

Une approche d'ingénieur pour la justification de voûtes en maçonnerie existantes

O. Moreno Regan¹

¹ setec tpi

RÉSUMÉ Cet article propose une approche pour la vérification de l'état limite ultime d'une voûte en maçonnerie en cas de ruine due à la formation d'un mécanisme. L'approche est pensée comme vérification lorsque les calculs sont réalisés avec un modèle éléments finis non linéaire pour s'affranchir de la convergence du calcul comme seul critère de stabilité. L'hypothèse de départ est que la rupture se produit lorsque la rotation au niveau d'une des rotules dépasse une rotation maximale θ_{\max} . La détermination de cette rotation maximale est proposée ici sur la base d'une géométrie simplifiée de la fissure et de l'hypothèse d'une distribution des déformations et des contraintes dans la section transversale. Ensuite, le principe consiste à dire que si les résultats de la modélisation montrent que les rotations des rotules restent inférieures à θ_{\max} , la voûte est potentiellement stable et sa charge admissible. Pour valider l'approche proposée la formulation analytique est comparée aux résultats de mesures d'un chantier expérimental sur un pont en pierre. L'ordre de grandeur de θ_{\max} trouvé ici est d'environ 400 m°. Malgré la simplicité de l'approche, elle donne de bons résultats.

Mots-clés Maçonnerie, Voûte, Capacité de rotation, Rotule, Justification

I. INTRODUCTION

Les calculs de stabilité d'un tunnel en maçonnerie présentés dans Moreno Regan (2023) ont révélé que lors de modélisations éléments finis continus, les contraintes de compression maximales peuvent se montrer dépendantes de nombreux facteurs numériques, tels que la taille du maillage, la loi de comportement et la discrétisation de la charge. La vérification de la contrainte maximale de compression comme seul critère de stabilité pourrait se révéler insuffisante et imprécise. En revanche, l'étude a montré que les déplacements, et en particulier les rotations de la voûte, étaient moins dépendantes de la configuration numérique.

Dans cet esprit, il est proposé ici une méthodologie pour déterminer la déformation maximale admissible d'une voûte en maçonnerie, soit une rotation maximale avant la création d'un mécanisme. L'objectif étant de proposer un critère pratique pour vérifier la formation d'un mécanisme lors des analyses d'une voûte en maçonnerie comme un milieu continu équivalent en utilisant la méthode des éléments finis non linéaire.

Actuellement, il existe des modèles de calcul non linéaires de plus en plus sophistiqués pour l'évaluation de la stabilité d'ouvrages en maçonnerie, mais ils ne sont pas accompagnés d'un cadre réglementaire. Même si l'Eurocode 6, dans son édition 2022 §7.1(3), permet une analyse non linéaire pour calculer la réponse de la structure en maçonnerie, il n'indique guère la façon de

procéder avec la vérification ni surtout pas la façon de traiter une analyse non linéaire en utilisant simultanément la méthode des coefficients partiels.

Ce travail s'inspire de diverses approches existantes pour le béton. D'une part, sur la vérification au feu de tunnels du guide du CETU (2005), suivant un modèle complètement non linéaire (degré G3), dans lequel on vérifie la résistance de la structure par l'admissibilité des déformations mécaniques, soit une rotation maximale au droit de rotules en béton armé selon les règles de l'Eurocode 2 §5.6.3, voir aussi Carpinteri (2009). D'autre part, en prenant certains éléments de la définition d'une section fissurée en béton fibré, selon les dispositions du Model Code 2010, fib(2010).

II. ÉTATS LIMITES ULTIMES

Pour une voûte en maçonnerie la ruine peut arriver, au droit des rotules, soit par l'écrasement de la maçonnerie (atteinte de la résistance à la compression), soit par la formation d'un mécanisme (perte d'équilibre), voir par exemple Moreno Regan (2023). Les hypothèses de distribution de contraintes et déformations dans la section à l'état ultime pour chaque mode de ruine sont illustrées dans la Figure 1. Par la suite on ne s'intéresse qu'au cas de la Figure 1a).

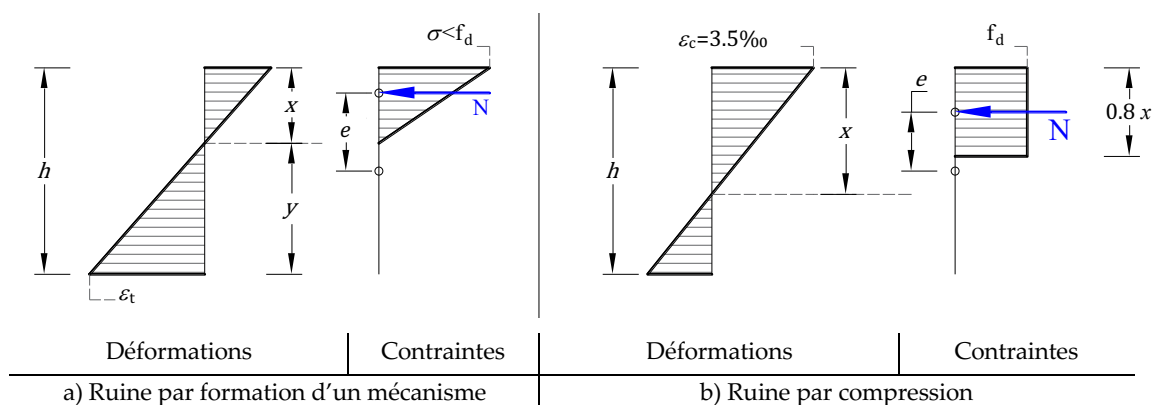


Figure 1. Hypothèses de distribution de déformations et contraintes dans la section au droit de la rotule pour différents états limites

III. CAPACITE DE ROTATION

Dans cette étude nous faisons l'hypothèse que l'état limite ultime d'une voûte en maçonnerie, occasionné par l'apparition d'un mécanisme, se produit lorsqu'au droit d'une des rotules la rotation excède une rotation maximale θ_{\max} . Nous proposons une méthodologie pour définir cette rotation maximale à partir de certaines définitions élémentaires au droit de la section où se produit la rotule.

Les hypothèses suivantes sont introduites : la voûte se comporte comme une poutre (pas de sollicitations biaxiales), la section se trouve en flexion composée et la répartition de déformations et contraintes à l'état ultime est celle de la Figure 1a.

L'approche proposée ici consiste à définir la rotation maximale θ_{\max} à partir de la géométrie simplifiée de la rotule à l'état ultime (Figure 2). Cette géométrie est définie par l'imposition d'une déformation maximale ε_t dans la fibre inférieure en traction de la section (comme illustré dans la

Figure 1a), à partir de laquelle on définit l'ouverture de fissure au droit de la rotule. Bien que des approches plus rigoureuses existent pour pouvoir déduire une ouverture de fissure w à partir d'une déformation provenant d'un modèle continu, voir par exemple Dufour (2008), il est proposé ici de la calculer comme :

$$w = l_{cs} \varepsilon_t \quad (1)$$

où l_{cs} est la longueur qui définit la taille de la zone non linéaire, aussi appelé longueur caractéristique, et décrit l'espacement minimal possible entre fissures s_j :

$$l_{cs} = \min\{s_j, y\} \quad (2)$$

Ces définitions sont décrites par Bazant (1989), entre autres, et sont les mêmes employées par le Model Code 2010 (eq. 5.6-8) pour le béton fibré. Dans un ouvrage en maçonnerie il est fort probable que la séparation entre fissures corresponde à la séparation entre joints de mortier, donc s_j est la séparation entre joints (Figure 2).

La quantité y représente la distance entre l'axe neutre et la fibre inférieure en traction de la section en supposant que la maçonnerie n'a pas de résistance à la traction (Figure 1a). La hauteur décomprimée est

$$y = h - x \quad (3)$$

avec x la hauteur comprimée, calculée à partir d'une distribution des contraintes à l'état limite ultime montré dans la Figure 1a, et qui dépend de l'excentricité $e = M/N$:

$$x = \frac{3}{2} h \left(1 - \frac{2e}{h}\right) \quad (4)$$

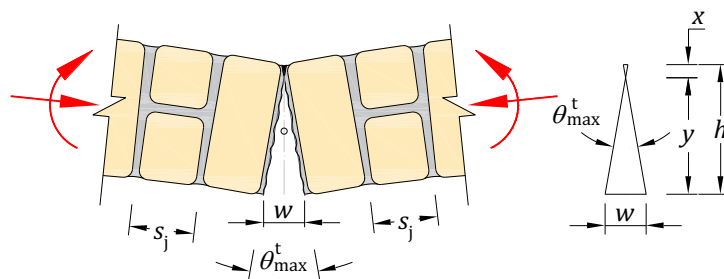


Figure 2 Géométrie de la rotule lors de la formation d'un mécanisme

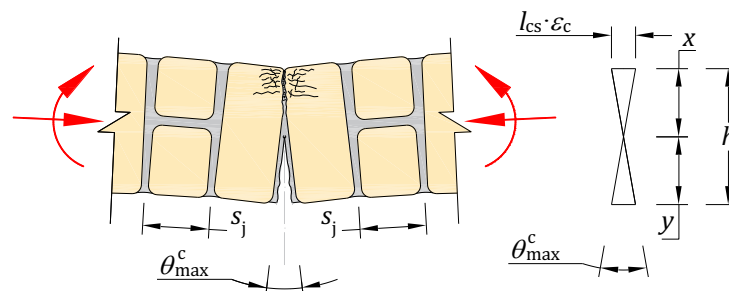


Figure 3 Géométrie de la rotule lors de l'atteinte de la résistance à la compression

Il convient cependant de borner l'ouverture de fissure à l'état limite ultime, w , à une valeur w_{ad} issue des normes ou des tests :

$$w_{max} = \min\{w, w_{ad}\} \quad (5)$$

Ayant défini tous les éléments nécessaires, il est possible maintenant de définir la rotation maximale comme il suit, en considérant la définition géométrique simplifiée de la rotule à l'état ultime, montrée dans la (Figure 2) :

$$\theta_{max}^t = 2 \operatorname{atan}\left(\frac{w_{max}}{2y}\right) \quad (6)$$

Bien que cette étude porte sur la formation d'un mécanisme et non sur la ruine par atteinte de la limite en compression, il devient tout de même nécessaire de définir une limite en compression pour la rotation en raison de la hauteur comprimée x/h qui sera autorisée. La rotation qui respecte ce critère est (voir Figure 3) :

$$\theta_{max}^c = 2 \operatorname{atan}\left(\frac{l_{cs} \varepsilon_c}{2x}\right) \quad (7)$$

où x est la hauteur comprimée, voir Figure 1a, et l_{cs} la longueur caractéristique définie précédemment. Enfin, la rotation maximale admissible en fonction de x/h est

$$\theta_{max} = \min\{\theta_{max}^t, \theta_{max}^c\} \quad (8)$$

On remarque donc que la rotation θ_{max} dépendra de la hauteur de la fissure y que l'on souhaite autoriser. Il est possible de tracer la rotation en fonction de la hauteur x/h , comme illustré dans la Figure 4a. La limite entre traction et compression étant visible dans le changement de pente des courbes, à gauche étant θ_{max}^t et à droite θ_{max}^c . On remarquera l'allure de courbes est similaire à celles de la Figure 5.6N de l'Eurocode 2 sur la rotation plastique admissible de sections en béton armée, mais en ayant des rotations plus petites : environ 300 m° vs 1000-1700 m°.

IV. VALIDATION DE L'APPROCHE PROPOSÉE

Afin de valider l'approche proposée, une comparaison expérimentale est réalisée. Dans le cadre du Projet National « Dolmen », le pont d'Osserrain, un pont en maçonnerie à 3 travées de 14 m de portée chaque une, a été chargé sous une charge exceptionnelle de 3532 kN, voir Figure 5. La voûte a été affaiblie avec un sciage de 30 cm pour augmenter les déformations. Le détail du chantier expérimental est présenté par ailleurs, voir les articles PN DOLMEN (2025a) et (2025b). Lors du chargement, des inclinomètres ont été installés de part et d'autre de la rotule principale (au droit du sciage), ce qui a permis de mesurer la rotation.

Un modèle numérique a été ensuite bâti et calé pour trouver des résultats semblables à l'expérience. Différentes lois de comportement non linéaires ont été employées dans une analyse par éléments finis, Figure 5b, pour calculer la charge maximale.

On calcule la rotation maximale avec l'eq. (6) et les données du Tableau 1. Pour ce cas nous avons une section de hauteur $h = 0.43$ m (après sciage) et une séparation de joints de mortier d'environ $s_j = 0.25$ m. On a :

$$\theta_{max}^t = 2 \operatorname{atan}\left(\frac{w_{max}}{2y}\right) = 2 \operatorname{atan}\left(\frac{\min\{0.25\text{m} \times 10\text{‰}, 3 \text{ mm}\}}{2(1 - 0.05) \times 0.43\text{m}}\right) = 351 \text{ m}^\circ$$

Tableau 1 Valeurs pour le calcul de θ_{\max}

Paramètre	Valeur	Commentaire
ε_c	3.5‰	Déformation ultime en compression proposée par l'Eurocode 6 §5.8.1
ε_t	10‰	Idéalement obtenu à partir des essais. Moreno Regan <i>et al.</i> (2018) ont obtenu pour de tests de traction directe sur des spécimens de mortier des valeurs entre 5 et 10‰. Les mesures par fibre optique sur le chantier expérimental du Pont d'Osserain PN DOLMEN (2025a et b) donnent environ 10‰, sans atteindre la rupture. Comme comparaison le Model Code 2010, fib (2010), donne 20‰ pour le béton fibré. Cette valeur doit être cohérente avec la valeur de l'énergie de fissuration en mode I.
x/h	0.05	Dans les modèles numériques il a été observé que l'on a entre 5% et 15% avant la perte de convergence. Il aurait également été possible de supposer que la ruine se produit quand $x/h \rightarrow 0$, mais cela modifie peu le résultat.
w_{ad}	3 mm	L'idée est de borner l'ouverture de fissure d'un point de vue réglementaire, néanmoins cette limite est inexistante aujourd'hui. Comme comparaison le Model Code 2010 donne 2.5 mm pour le béton fibré à l'ELU, 0.5 mm pour du béton non armé (avec $G_F = 100 \text{ Pa}\cdot\text{m}$ et $f_{ctm} = 1 \text{ MPa}$); l'Eurocode 2 Tab. 7.1N donne 0.4 mm pour le béton armé à l'ELS (pour la classe X0/XC1)

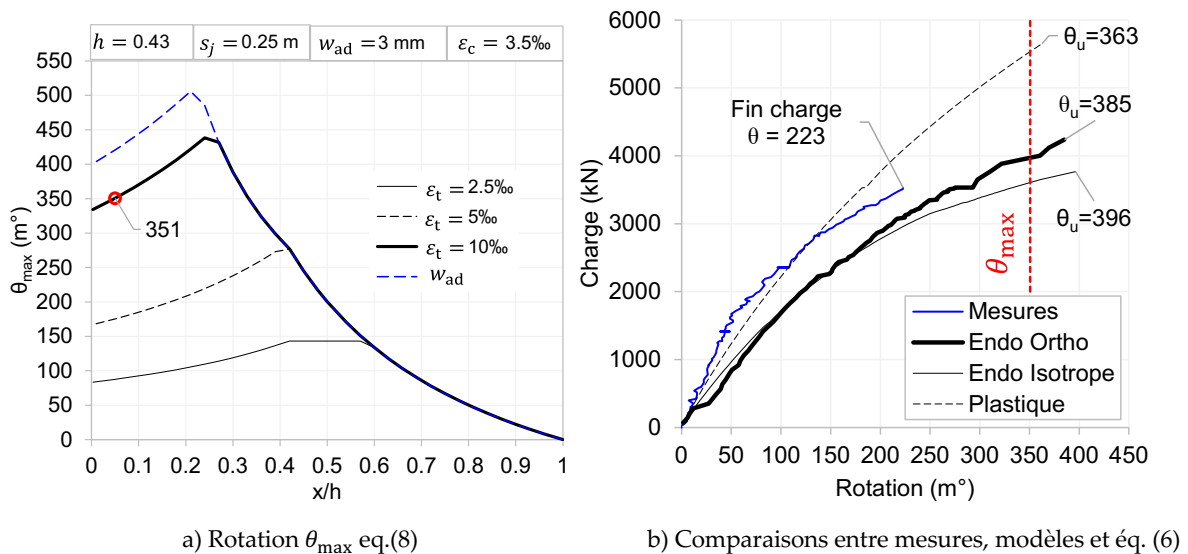


Figure 4 Rotation maximale

Dans les courbes montrées dans la Figure 4a) on observe θ_{\max} pour différentes valeurs de la hauteur comprimée x/h et de la déformation maximale en traction ε_t .

La courbe bleue de la Figure 4b) montre la mesure qui a été réalisée, dont la dernière valeur est de 223 m° (sans atteindre la rupture). Ensuite on présente les courbes pour différents modèles numériques non linéaires et la valeur obtenue avant la perte de convergence, on observe qu'en général celle-ci est proche de 400 m° . Avec l'approche proposé ici, la rotation maximale est de 351 m° . Il est possible de voir donc que la formule analytique produit une valeur réaliste (au-dessus de la valeur maximale mesurée sans rupture) et sécuritaire (en dessous de valeur numérique).

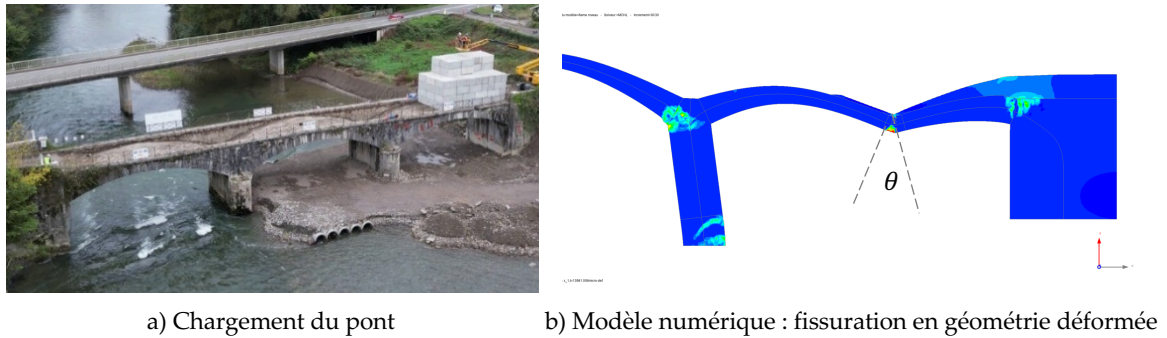


Figure 5 Chargement et déformée du Pont d'Osserain

V. PRISE EN COMPTE DE COEFFICIENTS PARTIELS

Le calcul présenté précédemment ne tient pas compte de l'incertitude généralement quantifiée par des coefficients partiels dans la justification. La valeur de θ_{\max} proposée dans l'équation (8) peut être considérée comme la résistance caractéristique, c'est-à-dire

$$\theta_k = \theta_{\max} \quad (9)$$

Maintenant, en intégrant les coefficients partiels pour la vérification de l'état limite ultime, conformément à la philosophie des Eurocodes, la vérification de la capacité de rotation est

$$\theta_{Ed} = \gamma_F \theta_{FEM} \leq \theta_d = \frac{\theta_k}{\gamma_M} \quad (10)$$

où

θ_{FEM} est la rotation trouvée par le modèle éléments finis non linéaire

γ_M est le coefficient partiel matériaux. Selon l'Eurocode 6 pour la maçonnerie, ce coefficient vaut entre 2.0 et 3.3, mais pour les structures existantes il n'y a pas de valeur réglementaire.

γ_F est le coefficient partiel appliquée à l'effet de l'action, voir Moreno Regan (2025)

Prenons maintenant l'étude du cas présentée à la section IV. Supposons que nous voulons vérifier si la charge de 3532 kN est admissible.

En considérant $\gamma_M = 2$, nous avons (voir Figure 4a) :

$$\theta_d = \frac{351 \text{ m}^\circ}{2} = 175.5 \text{ m}^\circ \quad \text{et} \quad \theta_{Ed} = 1.35 \times 275.10 \text{ m}^\circ = 371.25 \text{ m}^\circ$$

On trouve que $\theta_{Ed} > \theta_{Rd}$, cette charge ne serait donc pas admissible, d'un point de vue semi-probabiliste réglementaire. Le choix de γ_M aura, évidemment, un grand impact dans cette vérification.

VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cet article présente une approche permettant d'estimer une limite de rotation des rotules, lorsqu'on vérifie la formation d'un mécanisme dans une voûte en maçonnerie. L'approche est pensée comme vérification lorsque les calculs sont réalisés avec un modèle éléments finis non linéaire. Cette façon de procéder permet de s'affranchir de la convergence du modèle numérique comme seul critère de stabilité.

Le principe est que si les résultats de la modélisation montrent une rotation inférieure à θ_d , il n'y aura pas la formation d'un mécanisme d'instabilité. Plus généralement, la voûte sera potentiellement stable si ces deux conditions sont satisfaites :

$$\theta_{Ed} \leq \theta_d$$

$$\sigma_{Ed} \leq f_d$$

La première condition concerne donc la formation d'un mécanisme, et la deuxième concerne la vérification de la ruine par atteinte de la résistance à la compression. Cette dernière n'est pas développée dans cet article, voir Moreno Regan & Fatoumbi (2025).

L'ordre de grandeur de rotations trouvées dans cette étude est de 400 m°. Malgré la simplicité de l'approche proposée, elle a montré des résultats satisfaisants. Des validations complémentaires peuvent être menées en comparant aux résultats du calcul à la rupture, ainsi qu'aux résultats d'une approche énergétique : l'énergie qui peut être dissipée par le mécanisme est supérieure à l'énergie dissipée par les forces extérieures.

RÉFÉRENCES

Bazant, Z. & Pijaudier-Cabot, G. (1989). Measurement of Characteristic Length of Nonlocal Continuum. *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 115 N°4.

Carpinteri, A., Corrado, M., Mancini, G. and Paggi, M. (2009). Size-Scale Effects on Plastic Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams. *ACI Structural Journal*. Nov.-Dec. 2009.

CETU (2005). *Comportement au feu des tunnels routiers*. Guide méthodologique

fib (2010). Bulletin 55. *Model Code for Concrete Structures 2010*.

Dufour, F., Pijaudier-Cabot, G., Choinska, M., Huerta, A. (2008) Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models. *8th. World Congress on Computational Mechanics (WCCM8)*, 2008, Venise, Italy. pp.375-388.

Moreno Regan, O. (2023). Contributions of numerical modelling to the stability analysis of old masonry tunnels. In: *Int. Conf. in Struct. Analysis of Historical Constructions*, Kyoto, Japan 2023.

Moreno Regan, O. et al. (2018). Experimental characterization of the constitutive materials composing an old masonry vaulted tunnel. *Int. Journal of Arch. Heritage* 12(2), pp. 195-215

Moreno Regan, O. & Fatoumbi, N. (2025). Stability verification of an existing old masonry tunnel during nearby civil engineering works. In: Johansson, F., Ansell, A., Jo-hansson, D., Funehag, J., & Norrman, J. (Eds.). (2025). *Tunnelling into a Sustainable Future – Methods and Technologies:*

Proceedings of the ITA-AITES World Tunnel Congress 2025 (WTC 2025), 9-15 May 2025, Stockholm, Sweden (1st ed.). CRC Press.

PN DOLMEN (2025a). Mesures et modèles : un attelage nécessaire pour prédire le comportement des ouvrages. *Journées Nationales de la Maçonnerie*. Université de Bordeaux, 12-13 juin 2025.

PN DOLMEN (2025b). Chantier démonstrateur du pont d'Osserain : instrumentation du pont d'Osserain et description de son fonctionnement par le spectre de la mesure. *Journées Nationales de la Maçonnerie*. Université de Bordeaux, 12-13 juin 2025.