)) \\ r \sin(\varphi) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Avec $[\theta, \varphi] \in [0, 2\pi] \times [0, \pi]$ dans le cas d'un arc plein cintre complet ; r le rayon de l'arc et R la distance du centre de l'arc à l'axe du pilier central ($R > r$).

Les paramètres sont déterminés à partir des plans et superposés au nuage de point de l'existant (**FIGURE 4**). On note X_θ et X_φ les premières dérivées partielles de X (Equation 1) générant le plan tangent à la surface. Pour cette paramétrisation spécifique, les dérivées partielles X_θ et X_φ sont en tout point tangentes aux parallèles et aux méridiens, qui sont les lignes de principale courbure d'une surface de révolution.

Pour la paramétrisation retenue, les rayons de courbure de la surface sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} r_1 &= -\frac{R + r \cos(\varphi)}{\cos(\varphi)} \\ r_2 &= -r \end{aligned} \quad (2)$$

On note ainsi l'inversion du signe de r_1 au sommet de l'arc, ce qui aura une conséquence lors de l'étude du signe des contraintes.

Une des difficultés lors de l'étude bloc à bloc des structures maçonnées est la représentation numérique de la stéréotomie de l'ouvrage. Étant donné l'irrégularité de l'appareillage existant et la complexité que représenterait l'identification exhaustive de chaque pierre, on propose une simplification basée sur des principes théoriques d'appareillage. L'Encyclopédie de d'Alembert et Diderot (d'Alembert and Diderot, 1751) renseigne pour une voûte annulaire :

“des voûtes cylindriques dont l'axe seroit courbé circulairement : les joints de lits des claveaux étant prolongés, doivent passer par l'axe, & les joints sont des portions de surfaces coniques. Les joints de tête

doivent être perpendiculaires à l'axe, & en liaison entre eux comme doivent l'être ceux de toute bonne espece de maçonnerie."

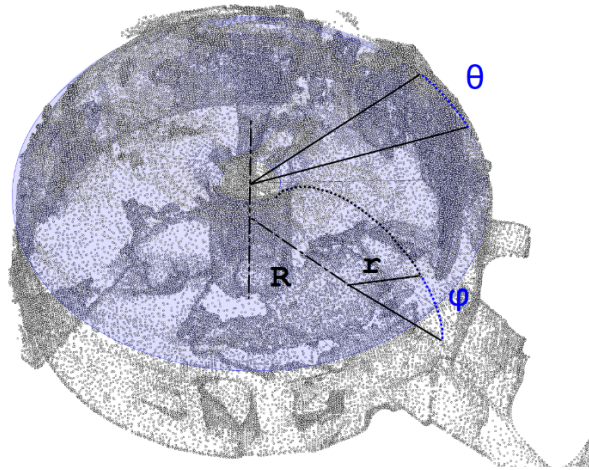


FIGURE 4. Superposition de la surface de révolution au nuage de point de l'intrados de la voûte annulaire

Ces principes d'appareillage s'observent sur de nombreuses voûtes existantes (Palais de Carlos V à Grenade (Líndez and Rodríguez, 2015)). Afin de mettre en place une approche paramétrique, on se base sur la théorie de Monge datant de la fin du XVIII^{ème} siècle où l'appareillage épouse les lignes de principale courbure d'une surface (Sakarovitch, 1998). Dans notre cas d'étude, cet appareillage conduit à un résultat conforme à celui proposé par d'Alembert et Diderot. On rappelle la qualité constructive de l'appareillage de Monge caractérisée par :

- l'orthogonalité des joints des voussoirs avec l'intrados et l'extrados ;
- l'orthogonalité des joints d'un même voussoir ;
- les surfaces de joints sont développables.

L'algorithmique d'appareillage prend comme paramètres d'entrée les dimensions objectif des blocs (longueur, largeur, hauteur = $60^l \times 30^l \times 30^h$ cm³). Ce choix résulte d'un compromis entre la taille des pierres existantes et le temps de calcul. Dans un premier temps, on définit les lits de pierre en divisant la surface le long des méridiens par la largeur des blocs puis en traçant les parallèles à chaque extrémité des segments obtenus (FIGURE 5.a). Les lits ainsi obtenus sont subdivisés par la longueur du bloc objectif (FIGURE 5.b). Enfin, les arrêtes des blocs sont projetées selon la normale afin de constituer la surface des joints de hauteur t (FIGURE 5.c). Chaque claveau est ensuite reconstitué en assemblant les surfaces des joints, de l'intrados et de l'extrados.

L'appareillage obtenu présente des zones où s'alignent certains joints, pouvant générer des points de faiblesse dans la maçonnerie (coups de sabre). Ces zones sont la conséquence du paramétrage de l'algorithme car plusieurs lits contigus possèdent un nombre de blocs avec un plus petit multiple commun. Cette problématique est écartée dans la modélisation ED en sélectionnant le quart de voûte étudié.

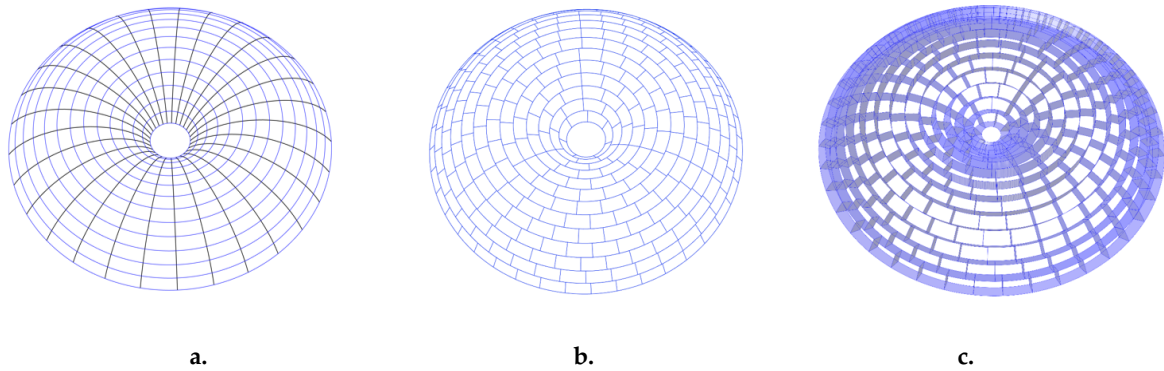


FIGURE 5. a. Génération de l'appareillage à partir des lignes de principales courbures. En bleu les parallèles tangents à X_θ et en noir les méridiens tangents à X_φ , b. Appareillage de l'intrados et c. Générations des joints

IV. ANALYSE STRUCTURELLE TYPE MEMBRANE

On propose ici d'analyser le comportement mécanique de la voûte en se basant sur les travaux de Heyman (Heyman, 1995), qui assimilent la maçonnerie à une membrane soumise à son poids propre.

On cherche ainsi à déterminer les contraintes internes qui s'exercent sur un élément infinitésimal de l'ouvrage, dans la direction des méridiens (notées σ_φ) et des parallèles (notées σ_θ). L'équilibre des forces pour les directions verticale et normale est à retrouver dans les équations 3 et 4 respectivement :

$$\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} \cos(\varphi) r_0 + \sigma_\varphi \sin(\varphi) (r \cos(\varphi) + r_0) + \frac{p r r_0}{t} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_\varphi}{r_2} + \frac{\sigma_\theta}{r_1} = \sin(\varphi) \frac{p}{t} \quad (4)$$

Avec $r_0 = R + r \cdot \cos(\varphi)$; p une charge constante équivalente au poids surfacique de la voûte ; t la hauteur des blocs et r_1 et r_2 (équation 2) les rayons de courbure de la surface.

Les **FIGURE 6.a** et **FIGURE 6.b** représentent les champs de contrainte issus d'un calcul élément fini type membrane sous poids propre. Dans la direction des méridiens, on voit que la maçonnerie est uniquement sollicitée en compression (en rouge), donc de signe constant. En revanche, dans la direction des parallèles, la maçonnerie est comprimée à proximité de l'appui central et subit un effort de traction (bleu), à mesure qu'on se rapproche de l'appui extérieur. Cette évolution, lisible analytiquement dans l'équation 4, est directement liée à la géométrie de la voûte et à l'inversion du signe de r_1 le long du méridien, tandis que les autres termes de l'équation restent de signe constant. Cette répartition des contraintes laisse présager des faciès de fissuration le long des méridiens (**FIGURE 6.c**), qui rappellent ceux mis en évidence par Heyman lors de l'étude du comportement mécanique d'un dôme.

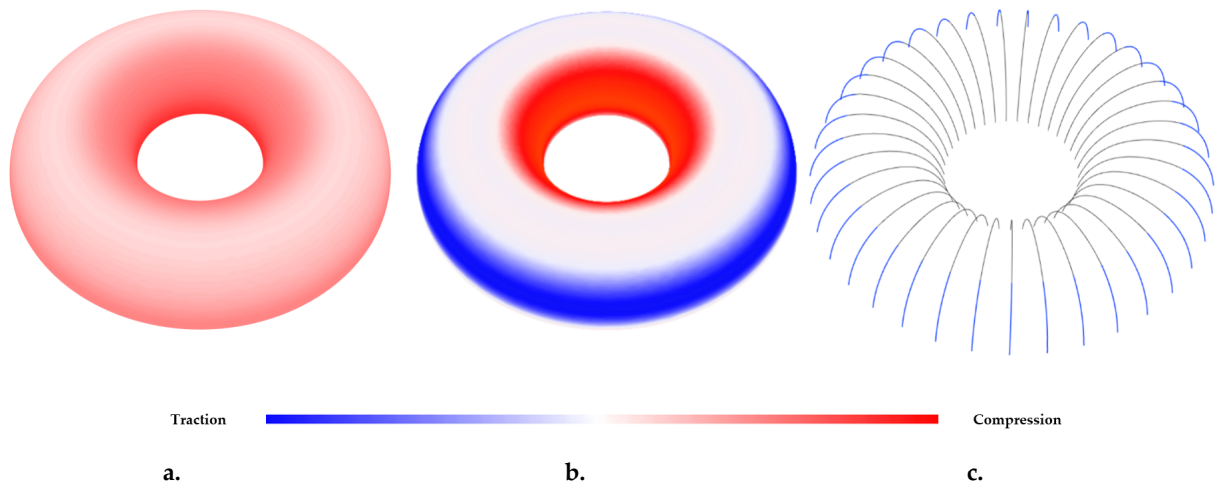


FIGURE 6. a. Contraintes σ_φ dans la direction des méridiens, b. Contraintes σ_θ dans la direction des parallèles et c. Hypothèses de fissuration le long des méridiens dans les zones tendues.

V. ANALYSE PAR LA METHODE DES ELEMENTS DISCRETS

L'approche membrane a permis d'esquisser la cinématique des voûtes sous poids propre. On s'intéresse maintenant à leur vulnérabilité sismique. Pour cela, il a été décidé de faire appel à une modélisation bloc à bloc basée sur la méthode des éléments discrets. Les modélisations ED sont particulièrement adaptées à la description du comportement mécanique d'ouvrages maçonnés en pierre car elles permettent de traduire nativement le caractère divisé de la maçonnerie, en modélisant un ensemble d'éléments rigides ou déformables en interaction. L'interface entre le mortier et la pierre joue le rôle de fusible et concentre ainsi l'endommagement du milieu par le biais d'un modèle de zone cohésive frictionnelle (Boukham et al., 2024; Venzal et al., 2020).

A. Hypothèses concernant les matériaux et les lois de comportement

Le modèle géométrique bloc à bloc est exporté vers le code de calcul où les blocs sont modélisés comme des solides élastiques isotropes non endommageables. Ces derniers, de par la stratégie de modélisation utilisée, constituent des blocs étendus, *i.e.* ils correspondent au volume du bloc auquel est ajoutée une demi-épaisseur de joint en périphérie. Cette approche, basée sur les travaux de Lourenço (Lourenço, 1996), permet de considérer la raideur du joint de mortier dans le bloc numérique. Par conséquent, le module d'élasticité du bloc sera égal au module d'élasticité homogénéisé de la maçonnerie proposé par l'Eurocode 6 (EC 6) (NF EN 1996-1-1, 2022). Les paramètres des blocs étendus sont résumés dans le **TABLEAU 1**.

Le comportement des joints est décrit par un modèle de zone cohésive frictionnelle (FCZM). Cette loi d'interface décrit à la fois la mixité des modes purs I et II en cas de sollicitation combinée de traction et cisaillement mais également le couplage cohésif-frictionnel lors d'une sollicitation de compression-cisaillement (Venzal et al., 2020). Afin de renseigner les paramètres nécessaires à la modélisation des blocs et des interfaces, les résultats issus des sondages ont été traduits pour les

rendre compatibles avec les hypothèses de modélisations. En effet, malgré le bon état général des joints de mortier, des essais au spectromètre ICP ont montré la présence d'une chaux faiblement cohésive du fait de l'ancienneté de l'ouvrage. C'est pourquoi, à l'image des travaux présentés par Venzal (Venzal, 2020), une dégradation initiale de l'interface d'environ 60 % par rapport à un mortier de chaux traditionnel réalisé en laboratoire a été prise en compte.

TABLEAU 1. Propriétés des pierres et de la maçonnerie retenues

Désignation	Symbole	Valeur	Commentaire
Résistance en compression des pierres	f_b	78,9 MPa	Conformément à l'EC 6, une valeur de 75 MPa a été retenue
Résistance en compression du mortier	f_m	10 MPa	Selon le DTU 20.1 (NF DTU 20.1 P3, 2020)
Résistance admissible en compression de la maçonnerie	f_d	6,6 MPa	Selon EC 6 : $f_d = \frac{0,45 \times f_b^{0,7} \times f_m^{0,3}}{2,8}$
Module d'élasticité de la maçonnerie	E_m	18,4 GPa	Selon EC 6 : $E_m = 1000 \times 0,45 \times f_b^{0,7} \times f_m^{0,3}$

L'ensemble des paramètres de la FCZM étant pilotés par la variable d'endommagement (notée d), une dégradation initiale permet de réduire de manière homogène les propriétés cohésives de la loi en traction (Mode I) et en cisaillement (Mode II). Les propriétés cohésives et frictionnelles de la loi FCZM pré-endommagée sont détaillées dans le **TABLEAU 2** (Venzal, 2020).

TABLEAU 2. Propriétés de la loi FCZM pré-endommagée

Comportement	Paramètre	Symbole	Valeur
Mode I	Raideur initiale	K_I	$6,0 \times 10^7$ Pa/m
	Contrainte maximale	σ_I	0,007 MPa
	Energie cohésive	G_{fI}	0,84 J/m ²
Mode II	Raideur initiale	K_{II}	$1,4 \times 10^8$ Pa/m
	Contrainte maximale	σ_{II}	0,11 MPa
	Energie cohésive	G_{fII}	116,7 J/m ²
Frottement	Coefficient de frottement	μ	0,81
	Puissance pilotant la contrainte frictionnelle	p	10,8

B. Efforts appliqués et conditions aux limites

Comme évoqué précédemment, la voûte annulaire s'appuie sur le mur périphérique de la tour principale et, en son centre, sur une colonne en pierre. Afin d'isoler le comportement mécanique de la voûte, les appuis sont considérés rigides. La voûte comprenant deux plans de symétrie, l'étude numérique est réalisée sur un quart de voûte. Pour cela, les déplacements des faces latérales du quart de voûte sont bloqués dans leur direction normale. Les conditions de blocage, illustrées en **FIGURE 7**, sont appliquées au quart de voûte modélisé.

Ce choix de modélisation simplifié, notamment dans la définition des conditions de symétrie, résulte d'une volonté de réduire le temps de calcul tout en s'assurant d'être dans un cas défavorable. Ce dernier point est essentiel dans une démarche d'ingénierie.

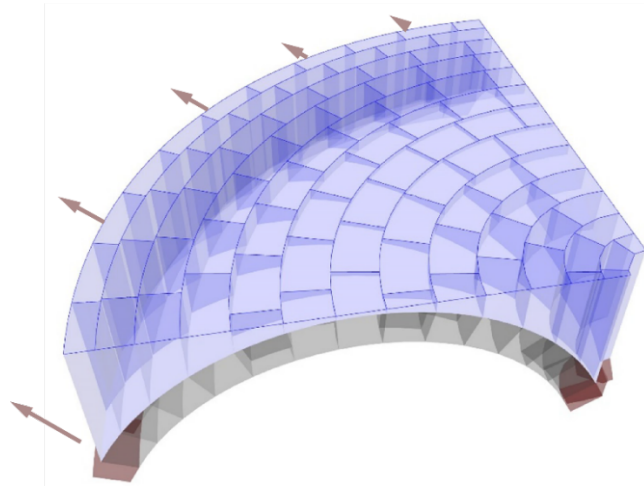


FIGURE 7. Représentation des efforts et des conditions aux limites de la voûte : effort vertical (en bleu) comprenant le poids du remblai, du dallage pierre et de la charge d'exploitation ; conditions de symétrie (en gris) et appuis rigides (en rouge)

La voûte annulaire est soumise à plusieurs chargements permanents dus à la structure de l'ouvrage. A savoir, un remblai supposé humide (masse volumique prise égale à 1800 kg/m^3) ainsi qu'un dallage en pierre de 10 cm d'épaisseur (masse volumique de la pierre égale à 2700 kg/m^3). De plus, cette étude s'inscrivant dans une démarche de restructuration globale de l'ouvrage, une charge d'exploitation de 400 kg/m^2 est considérée. La combinaison d'efforts est ensuite appliquée à l'extrados de chaque bloc étendu (FIGURE 7). On notera que le remblai n'étant pas d'épaisseur constante, le chargement n'est pas uniforme. Enfin, comme indiqué précédemment, afin de simuler l'effort sismique appliqué à la voûte annulaire, un déplacement dans le plan de 3,2 cm est imposé à la périphérie de la voûte (valeur issue du modèle globale). On se place dans un cas défavorable, en considérant des périodes d'oscillations différentes entre le mur d'enceinte de la tour et la colonne centrale supportant pour partie la voûte. La colonne est donc considérée fixe tandis que la périphérie subit la totalité du déplacement dans le plan. L'appui de voûte au droit de la colonne centrale est donc bloqué en déplacement. En considérant le déplacement de la tour selon un même axe, son oscillation peut conduire à rapprocher le mur d'enceinte de la colonne centrale ou bien à l'en écarter. Seuls les résultats de la voûte annulaire avec un déplacement tendant à écarter la périphérie de la colonne centrale sont présentés dans la suite de cet article. En effet, cette configuration est plus commune et permet de mieux appréhender les différents mécanismes de ruine.

C. Résultats de l'étude structurelle aux éléments discrets

Afin d'observer l'évolution de la structure, le déplacement de la périphérie de la voûte est imposé de manière progressive. La FIGURE 8 présente, à différentes étapes du calcul, le champ d'endommagement des interfaces cohésives. Cette représentation permet d'identifier l'initiation et la propagation des fissures le long des joints, dévoilant ainsi la cinématique de ruine. On constate dans un premier temps (FIGURE 8.a) que les premières fissures se développent le long des méridiens, dans les zones tendues. Ce premier résultat conforte donc l'analyse type membrane présentée précédemment. Lorsque le déplacement imposé augmente (FIGURE 8.b), une première

fissure le long de la parallèle au droit de la clé s'observe en intrados de voûte. Ce phénomène bien connu d'ouverture à la clé s'observe couramment lors de l'étude d'un arc. Enfin, les **FIGURE 8.c** et **FIGURE 8.d** montrent l'ouverture des reins de la voûte à l'extrados, là aussi symptomatique de la ruine d'un arc, et des fissures supplémentaires le long des méridiens. Cette hybridation des cinématiques de rupture, mêlant le comportement d'un dôme et celui d'un arc, constitue une des particularités des voûtes annulaires.

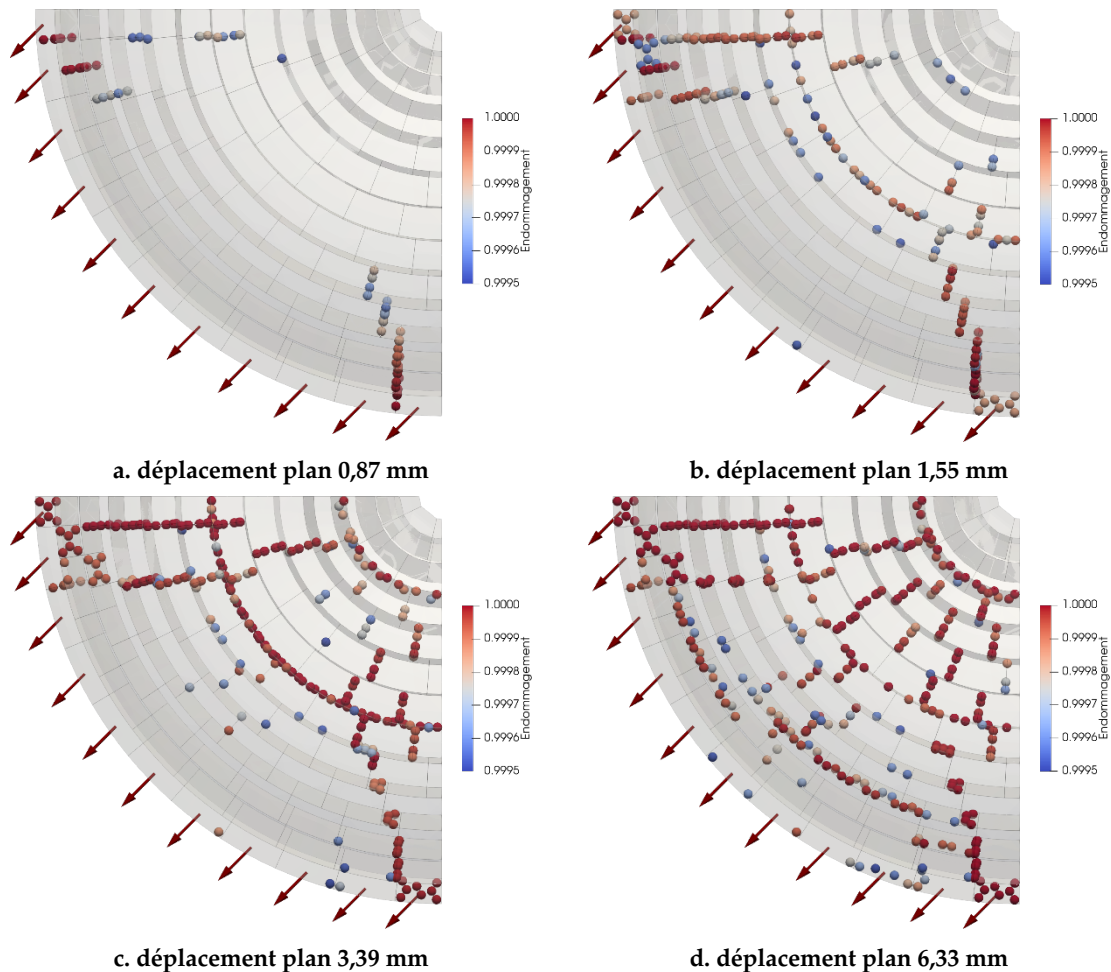


FIGURE 8. Evolution de l'endommagement des interfaces cohésives au cours de l'étude numérique

L'état final de la voûte est présenté en **FIGURE 9.a** et permet de visualiser l'état déformé, montrant à la fois les fissures le long des méridiens et celles le long des parallèles.

Afin de confirmer la capacité de la voûte à reprendre les charges verticales appliquées malgré le déplacement horizontal imposé en périphérie, on étudie ensuite le champ de contrainte principale minimale (notée σ_3) dans la maçonnerie (**FIGURE 9.b**). La voûte subit une contrainte de compression moyenne de 0,22 MPa et une contrainte de compression maximale de 4,72 MPa de manière très localisée aux extrémités de certains blocs. Ces valeurs restent largement inférieures à la résistance en compression définie par l'EC 6, à savoir 6,6 MPa (**TABLEAU 1**). De plus, malgré la présence de

désordres significatifs, la voûte présente un nouvel état d'équilibre stable, démontrant la capacité des maçonneries à créer de nombreuses rotules tout en conservant une bonne capacité portante.

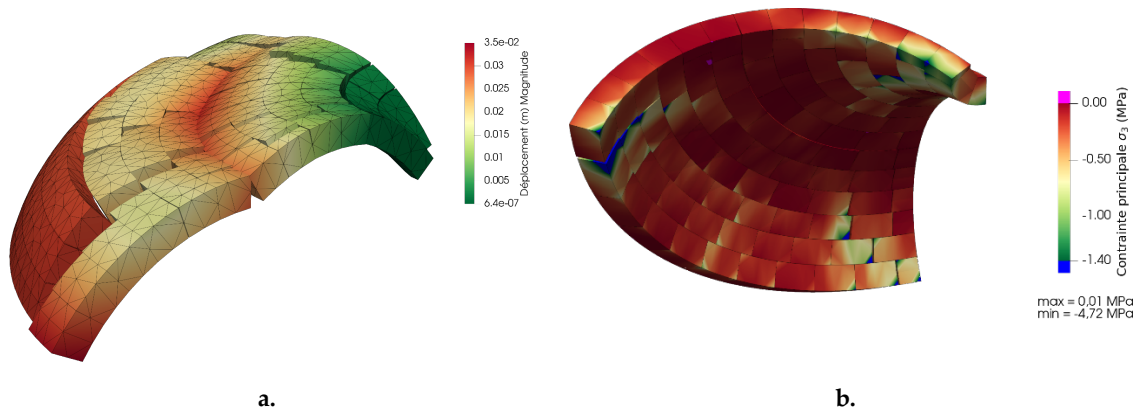


FIGURE 9. Résultats de la modélisation numérique : a. Champ des déplacements de la voûte annulaire une fois la totalité du déplacement imposé appliqué (déformations amplifiées 15 fois) et b. Champ de contrainte principale minimale (notée σ_3) dans la voûte annulaire

VI. CONCLUSION

Cet article propose une méthodologie complète pour aborder la justification structurelle d'un ouvrage en maçonnerie à géométrie complexe sous sollicitations sismiques. Pour fiabiliser son résultat, cette méthodologie combine analyse structurelle globale, caractérisation des matériaux, approche réglementaire, calculs analytiques et modélisations poussées. La recherche d'un déplacement statique reflétant l'action dynamique d'un séisme, modélisé par la méthode des forces latérales de l'Eurocode 8, permet de conserver une approche sécuritaire et rattachée au cadre normatif, tout en allégeant les démarches calculatoires.

L'article présente également une stratégie de génération paramétrique de la stéréotomie d'une voûte annulaire basée sur un algorithme de pavage. Bien qu'idéalisée, la géométrie ainsi obtenue respecte les principes d'appareillage des voûtes annulaires existantes. De plus, l'approche paramétrique offre une flexibilité de modélisation permettant de fiabiliser la géométrie sur un relevé numérique, tout en s'inscrivant dans les contraintes calendaires d'une mission en bureau d'études.

Les modélisations bloc à bloc ont permis de mettre en évidence le comportement singulier des voûtes annulaires qui s'apparente à la fois à celui d'un dôme et à celui d'un arc. En effet, après le développement de fissures le long des méridiens, symptomatiques de l'endommagement constaté dans les dômes, les joints s'ouvrent à l'intrados à proximité immédiate de la clé et à l'extrados des reins, traduisant la cinématique de ruine caractéristique des arcs.

La question de la vulnérabilité sismiques des ouvrages anciens, conçus et bâtis avec des règles parfois éloignés de la réglementation actuelle, reste un sujet d'étude à approfondir autant pour la conservation du patrimoine architectural que pour le défi de la réhabilitation.

REFERENCES

- Boukham, A., Venzal, V., Parent, T., Morel, S., Dubois, F., Solbes, B., 2024. 3D hybrid modeling approach combining the finite and discrete element methods: Validation based on masonry shear wall tests. *Int. J. Solids Struct.* 289, 112638. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2023.112638>
- Clementi, F., Milani, G., Gazzani, V., Poiani, M., Lenci, S., 2019. Damage assessment by the non-smooth contact dynamics method of the iconic crumbling of the clock tower in Amatrice after the 2016 Central Italy seismic sequence. Presented at the CENTRAL EUROPEAN SYMPOSIUM ON THERMOPHYSICS 2019 (CEST), Banska Bystrica, Slovakia, p. 420005. <https://doi.org/10.1063/1.5114432>
- d'Alembert, J.L.R., Diderot, D., 1751. *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. Pergamon Press.
- D'Altri, A.M., Sarhosis, V., Milani, G., Rots, J., Cattari, S., Lagomarsino, S., Sacco, E., Tralli, A., Castellazzi, G., De Miranda, S., 2020. Modeling Strategies for the Computational Analysis of Unreinforced Masonry Structures: Review and Classification. *Arch. Comput. Methods Eng.* 27, 1153–1185. <https://doi.org/10.1007/s11831-019-09351-x>
- Dubois, F., Jean, M., Renouf, M., Mozul, R., Martin, A., Bagneris, M., 2011. Lmgc90, in: 10e Colloque National En Calcul Des Structures. p. Clé-USB.
- Ferrante, A., Dubois, F., Morenon, P., 2024. Comparison of Continuous and Discrete Modeling Strategies for the Structural Assessment of a Masonry Vault Under Dynamic Seismic Loading. *Int. J. Archit. Herit.* 18, 1873–1885. <https://doi.org/10.1080/15583058.2024.2377297>
- Heyman, J., 1995. *The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge University Press, Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107050310>
- Líndez, B., Rodríguez, M., 2015. La bóveda anular del Palacio de Carlos V en Granada. *Hipótesis constructiva. Inf. Constr.* 67, e125. <https://doi.org/10.3989/ic.15.004>
- Lourenço, P.B., 1996. *Computational strategies for masonry structures*. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands.
- McNeel, R., Associates, 2021. *Grasshopper – algorithmic modeling for Rhino*.
- NF DTU 20.1 P3, 2020. *Ouvrages en maçonnerie de petits éléments. Parois et murs Partie 3 : Dispositions constructives minimales*.
- NF EN 1996-1-1, 2022. *Eurocode 6 - Calcul des ouvrages en maçonnerie. Partie 1-1 : Règles générales pour ouvrages en maçonnerie armée et non armée*.
- NF EN 1998-1, 2005. *Eurocode 8 - Calcul des structures pour leur résistance aux séismes. Partie 1 : règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments*.
- Roca, P., Cervera, M., Gariup, G., Pela', L., 2010. Structural Analysis of Masonry Historical Constructions. *Classical and Advanced Approaches. Arch. Comput. Methods Eng.* 17, 299–325. <https://doi.org/10.1007/s11831-010-9046-1>
- Sakarovitch, J., 1998. *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVIe-XIXe siècles*. Springer Sci. Bus. Media 21.
- Venzal, V., 2020. *Modélisation discrète du comportement mécanique des ouvrages maçonnés en pierre. Aspects expérimentaux - Analyse énergétique (phdthesis)*. Université de Bordeaux.
- Venzal, V., Morel, S., Parent, T., Dubois, F., 2020. Frictional cohesive zone model for quasi-brittle fracture: Mixed-mode and coupling between cohesive and frictional behaviors. *Int. J. Solids Struct.* 198, 17–30. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.04.023>