
Calcul de la fissuration (espacement, ouverture) des poutres : deux propositions issues du PN CEOS.fr.

Jacques Cortade¹, pour le projet CEOS.fr

¹ Consultant, Président honoraire de la Commission BNTRA CN EC2, 7, chemin des Princes, F-78590 Noisy le Roi (jacquescortade@orange.fr)

RESUME. Dans le cadre du projet national CEOS.fr, deux types de poutres ont été testés en flexion quatre points. Il s'agit tout d'abord de poutres massives de 1600 x 800 et de portée 5100mm. Ces essais ont été suivis des mêmes expérimentations sur les mêmes poutres au tiers. Les essais ont consisté en un chargement monotone par palier jusqu'à obtenir une contrainte dans les aciers en traction voisine de la limite d'élasticité. Les espacements et ouvertures de fissures ainsi que les déformations des matériaux et des structures ont été mesurées [1].

A partir de ces mesures, deux méthodes de calcul de la fissuration [2] ont été mises au point. Une première méthode est déduite de celle utilisée dans l'Eurocode 2, revue par le Code Modèle 2010 de la fib. Une deuxième méthode innovante pour l'ouverture des fissures a été mise au point par interpolation entre l'état fissuré et l'état non fissuré. Cette dernière méthode permet de décrire de façon plus précise les ouvertures de fissures aux faibles chargements jusqu'à l'état de fissuration stabilisée.

ABSTRACT. For the Research Project CEOS.fr two types of beams have been tested in 4 points flexion. Those two types are first massive beams of 1600mm width, 800mm height and 5100mm span, and then the same beams at a scale of 1/3. Tests consisted in a monotonous loading with an increment of the load of 150kN up to the reaching of a tensile stress in the reinforcement near the tensile strength. Crack spacing and width have been measured at the same time as the evolution of the stresses in the materials and the structure [1].

Analysing these measures, two methods to assess the crack width have been performed. The first one is derived from what is proposed in the fib Model Code 2010. A second innovative method has been proposed based on an interpolation between the cracked state and the un-cracked state of the beam. This last method allows for a more precise evaluation of the crack width at small value of the loading and up to the stabilised stage of cracking.

MOTS-CLÉS : béton armé, déformation, fissuration, pièces massives

KEYWORDS : reinforced concrete, strain, cracking, massive structures

1. Introduction

La maîtrise de la fissuration du béton armé et du béton précontraint est indispensable pour garantir la fiabilité et la durabilité des structures ainsi que certaines propriétés telles que l'étanchéité à l'eau ou à l'air.

L'Eurocode 2 [EC2] et plus récemment le code modèle MC2010 [CM2010] prennent en compte la durabilité des structures et contiennent des règles de calcul pour estimer et limiter la fissuration en fonction des caractéristiques du béton, de ses armatures et des classes d'exposition de l'ouvrage. Cependant ces règles sont en général prévues pour des ouvrages usuels. Elles ne rendent pas suffisamment compte du comportement d'ouvrages comportant des structures massives en béton armé ou précontraint ou répondant à des exigences de service particulières (étanchéité, durée de vie, etc.).

C'est pour contribuer à apporter une réponse à ces questions, que la communauté française du génie civil a lancé le Projet national de recherche CEOS.fr. Ce projet a consisté en une série d'essais représentatifs d'ouvrages spéciaux, complétés par des modélisations numériques.

Les essais ont été réalisés sur des maquettes instrumentées de types blocs prismatiques à l'échelle 1 et 1/3 et de voiles à l'échelle 1/3, afin de répondre aux trois thématiques suivantes :

Des trois thèmes étudiés, cet article ne s'intéresse qu'au 1^{er} : fissuration sous chargement statique monotone,

Chacun des essais sur blocs prismatiques (RL : blocs en retrait libre), blocs parallélépipédiques RL à l'échelle 1/3 ont permis de fournir des données pour améliorer les modèles prédictifs de fissuration et alimenter les codes de calculs par éléments finis-

Les recommandations qui suivent s'appuient sur les résultats de ces essais ainsi que sur les résultats de retours d'expérience sur ouvrages ou maquettes ou même sur l'exploitation d'autres résultats d'essais effectués en laboratoire. Les règles proposées complètent pour les ouvrages spéciaux celles de l'Eurocode 2 et du code modèle MC2010.

Pour plus de détails, les « Recommandations pour la maîtrise des phénomènes de fissuration » [REC 15] donnent un aperçu des Recommandations issues du projet CEOS.fr.

2. 1^{ère} méthode de calcul de la fissuration basée sur le Code Modèle 2010 de la fib.

2.1. Espacement des fissures

$$s_{r,max} = 2l_{s,max} = 2c + \frac{1}{2} \frac{f_{ctm} \phi}{\tau_{bms} \rho_{s,ef}} \quad \text{MC2010 § 7.6.4.4.1, Eq.(7.6.4.4)} \quad [1]$$

Dans cette formule figure $A_{c,eff}$ par l'intermédiaire de $\rho_{s,eff} = A_s/A_{c,eff}$. Nous conservons pour les poutres la formule du Code Modèle et de l'EC2 donnant la valeur de $A_{c,eff}$:

$$A_{c,eff} = \text{Min}[2,5(h - d) ; (h - x)/3]$$

où

$l_{s,max}$ est la longueur sur laquelle il y a glissement entre armature et béton (longueur d'ancrage)

c est l'enrobage des armatures longitudinales

f_{ctm} est la résistance en traction du béton

τ_{bms} est la contrainte moyenne d'adhérence entre armature et béton qui dans le stade de fissuration stabilisée est égale à $1,8 f_{ctm}$

Φ est le diamètre des armatures

$$\rho_{p,ef} = A_s / A_{c,ef}$$

2.2. Ouverture des fissures

L'ouverture des fissures est calculée par les relations suivantes du MC2010, qui s'appliquent dans le cas où la fissuration est répartie et stabilisée sous des efforts mécaniques :

$$w_d = 2l_{s,max}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad \text{MC2010 §7.6.4.4.1, Eq.(7.6-3)} \quad [2]$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \beta \cdot \sigma_{sr}}{E_s} \quad \text{MC2010 §7.6.4.4.1, Eq.(7.6-5)} \quad [3]$$

avec :

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{s,ef}} (1 + \alpha_e \rho_{s,ef}) \quad \text{MC2010 §7.6.4.4.1 Eq.(7.6.6)} \quad [4]$$

et

ϵ_{sm} est la déformation moyenne de l'armature sur la longueur $l_{s,max}$

ϵ_{cm} est la déformation moyenne du béton sur la longueur $l_{s,max}$

Si l'effet d'échelle probabiliste n'est pas appliqué pour estimer la contrainte f_{ctm} dans le béton en fissuration stabilisée (ce que nous proposons), alors, pour les configurations conduisant à de grands espacements entre fissures, on multipliera par 0,6 le coefficient β (cf. ch3 § 3.4) qui intervient dans le « tension stiffening » $\frac{\beta \sigma_{sr}}{E_s}$, raideur traduisant la contribution du béton entre les fissures, selon l'Eq. 7.6-5 du MC2010 et indiquée sur la figure 4-1 b ci-dessus.

L'équation (7.6.5) ci-dessus devient donc :

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - 0,6\beta \cdot \sigma_{sr}}{E_s}$$

A défaut de résultat expérimental, on admettra que l'on peut multiplier par 0,6 le coefficient béta pour les valeurs à court et long terme qui figurent au tableau 7.6-2 (§ 7.6.4.4.1) du MC2010.

3. 2^{ème} méthode par interpolation entre les états non fissuré et fissuré (dite méthode ζ)

3.1 Espacement des fissures

Les mêmes formules que dans la méthode précédente sont utilisées.

3.2 Ouverture des fissures

L'ouverture des fissures est donnée, comme dans l'Eurocode 2 et le CM2010, par

$$w_d = 2l_{s,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad [2]$$

Avec comme précédemment
$$l_{s,max} = c + \frac{1}{4} \frac{f_{ctm}}{\tau_{bms}} \frac{\phi_s}{\rho_{p,ef}} \quad [1]$$

Mais, pour le calcul de $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$, nous utiliserons l'équation (7.6-14) du MC2010, utilisée pour le calcul des flèches, qui définit une valeur α d'une grandeur d'une poutre partiellement fissurée à partir d'une interpolation entre cette valeur dans la poutre non fissurée (I) et cette valeur dans la poutre entièrement fissurée (II).

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad [5]$$

α_I étant l'effet calculé à l'état non fissuré et α_{II} étant l'effet calculé à l'état entièrement fissuré et ζ un paramètre calculé en fonction du rapport (σ_{sr}/σ_s).

$$\zeta = 1 - \beta_\zeta (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2 \quad [6]$$

où le coefficient $\beta_\zeta = 1$ pour un chargement de courte durée et 0,5 pour un chargement de longue durée ou comportant des charges répétées sur beaucoup de cycles.

Ceci vient, contrairement au calcul des flèches, du fait que l'effet du fluage sera pris dans le calcul de ε_I et de ε_{II} . Pour cela on fera intervenir dans ces calculs le module du béton approprié, soit E_{cm} pour le calcul courte durée et $E_{cm,ELSQP}$ pour le calcul longue durée sous combinaison quasi permanente, avec

$$E_{cm,ELSQP} = E_{cm} / (1 + \phi_{ELS,QP})$$

où $\phi_{ELS,QP} = \phi_{\infty} M_{oEqp} / M_{ocar}$ avec M_{oEqp} moment ELS sous combinaison quasi permanente et M_{ocar} moment ELS sous combinaison caractéristique.

σ_{sr} : selon le code modèle MC2010 (§ 7.6.5.2.2) et l'EC2-1, σ_{sr} représente la contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée sous les conditions de chargement provoquant la première fissure : $\sigma_{sr} = \sigma_{sr1}$. Par extension, pour ajuster et définir les différents segments de la courbe ζ , σ_{sr} est une valeur de référence indexée σ_{sri} avec $i = 1, 2$ ou 3 (voir ci-après).

σ_s est la contrainte dans les armatures tendues, calculée en supposant la section fissurée sous la charge considérée.

Si l'on considère que l'effet α est une déformation relative $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$, la relation précédente s'écrit :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \Delta\varepsilon = \zeta \varepsilon_{II} + (1 - \zeta) \varepsilon_I \quad [7]$$

où :

ε_I est la déformation relative de la section considérée non fissurée,

ε_{II} est la déformation relative de la section considérée fissurée.

ζ est un coefficient donné par l'expression [6]

σ_s est la contrainte de l'armature calculée dans la section fissurée

σ_{sri} est la contrainte de l'armature calculée dans la section fissurée sous le chargement précisé ci-dessous.

Dans l'évolution de la fissuration, trois zones seront considérées. La première, de l'origine au point R (ligne 1) dans la figure 1, correspond au béton non fissuré. La seconde, de R à S (ligne 2) correspond au stade de formation des fissures et la troisième, partant de S (ligne 3), au stade de fissuration stabilisée. La ligne 5 est la zone de plasticité de l'armature en dehors de l'ELS où la fissuration est étudiée. La ligne 4 représente la déformation de l'armature nue.

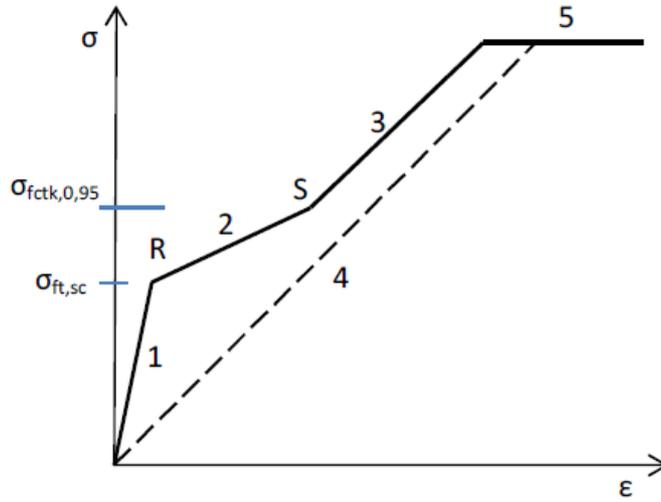


Figure 1 Courbe contrainte-déformation

- Première zone: détermination du point R où la contrainte du béton dans l'élément atteint la résistance minimale en traction. Cette résistance f_{isc} est calculée en utilisant une approche basée sur la théorie de Weibull.

$$f_{isc} = f_{ct,0,05}^{V_{eq}} = f_{ctk,0,05}^{V_{ref}} (V_{ref} / V_{eq})^{1/k_v} \quad [8]$$

où k_v est l'exposant de Weibull $1/k_v = 0,25 - 3,6 \cdot 10^{-3} f_{cm} + 1,3 \cdot 10^{-5} f_{cm}^2$

f_{cm} : résistance moyenne à la compression du béton voir tableau 3.1 de l'EN 1992-1-1

les volumes V_{eq} and V_{ref} sont:

$V_{eq} = \text{Min}(1,25;l) \cdot \text{Min}(1,25;b) \cdot \text{Min}(1,25;h_{cef})$ (1 : longueur de la poutre, b largeur et $h_{c,eff}$ voir EN1992-1-1)

V_{ref} = volume en traction dans l'éprouvette de l'essai de traction. Pour le "split test" $V_{ref} = 0,0003 \text{ m}^3$.

A f_{isc} correspond un moment de flexion M_{cr1} provoquant la première fissure. Pour M_{cr1} la contrainte de traction dans l'armature est σ_{sr1} après fissuration. La déformation ε_{sr1} de la structure homogène complète les coordonnées du point R. Dans cette zone la courbe contrainte-déformation est une droite.

- Deuxième zone: détermination du point S (σ_{sr2} and ε_{sr2}) à partir duquel le phénomène de fissuration est stabilisé. Il correspond à une contrainte de traction du béton de la section homogène égale à $f_{ctk,0,95}$ provoquée par le moment M_{cr2} qui produit dans la structure homogène une contrainte de l'armature σ_{sr2} . La déformation correspondante est ε_{sr2} qui sera calculée au moyen de l'équation :

$$\varepsilon_{sr2} = (\sigma_{sr2} - \beta \cdot \sigma_{sr}) / E_s \quad [9]$$

Dans laquelle

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{p,ef}} (1 + \alpha_e \rho_{p,ef})$$

avec $\alpha_e = E_s / E_{cm}$ et $\beta = 0,6$ pour les chargements de courte durée et 0,4 pour le long terme.

en utilisant l'équation [7]
$$\zeta_{sr2} = \frac{(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_I)}{(\varepsilon_{II} - \varepsilon_I)}$$

voir la définition de ε_I and ε_{II} avec l'équation [7]

Entre les points R et S
$$\zeta_\sigma = \zeta_{sr2} \left[1 - \frac{\sigma_{sr2} - \sigma_s}{\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1}} \right]$$

Avec cette valeur de ζ_σ , $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ peut être calculé en fonction de σ avec l'équation [7] et w_d avec l'équation [2].

- Troisième zone: fissuration stabilisée: les équations [1], [2], [6] et [7] donnent les valeurs de w_d . Dans l'équation [6] σ_{sr3} doit être défini de façon à ce que $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ corresponde au point S, c'est-à-dire

$$\text{que : } \sigma_{sr3} = \sigma_{sr2} \sqrt{\frac{1 - \zeta_{sr2}}{\beta \zeta}}$$

L'équation [6] devient

$$\zeta = 1 - \beta \zeta \left[\frac{\sigma_{sr3}}{\sigma_s} \right]^2$$

et pour chaque $\sigma \geq \sigma_{sr2}$ les equations [1], [2] et [7] donnent les valeurs of w_d .

3.3. Résumé

Les valeurs de ζ fonction de σ sont données dans le tableau 1 et $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ est représenté par la figure [2].

Tableau 1 : Valeurs de ζ

Etat	σ_s	ζ_σ
Non fissuré	$< \sigma_{sr1}$	0
Première fissure	$\sigma_{sr1} = \alpha_e M_{cr1} (d - x_{fis})/I_{fis}$	$1 - \beta_\zeta (\sigma_{sr1} / \sigma_s)^2 = 0$
Etablissement de la fissuration	$\sigma_{sr1} < \sigma < \sigma_{sr2}$	$\zeta_\sigma = \zeta_{sr2} [1 - (\sigma_{sr2} - \sigma_s) / (\sigma_{sr2} - \sigma_{sr1})]$
Dernière fissure	$\sigma_{sr2} = \alpha_e M_{cr2} (d - x_{fis})/I_{fis}$	$\zeta_{sr2} = (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_I) / (\varepsilon_{II} - \varepsilon_I)$,
Fissuration stabilisée	$> \sigma_{sr2}$	$\zeta_\sigma = 1 - \beta_\zeta (\sigma_{sr3} / \sigma_s)^2$ où $\sigma_{sr3} = \sigma_{sr2} \sqrt{\frac{1 - \zeta_{sr2}}{\beta_\zeta}}$

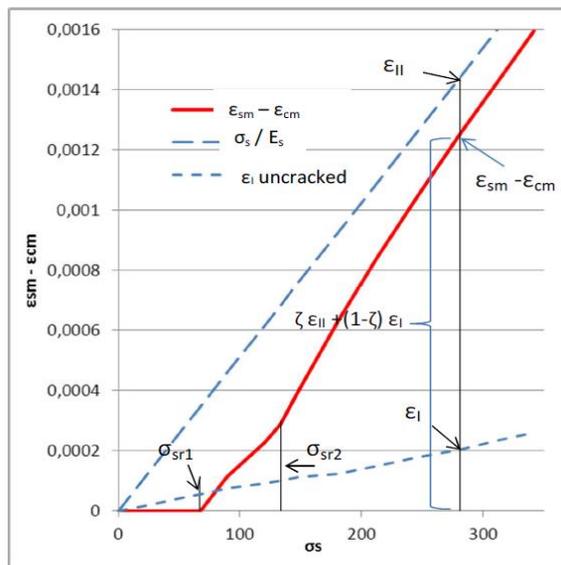


Figure 2: diagramme donnant $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ suivant la méthode ζ

La figure 3 représente w_d obtenu par l'équation [2].

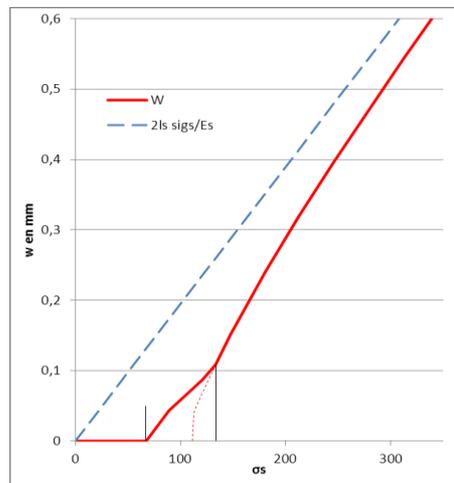


Figure 3 w_d par la méthode ζ

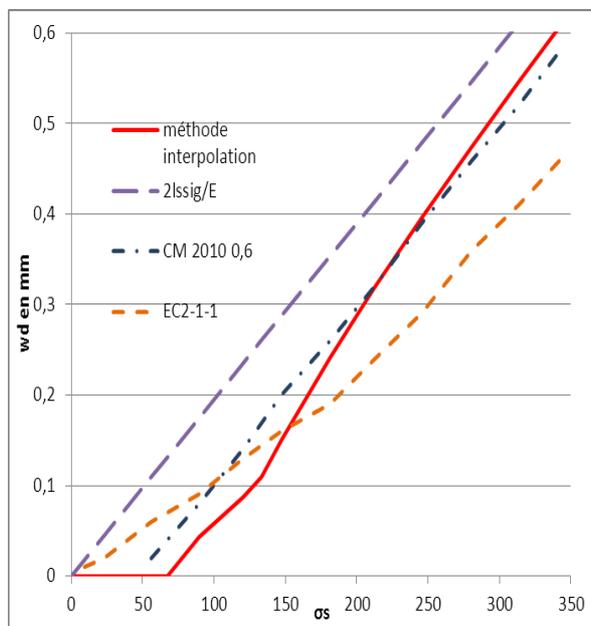


Figure 4 Comparaison des méthodes de calcul de w

La figure 4 compare les ouvertures de fissures obtenues par l'Eurocode 2, le Code modèle 2010 modifié comme dans la première méthode ci-dessus, la méthode ζ et $2l_s/\sigma_s$.

4. Conclusion

Comme le montre la figure 4, la méthode ζ et celle du Code Modèle 2010 sont très proches dans la zone de fissuration stabilisée (pour des contraintes des armatures entre 150 et 300 MPa). En revanche aux faibles contraintes et en particulier pour la zone d'établissement de la fissuration, ces deux méthodes diffèrent. C'est normal puisque le code modèle dit bien que ses calculs sont surtout valables en zone de fissuration stabilisée. La volonté de l'Eurocode 2 de représenter cette zone avec un $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,6 \sigma_s / E_s$, est trop pénalisante. En revanche la méthode ζ représente bien le phénomène de fissuration depuis la première fissure jusqu'à la zone de fissuration stabilisée.

5. Bibliographie

[EC2] *NF EN 1992-1-1, Calcul des structures en béton Partie 1-1*, AFNOR 2005 (4^{ème} tirage 2013-04-F).

[CM2010] *fib, fib model code for concrete structures 2010*, Deutschland, Ernst & Sohn, 2013.

[REC15] CEOS.fr, *Recommandations pour la Maîtrise de la fissuration*, Paris, Presses des Ponts, 2015, erratum en attente.