
Un modèle global pour la prise en compte des effets d'échelles sur la capacité de rotation des éléments en béton armé : Etude comparative avec l'Eurocode 8.

Abdelhafid Nouali, Mohammed Matallah

RISAM Université de Tlemcen BP 230, Algérie, mohammed.matallah@gmail.com

RÉSUMÉ. La ductilité est un paramètre important dans la conception parasismique des structures en béton armé. Elle permet une redistribution des sollicitations dans les structures et empêche la propagation instable des fissures. Dans le cadre d'une conception ductile, pour établir les courbes moment-rotation, l'Eurocode 8 [EC8 00] adopte la formulation développée par Panagiotakos et Fardis [PAN 01]. Le principal inconvénient de l'utilisation de ce code pratique est que l'effet d'échelle n'est pas pris en compte pour l'évaluation de la capacité de rotation. Dans la présente étude, un modèle global est proposé pour tenir compte des phénomènes d'effets d'échelles et leur influence sur la capacité de rotation. En plus de phénomène de localisation des déformations produit lors de l'écrasement du béton en compression, la localisation de déformation dans l'acier est également prise en compte. Dans le contexte d'un dimensionnement sismique non-linéaire, le modèle produit les courbes Moment-Rotation nécessaires pour une analyse dynamique transitoire. Une comparaison entre le modèle développé, l'EC8 et les résultats expérimentaux est proposée.

ABSTRACT. The ductility is a very important parameter for reinforced concrete design. It is required in order to allow moment redistribution in indeterminate structures and avoid unstable crack propagation. In seismic design with ductility consideration, for establishing the moment-curvature curves, the Eurocode 8 [EC8 00] adopts the Panagiotakos and Fardis [PAN 01] formulation. The main drawback when using this practical code (Eurocode 8) is that the size effect is not taken into account for the evaluation of the rotation capacity. In the present study, a global model is proposed where the size effect phenomenon is taken into account. The localization phenomenon is considered both for concrete under crushing and for steel under tension. The model is able to produce the moment-rotation curves for dynamic seismic analysis. A comparison with the EC8 and the experimental results is proposed.

MOTS-CLÉS : effet d'échelle, capacité de rotation, ductilité, béton armé.

KEY WORDS: size effect, rotation capacity, ductility, reinforced concrete.

1. Introduction

La ductilité est une propriété fondamentale nécessaire pour une conception sécuritaire des structures en béton armé. Elle trouve sa justification principalement dans le contexte d'une analyse plastique des structures à l'état limite ultime. La demande en ductilité est requise pour atteindre différents objectifs : redistribution des sollicitations internes, prévenir une propagation instable de fissures.... Pour des structures sous chargement sismique, la ductilité est nécessaire pour assurer une bonne dissipation d'énergie accompagnée de grandes déformations pour éviter ainsi une rupture brutale des structures.

D'un point de vue pratique, dans le contexte d'un dimensionnement parasismique, cette exigence est satisfaite en se conformant à certaines prescriptions empiriques fournies par les codes de conception existants (tel que l'EC8). Ces prescriptions trouvent leurs justifications dans des approches théoriques simplifiées ou des résultats expérimentaux.

Pour des éléments en BA, la ductilité est liée directement à la capacité de rotation. Une évaluation précise de la ductilité est difficile à atteindre en raison de la présence simultanée de plusieurs contributions non-linéaires affectant le comportement mécanique global : fissuration de béton en traction, comportement des aciers (plastification, adhérence ...), écrasement du béton en compression. La capacité de rotation des éléments en béton armé a fait l'objet de nombreuses investigations expérimentales pour étudier l'influence des phénomènes précédemment cités [CEB 98] [ELI 87].

D'une manière générale, lors d'un processus de fissurations localisées, le comportement local est régi par une dissipation d'énergie (par unité de surface) en réponse à une sollicitation (contrainte) appliquée. Le rapport entre ces deux paramètres (Energie/contrainte) fait ressortir une dépendance vis-à-vis de la taille de la structure. Les résultats expérimentaux confirment l'influence des effets d'échelles sur la capacité de rotation des éléments en BA. Des modèles ont été développés pour répondre à ce besoin. Le « *Overlapping Crack Model* » développé par Carpinteri [CAR 09] est un des modèles pionniers dans ce domaine. Il permet de prendre en compte l'influence des effets d'échelle en tenant compte de la localisation des déformations dans la zone de compression.

Dans le présent travail, on propose un modèle « global » pour la prise en compte de l'influence des effets d'échelles sur la capacité de rotation. En plus de phénomène de localisation des déformations produit lors de l'écrasement du béton en compression, d'autres phénomènes (localisation de déformation dans l'acier près des zones fissurées, ...) sont pris en compte. Dans le contexte d'un dimensionnement sismique non-linéaire, le modèle produit les courbes Moment-Rotation nécessaires pour une analyse dynamique transitoire. En se basant sur des résultats expérimentaux de la littérature [BOS 92]. Nous proposons aussi une comparaison pratique des résultats de notre modèle avec ceux fournis par la réglementation.

Dans la section suivante, les formules de l'EC8 nécessaires à l'évaluation de la capacité de rotation d'un élément BA sont présentées. Les bases du modèle développé sont ensuite discutées (comportement du béton, comportement de l'acier). Le travail se termine par une comparaison pratique et des conclusions.

2. Capacités de rotation dans l'Eurocode 8

Mathématiquement, la capacité de rotation θ_{pl} est calculée comme la différence entre la rotation ultime θ_u et la rotation correspondante à la plastification des armatures θ_y :

$$\theta_{pl} = \theta_u - \theta_y \quad [1]$$

La rotation est définie comme l'intégrale de la courbure φ le long de la poutre :

$$\theta = \int_0^l \varphi \, dx \quad [2]$$

La courbure, c 'est l'angle de diagramme des déformations :

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} \quad [3]$$

Lorsque l'appel en ductilité dans une structure n'est pas uniforme ou pour des structures complexes, l'EC8 propose des méthodes d'analyse avancées. La méthode basée sur le coefficient de comportement n'est plus applicable. Une analyse dynamique transitoire non-linéaire est possible. La non-linéarité des éléments structuraux

est prise en compte via les rotules plastiques. La non-linéarité matérielle des sections au niveau des rotules est prise en compte à travers les lois moment-courbure. La loi moment-courbure est déterminée à partir des formules des courbures et de moment résistant [EC8 00] (cas d'une section rectangulaire, ε_c négative) :

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_c}{d} \quad [4]$$

$$\varphi_y = \frac{2.1 \varepsilon_{sy}}{d} \quad [5]$$

À partir de la loi moment-courbure, on obtient la loi moment-rotation en multipliant la courbure par la longueur de la rotule plastique. L'EC8 adopte la formulation proposée par Panagiotakos et Fardis [PAN 01]. La capacité de rotation d'une poutre en béton armé de longueur L est donnée par la formule suivant :

$$\theta_{pl} = (\varphi_u - \varphi_y) L_p \left(1 - \frac{L_p}{L} \right) \quad [6]$$

Ainsi, l'EC8 n'introduit pas l'influence des effets d'échelles pour l'estimation de la loi moment-rotation.

3. Bases du modèle global proposé

Le modèle proposé est développé à l'échelle d'une section. Pour une poutre en béton armé, un élément de cette poutre soumis à un moment de flexion est considéré. Cet élément, ayant un rapport longueur-hauteur égale à l'unité, est supposé être représentatif de la zone centrale de la poutre où la rotule plastique est censée apparaître. Il est supposé que la section à mi-portée de cet élément est pleinement représentative de son comportement mécanique.

Dans ce modèle, nous avons introduit les différentes non-linéarités afin d'obtenir une réponse moment-rotation compatible avec les observations expérimentales. La rupture d'une poutre en béton armé se fait soit par traction des armatures tendues, soit par écrasement de béton comprimé. Dans ce qui suit, chaque phénomène est étudié séparément. Les lois de comportement des deux matériaux acier et béton qui introduisent l'influence des effets d'échelles sur l'écrasement de béton comprimé et l'influence de la localisation des déformations dans les armatures tendues sont élaborées.

3.1. Comportement de béton en compression

La localisation des déformations est un phénomène qui est associé à l'adoucissement. Il est beaucoup plus prononcé en traction qu'en compression. Cependant, le caractère adoucissant du béton en compression requiert la prise en compte de ce phénomène.

L'hypothèse de localisation des déformations en compression pour le béton a également été confirmée expérimentalement par plusieurs auteurs [FER 95] [VAN 96] [JAN 97]. La réponse post-pic contrainte-déplacement ne dépend pas de la dimension de l'échantillon. Cependant, la phase post-pic contrainte-déformation dépend fortement de la dimension de l'échantillon.

Une rupture par écrasement du béton peut surgir avant la plastification des aciers tendus. Cette rupture est associée à une dissipation d'énergie qui devrait être prise en compte pour assurer une régularisation énergétique. Nous proposons de modéliser le comportement du béton en compression par une loi contrainte-déformation composée de trois phases. L'énergie d'écrasement G_c , est définie comme étant la surface située sous la courbe post-pic contrainte-déformation. Cette énergie est censée être un paramètre de matériau, indépendant de l'effet d'échelle. Dans ce modèle, nous adoptons la relation contrainte-déformation présentée sur la figure 1, cette loi de comportement est composée de trois phases (Figure 1).

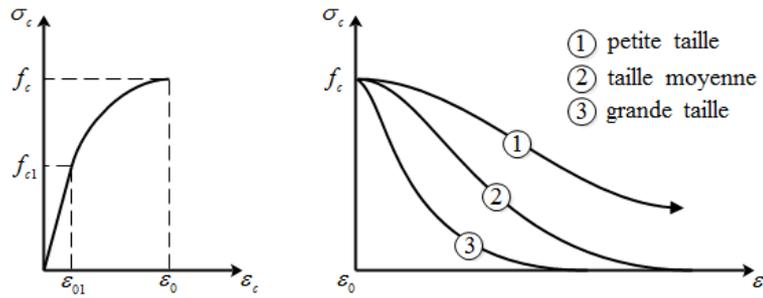


Figure 1. Relation contrainte-déformation pour le béton en compression.

Phase 1 ($0 \rightarrow \varepsilon_{01}$) : le béton est sain, la loi de comportement est linéairement élastique.

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad [7]$$

Phase 2 ($\varepsilon_{01} \rightarrow \varepsilon_0$) : le béton rentre dans le domaine plastique avec présence des déformations irréversibles, la loi de comportement est une parabole de 2ème degré.

$$\sigma_c = f_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] + A_1(\varepsilon_c - \varepsilon_{01}) - A_2 \quad [8]$$

A_1 , et A_2 sont des constantes pour assurer la continuité entre la première et la deuxième phase.

Phase 3 ($\varepsilon_0 \rightarrow \infty$) : lorsqu'on dépasse la contrainte maximale, l'écrasement de béton est associé à une dissipation d'énergie G_c , la loi de comportement est une loi exponentielle dépendante de la taille d'élément.

$$\sigma_c = f_c \text{Exp} [B(\varepsilon_0 - \varepsilon_c)] \quad [9]$$

B est un paramètre contrôlant l'adoucissement. Il peut être relié à la taille de l'élément via les équations suivantes.

$$G_c = \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \sigma_c dw \quad [10]$$

$$G_c = h \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \sigma_c d\varepsilon_c \Rightarrow G_c = h \int_{\varepsilon_0}^{\infty} f_c \text{Exp} [B(\varepsilon_0 - \varepsilon_c)] d\varepsilon_c \Rightarrow G_c = h f_c \left[\frac{-\text{Exp} [B(\varepsilon_0 - \varepsilon_c)]}{B} \right]_{\varepsilon_0}^{\infty} \quad [11]$$

Il est à noter que le paramètre G_c ne représente que l'énergie d'écrasement (on a adopté cette définition pour désigner la dissipation sous la partie adoucissante). On peut également récrire les équations en fonction de l'énergie totale dissipée (l'aire sous la courbe complète contrainte-déformation).

3.2. Comportement Acier-Béton dans la zone tendue

Concernant la partie tendue, on adopte une loi de comportement simplifiée pour l'acier (élastique-parfaitement plastique). La possibilité de la localisation des déformations dans l'acier près des zones fissurées est prise en compte.

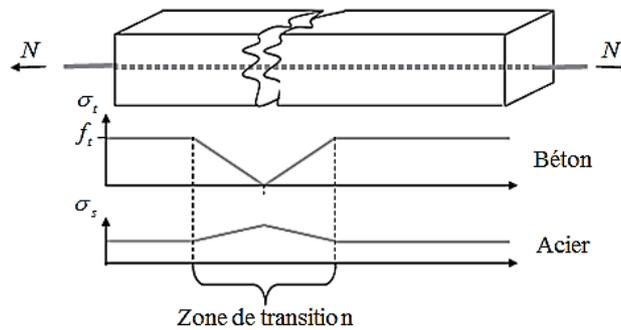


Figure 2. Répartition des contraintes dans l'acier et le béton après la première fissure (Tirée de [CAS 12]).

Dans ces zones (figure 2), l'augmentation des contraintes implique une augmentation des déformations dans l'acier, la déformation dans ces zones est supérieure à la déformation moyenne dans la barre d'acier, ce phénomène est très remarquable quand le comportement des armatures est élastique-parfaitement plastique [GRI 04]. Dans ce cas, lorsque la contrainte maximale f_y est atteinte dans l'acier, la déformation dans les zones fissurées monte instantanément et atteint sa valeur ultime. La rupture de la barre est rapidement atteinte.

Le phénomène de la localisation des déformations dans l'acier et lié au glissement qui se produit entre le béton et l'acier dans les zones fissurées. Afin de souligner ce phénomène, une analyse d'un élément de poutre soumis à une charge de traction (voir la figure 3) est présentée.

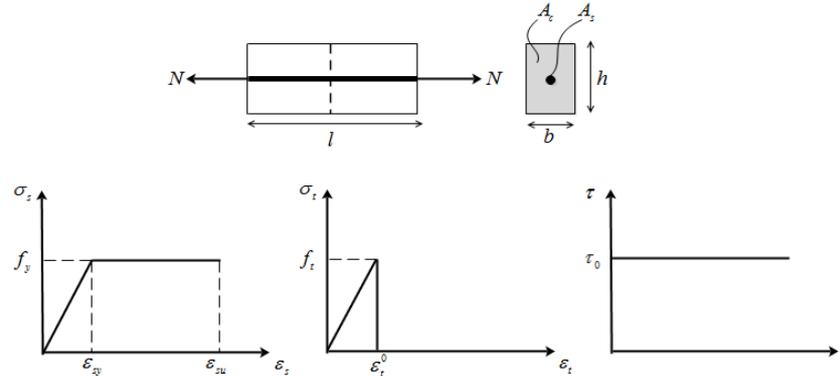


Figure 3. Comportement béton-acier dans un élément soumis à la traction

Après le comportement élastique, la fissuration dans le béton et le glissement se produisent avec une redistribution des contraintes et des déformations. En augmentant la déformation appliquée, la plastification d'acier est atteinte dans la section fissurée au milieu. L'évolution des contraintes et des déformations dans l'élément poutre est suivie par la résolution des deux conditions d'équilibre suivant : équilibre de la section à mi-portée (équation 12), et équilibre de la barre d'acier (équation 13). Une loi d'adhérence simplifiée est utilisée¹.

$$A_s \sigma_s + A_c \sigma_t = N \quad [12]$$

$$A_s d\sigma_s = -\tau \pi d_s dx \quad [13]$$

Avec : d_s est le diamètre de l'armature.

$$\frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{-\tau \pi d_s}{A_s} = \frac{-4\tau}{d_s} \quad [14]$$

La déformation ultime moyenne ϵ_m^u dans l'acier sur une longueur $l/2$ correspond à la déformation ultime ϵ_{su} sur la longueur de la localisation des déformations l_{max} , elle est définie par la relation suivant :

$$\epsilon_m^u \frac{l}{2} = \epsilon_{su} l_{max} \quad [15]$$

$$\epsilon_m^u = \frac{2l_{max}}{l} \epsilon_{su} \quad [16]$$

l_{max} est déterminée à partir de l'équation 14 lorsque : $\sigma_s = f_y$

$$\frac{f_y}{l_{max}} = \frac{4\tau}{d_s} \Rightarrow l_{max} = \frac{f_y d_s}{4\tau} \quad [17]$$

On remplace l_{max} dans l'équation 16 :

$$\epsilon_m^u = \frac{d_s}{2l} f_y \epsilon_{su} \quad [18]$$

¹ On peut également considérer une loi d'adhérence complète (phase élastique plus phase adoucissante).

Le paramètre $l\tau$ est déterminé par la condition d'équilibre de l'armature, lorsque $\varepsilon = \varepsilon_t^0$ (formation de la première fissure) dans la section à mi-portée ($x=l/2$):

$$l\tau = \frac{A_c f_t d_s}{2A_s} \quad [19]$$

Donc, la déformation ultime moyenne ε_m^u est liée à la déformation ultime ε_{su} par la relation suivante :

$$\varepsilon_m^u = \frac{A_s f_y}{A_c f_t} \varepsilon_{su} \quad [20]$$

L'équation 20 permet de tenir compte du phénomène de la localisation des déformations dans la barre d'acier.

3.3. Comportement global de la poutre

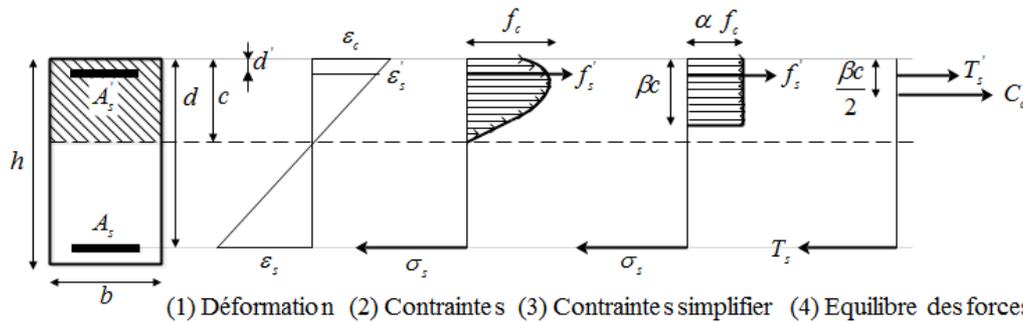


Figure 4. La distribution des déformations et des contraintes dans la section à mi-portée.

Pour calculer la capacité de rotation de cet élément, on calcule la rotation à partir de la courbure. Le chargement de la section à mi-portée se fait par augmentation de la déformation du béton ε_c . Pour chaque état de section, les valeurs du moment et de la courbure sont obtenues via la résolution des équations d'équilibre (figure 4-4). Ce calcul est itératif (pas à pas), pour chaque valeur de déformation, nous déterminons la position de l'axe neutre et on calcule les déformations dans l'acier (ε_s et ε_s'). Ainsi, les déformations plastiques se propagent sur l'élément jusqu'à la rupture, soit par traction des aciers ou par écrasement de béton.

4. Validation

Les poutres testées par Bosco et Debernardi [BOS 92] sont simulées numériquement afin de valider notre modèle et démontrer l'insuffisance de l'Eurocode 8 quant à l'estimation de la capacité de rotation. Bosco et Debernardi ont testé onze poutres béton armé en flexion trois points (Tableau 1).

Tableau 1. Données relatives aux poutres testées par Bosco et Debernardi.

poutre	L(m)	h (m)	b (m)	ρ (%)	ρ' (%)
T1	2	0.2	0.1	0.57	0.2
T2				1.13	0.5
T3				1.71	0.5
T4	4	0.4	0.2	0.28	0.2
T5				0.57	0.2
T6				1.13	0.2
T7				1.71	0.2
T8	6	0.6	0.3	0.13	0.12
T9				0.25	0.12
T10				0.57	0.12
T11				1.13	0.12

L'acier utilisé est un B500H (haute ductilité). Le béton utilisé a une contrainte maximale en traction de 2.97 MPa, et en compression de 30.9 MPa.

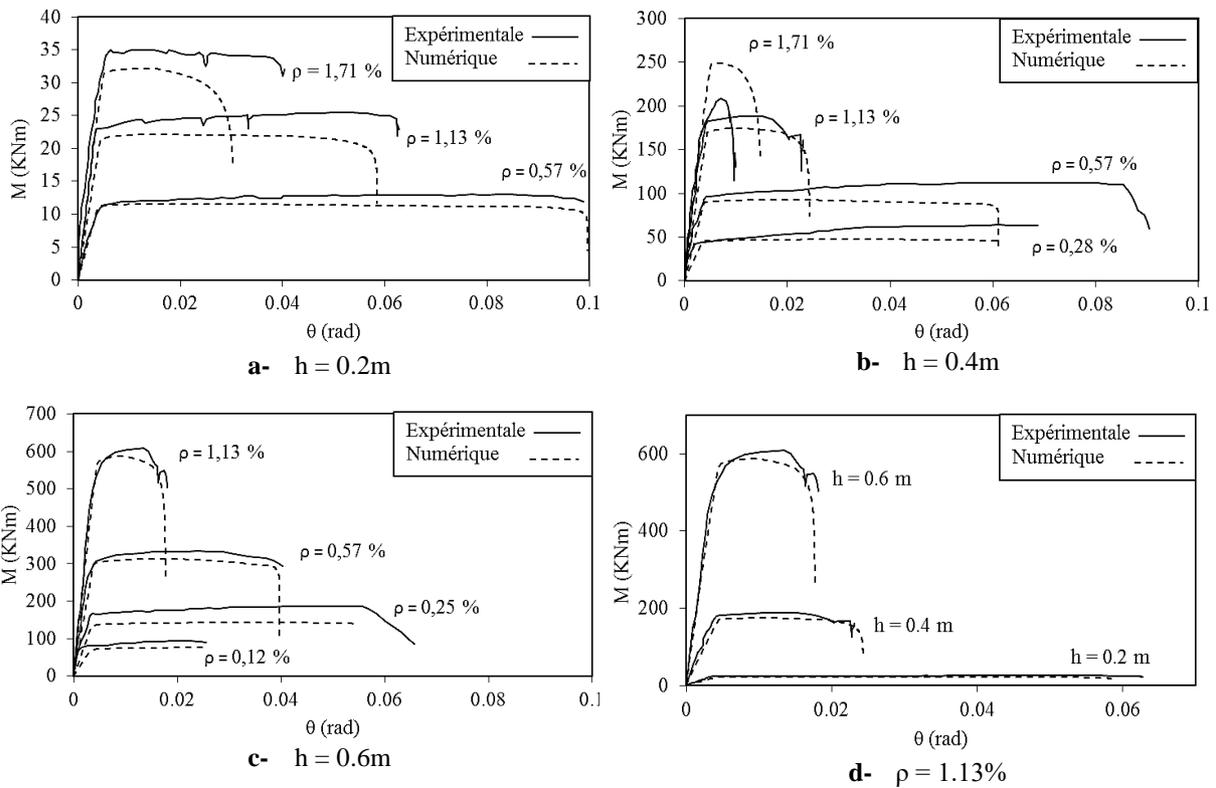


Figure 5. Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques.

Les courbes moment-rotation numériques issus du modèle développé sont comparées aux résultats expérimentaux dans la figure 5 pour différentes hauteurs de poutre et différents pourcentages d'armatures. Pour un faible pourcentage, la rupture des poutres se fait par plastification des aciers tendus. Pour les poutres de hauteurs 0.4m et 0.6m, le maximum de ductilité est atteint pour les pourcentages d'armatures 0.57% et 0.25%. Ces valeurs correspondent à des pourcentages optimaux (pourcentage minimal). Un pourcentage plus faible résulte en une diminution de la capacité de rotation à cause du phénomène de localisation des déformations près des zones fissurées (propagation instable de fissures). Le modèle est capable de reproduire correctement ce phénomène. Pour toutes les poutres de différentes hauteurs, en dépassant les quantités d'armatures optimales, les réponses des poutres sont régies par le comportement du béton. La contribution du béton devient de plus en plus significative. Dans ce cas, on remarque une apparition d'une branche descendante à l'extrémité du plateau plastique, cette branche descendante est due à l'écrasement de béton. La contribution du béton devient de plus en plus significative en augmentant la hauteur des poutres. Ceci conduit à des ruptures fragiles. La figure 5-d illustre manifestement l'influence de l'effet d'échelle sur la capacité de rotation. La réponse moment-rotation des différentes poutres (h varie de 0,2 à 0,6 m) est tracée pour un seul pourcentage d'acier (1,13%). Le caractère fragile pour les poutres de grandes dimensions est correctement reproduit par le modèle conformément aux données expérimentales. Pour illustrer davantage ces conclusions, une comparaison globale donnant l'évolution de la capacité de rotation plastique en fonction de la position de l'axe neutre est proposée dans la figure 6.

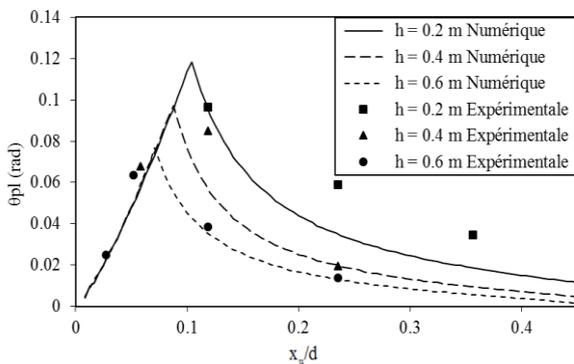


Figure 6. Comparaison Exp-Num.

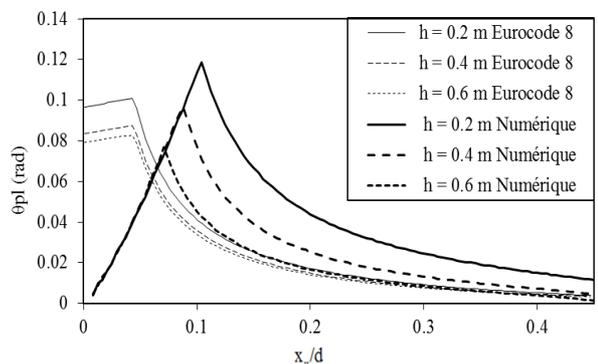


Figure 7. Comparaison Num-EC8

5. Modèle proposé Vs Eurocode 8

Après validation de notre modèle, une comparaison est faite avec les résultats de l'Eurocode 8. La figure 7 illustre l'évolution de la capacité de rotation prédite par l'Eurocode 8 [EC8 00]. Dans la zone caractérisée par une rupture par plastification de l'armature tendue, l'EC8 surestime la capacité de rotation. En effet, la localisation des déformations près de zone fissurées provoque une diminution de la déformation moyenne de la barre. La présence des paliers dans la réponse de la réglementation est dû au fait que la déformation de l'acier à la rupture est considérée constante (7.5%). La zone de transition n'est pas bien reproduite ce qui génère une mauvaise estimation de la capacité de rotation dans la zone caractérisée par une rupture par écrasement du béton. La fixation des déformations ultimes du béton et de l'acier dans la réglementation se traduit par une mauvaise estimation de la capacité de rotation des éléments en béton armé.

6. Conclusion

Dans ce travail, un modèle développé à l'échelle globale est proposé pour décrire la capacité de rotation des poutres en béton armé. Les phénomènes de localisations dans les zones de fissuration comprimée et tendue sont ainsi introduits. L'influence des effets d'échelle sur l'évolution de la capacité de rotation (ductilité) est reproduite correctement. Pour des poutres en béton armé sous chargement de flexion, l'augmentation de la section d'acier ne génère pas automatiquement une évolution de la capacité de rotation. Pour des poutres faiblement armées, le phénomène de localisation dans la zone de fissuration tendue provoque une diminution de la ductilité. En augmentant la hauteur de ces poutres, la localisation se produit dans la partie comprimée provoquant ainsi une dépendance vis-à-vis de la taille de la structure. La réglementation parasismique (Eurocode 8) doit évoluer pour prendre en compte ce phénomène afin d'assurer une bonne prédiction de la loi Moment-Courbure nécessaire pour une analyse sismique.

7. Bibliographie

- [BOS 92] Bosco C., Debernardi P.G., Experimental investigation on the ultimate rotational capacity of R.C. beams, Report No. 36, Atti del Dipartimento, Politecnico di Torino, Ingegneria Strutturale, 1992, p.119.
- [CAR 09] Carpinteri A., Corrado M., Mancini G., and Paggi M., « Size-scale effects on plastic rotational capacity of reinforced concrete beams ». *ACI Structural Journal*, 106, 2009, pp.887–896.
- [CAS 12] Casanova A., Jason L., Davenne L., « Bond slip model for the simulation of reinforced concrete structures », *Engineering Structures*, 39, 2012, pp.66–78.
- [CEB 98] Comité Euro-International du Béton, Ductility of reinforced concrete structures, Bulletin 242, 1998.
- [EC8 00] Eurocode-8, Conception et dimensionnement des structures pour leur résistance aux séismes, Partie 2 : Ponts, 2000.
- [ELI 87] Eligehausen R., Langer P., Rotation capacity of plastic hinges and allowable moment redistribution, Bulletin 175, 1987, pp. I 7.9 - I 7.27.
- [FER 95] Ferrara G., Gobbi M.E., Strain softening of concrete under compression. Report to RILEM Committee 148 SCC, Enel-CRIS Laboratory, Milano, Italy, 1995.
- [GRI 04] Grimaldi A., Rinaldi Z., Influence of the steel properties on the ductility of R.C. structures. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics-Novel Approaches in Civil Engineering*, 14, 2004, pp.297–309.
- [JAN 97] Jansen D.C., Shah S.P., « Effect of Length on Compressive Strain Softening of Concrete », *Journal of Engineering Mechanics*, 123, 1997, pp.25–35.
- [PAN 01] Panagiotakos T.B., Fardis M.N., « Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate », *ACI Structural Journal*, 98, 2001, pp.135–148.
- [VAN 96] Van Vliet M., Van Mier J., « Experimental investigation of concrete fracture under uniaxial compression », *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1, 1996, pp.115–127.