
L'effet de l'écroissage rotationnel sur le comportement des sols argileux

S. AHAYAN¹, Z. YIN², P. KOTRONIS³, F. COLLIN⁴

¹ Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, CNRS, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM), Université de Liège, Département ArGEnCo, mail : sanae.ahayan@ec-nantes.fr

² Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, CNRS, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM), mail : zhenyu.yin@ec-nantes.fr

³ Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, CNRS, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM), mail : panagiotis.kotronis@ec-nantes.fr

⁴ Université de Liège, Département ArGEnCo, mail : f.collin@ulg.ac.be

RÉSUMÉ. L'anisotropie induite est une caractéristique du comportement mécanique des sols argileux dont l'existence est bien connue dans le cas des sols déposés par couches au cours de leur formation. Cette caractéristique est traduite dans le plan des contraintes par une rotation de la surface de charge et la surface du potentiel plastique. Cette rotation évolue avec le chargement par le biais d'une loi d'écroissage rotationnel.

Deux lois d'écroissage rotationnel font l'objet d'étude dans cet article. La validation de ces lois est faite par la calibration des paramètres avec des essais triaxiaux drainés sur une argile finlandaise. Des modélisations en Éléments Finis d'une semelle rigide circulaire avec des modèles de comportement du sol isotropes et anisotropes sont présentés. Le but est premièrement de cerner l'impact de l'hypothèse d'isotropie dans les calculs géotechniques et deuxièmement d'étudier l'effet des hypothèses considérées dans la formulation des lois d'écroissage sur le comportement des fondations.

ABSTRACT. Induced anisotropy is a constitutive feature of clays that can be introduced through a proper "Rotational hardening law" allowing the rotation of the yield and the potential plastic surfaces in the stress space.

Two rotational hardening laws are studied in this paper. Validation is provided using the results of a drained triaxial test of a Finnish clay. Finite Elements simulations of a circular rigid footing considering an isotropic and anisotropic constitutive laws are presented. The objective is firstly to identify the influence of the isotropy assumption in geotechnical design and secondly to study the effect of different hardening laws on the foundation behavior.

MOTS-CLÉS : loi de comportement, argile, anisotropie, plasticité, écroissage, fondation

KEYWORDS: constitutive law, clay, anisotropy, plasticity, hardening, foundation

1. Introduction

Les argiles naturelles se caractérisent par une anisotropie inhérente, qui reflète la structure microscopique des sols, et une anisotropie induite, qui est celle des sols initialement isotropes ayant subi des surcharges historiques. L'anisotropie induite est une caractéristique du comportement mécanique des sols dont l'existence est bien connue dans le cas des sols déposés par couches au cours de leur formation. Généralement cette caractéristique est négligée dans les projets et ignorée lors des études en laboratoire. L'emploi des lois de comportement isotropes pour un matériau anisotrope entraîne une mauvaise appréciation de la stabilité des ouvrages en service. Par conséquent, le développement des modèles de comportement anisotropes tient un rôle prépondérant pour bien maîtriser le comportement des sols naturels et améliorer les modèles du calcul, et d'autre part pour cerner l'impact de l'hypothèse de l'isotropie sur la sécurité des ouvrages géotechniques.

Les études expérimentales menées pour déterminer la surface de charge de l'argile déposée naturellement ont montré l'absence de la symétrie de la surface de charge par rapport à la ligne de la consolidation isotrope. Par contre, toutes les surfaces de charges étudiées présentent une symétrie par rapport à l'axe de consolidation anisotrope K_0 qui reflète l'histoire du chargement du sol [TAV 90].

En se basant sur ces faits expérimentaux, les modèles proposés pour les sols anisotropes supposent une surface de charge inclinée dans le plan des contraintes (p, q) . Cette inclinaison est déterminée par la donnée de la valeur du coefficient des terres au repos K_0 . L'anisotropie induite est soit considérée constante [SEK 77] ou évoluant avec le chargement par le biais d'un écrouissage cinématique. La loi d'écrouissage ainsi introduite appelée *loi d'écrouissage rotationnel* caractérise l'évolution de l'anisotropie durant le chargement et est liée aux déformations plastiques volumiques et/ou déviatoriques [DAF 86] [DAF 06] [WHE 03] [HAS 98] [KOB 03] [YIN 15] [DAF 14] [YIN 15].

Une comparaison entre deux lois d'écrouissage rotationnel est présentée dans ce travail. Les points faibles et forts de chaque loi sont discutés sous différentes conditions de chargement. La validation de ces lois est faite avec les données expérimentales des essais triaxiaux drainés sur l'argile finlandaise d'Otaneimi. Une modélisation en éléments finis d'une semelle circulaire rigide fondée sur l'argile d'Otaneimi fait l'objet de la dernière partie.

2. Loi de comportement

2.1. Surface de charge et potentiel plastique

Il y a une panoplie d'expressions analytiques des surfaces de charge pour les argiles naturelles pour lesquelles les lois d'écrouissage peuvent être étudiées indépendamment de la forme de la surface de charge et du potentiel plastique. Il serait convenable alors de considérer une surface de charge spécifique. La surface de charge elliptique, introduite par Dafalias [DAF 86] est ci-dessous considérée, en raison de sa simplicité pour la présentation de l'anisotropie à travers une rotation de la surface de charge. Dans les conditions les plus simples d'un essai triaxial, cette surface de charge prend l'expression suivante :

$$f = (q - \alpha p)^2 - (M^2 - \alpha^2)(p_m - p)p = 0 \quad (1)$$

p est la pression moyenne effective, q est le deuxième invariant de contrainte. M est la pente de la droite d'état critique, p_m et α sont des paramètres qui définissent respectivement la taille et l'inclinaison de la surface de charge, (voir figure 1).

L'évolution de la taille de la surface de charge est contrôlée par une loi d'écrouissage isotrope, identique à celle de Cam-Clay Modifié :

$$dp_m = \frac{v}{\lambda - \kappa} p_m d\varepsilon_v^p \quad (2)$$

v est le volume spécifique, λ et κ sont respectivement la pente de la droite de la consolidation isotrope et la pente de la droite du chargement élastique dans le plan $\ln p - v$.

La pente de la droite d'état critique varie entre sa valeur en compression M_c et sa valeur en extension M_e (voir figure 1). Entre ces deux valeurs, M est donnée en fonction de l'angle de Lode θ par la fonction d'interpolation suivante [SHE 00] :

$$M = M_c \left[\frac{2c^4}{1 + c^4 + (1 - c^4) \sin 3\theta} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3)$$

Avec $c = \frac{M_e}{M_c}$; $-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{-3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}} \right) \leq \frac{\pi}{6}$; J_2 et J_3 sont respectivement, le 2^{ème} et le 3^{ème} invariant du tenseur déviatorique.

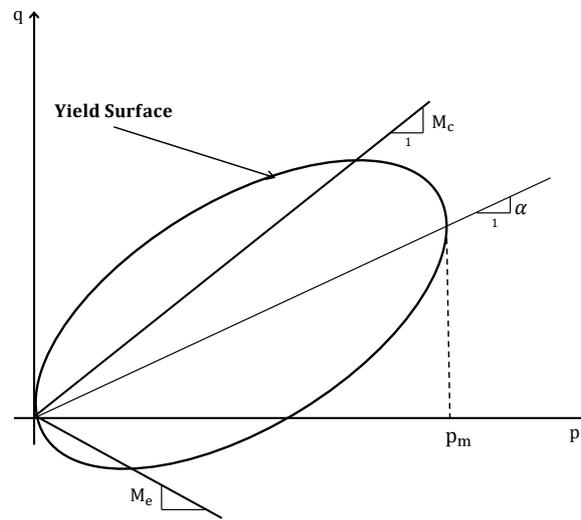


Figure 1. Surface de charge

Afin d'éviter toute généralité inutile pouvant obscurcir l'objectif principal de notre étude, qui est l'analyse de différentes lois d'érouissage rotationnel, dans la suite la loi d'écoulement est considérée associée et le potentiel plastique g prend la même forme et expression analytique que celle de la surface de charge f .

$$g = f \quad (4)$$

2.2. Lois d'érouissage rotationnel

La loi d'érouissage rotationnel décrit l'évolution de l'orientation de la surface de charge avec les déformations plastiques et traduit par la suite l'évolution de l'anisotropie mécanique avec l'histoire du chargement. Dans ce qui suit, deux lois d'érouissage rotationnel sont considérées.

Nous utilisons dans la suite $d\varepsilon_v^p$ et $d\varepsilon_d^p$ pour indiquer respectivement l'incrément de déformation plastique volumique et l'incrément de déformation plastique déviatorique.

La première loi d'ER est proposée par Hachigushi [HAS 98]. Elle suppose que l'inclinaison de la surface de charge est limitée par une surface, appelée *Surface limite de rotation*. Cette surface limite est décrite dans l'espace des contraintes principales par un cône dont le centre est l'origine des contraintes, la génératrice coïncide avec l'axe hydrostatique et le rayon varie avec l'angle de Lode :

$$d\alpha = b_r d\varepsilon_d^p \eta_b \quad (5)$$

$$\eta_b = (m_b - \alpha) \frac{q}{p} \quad (6)$$

$$m_b = \frac{2\sqrt{6}\sin\phi_b}{3(1 + A(1 - \sin 3\theta)) - \sin\phi_b \sin 3\theta} \quad (7)$$

b_r est une constante contrôlant l'amplitude de l'évolution de l'anisotropie, ϕ_b et A sont deux constantes liées à la forme de la surface limite de rotation.

Cette loi d'érouissage suppose que l'évolution de l'anisotropie mécanique est liée seulement aux déformations plastiques déviatoriques (pas d'influence des déformations plastiques volumiques).

La deuxième loi d'ER est proposée par Wheeler [WHE 03]. Elle introduit une dépendance explicite aux déformations volumiques plastiques et aux déformations déviatoriques plastiques :

$$d\alpha = \omega \left[\left(\frac{3q}{4p} - \alpha \right) \langle d\varepsilon_v^p \rangle + \omega_d \left(\frac{1q}{3p} - \alpha \right) d\varepsilon_d^p \right] \quad (8)$$

Avec $\langle d\varepsilon_v^p \rangle = d\varepsilon_v^p$ si $d\varepsilon_v^p > 0$ sinon $\langle d\varepsilon_v^p \rangle = 0$
 ω et ω_d sont deux constantes de la loi.

3. Détermination des paramètres des modèles

3.1. Valeur initiale de α

Dafalias [DAF 86] propose une méthode originale pour le calcul de la valeur initiale de α . Il utilise les conditions de la consolidation anisotrope (K0-consolidation) et calcule la dilatance ψ comme suit :

$$\psi = \left(1 - \frac{\kappa}{\lambda}\right) \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} \quad (9)$$

D'autre part, nous pouvons trouver l'expression de la dilatance en fonction de l'anisotropie :

$$\psi = \frac{(M^2 - \eta^2)}{2(\eta - \alpha)} \quad (10)$$

Puisqu'en K0-consolidation nous avons : $\epsilon = \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_d} = \frac{3}{2}$ et $\eta = \eta_{K0} = 3 \frac{1-K_0}{1+2K_0}$ on trouve alors la valeur initiale de $\alpha = \alpha_{K0}$:

$$\alpha_{K0} = \eta_{K0} - \frac{M_c^2 - \eta_{K0}^2}{3} \quad (11)$$

On peut remarquer que cette méthode est totalement indépendante de la loi d'érouissage. La même valeur initiale de $\alpha = \alpha_{K0}$ est donc considérée pour les deux lois d'érouissage rotationnel présentées ci-dessus.

3.2. Calibration des paramètres

L'argile d'Otaniemi, une argile naturelle finlandaise, a été choisie pour analyser les lois d'ER présentées dans la partie précédente. Ce matériau présente une forte teneur en argile, une teneur en eau et une limite de liquidité également élevées. Le tableau 1 présente les principales propriétés de ce type d'argile. On fait référence à [KAR 08] pour lire en détail la procédure expérimentale des essais effectués et la méthode de détermination de ses paramètres mécaniques qui sont listés dans le tableau 2.

Des essais triaxiaux [KAR 08] sur des échantillons reconstitués d'Otaniemi sont simulés ci-dessous (essais CAE

Tableau 1. Propriétés de l'argile d'Otaniemi

	Naturelle	Reconstituée
Profondeur (m)	4.0-4.7	4.0-4.4
Teneur en eau	100	83
Limite de liquidité	95	-
Indice de plasticité	66	-
Densité spécifique	2.8	2.8

Tableau 2. Paramètres mécaniques de l'argile d'Otaniemi

	ν	κ	λ	M_c	p_{m0} (kPa)
Argile d'Otaniemi	0.25	0.04	0.26	1.30	33.0

3516R et CAE 3819R). Chaque essai commence avec une phase de consolidation initiale durant laquelle tous les échantillons suivent le même chemin de contraintes η_{K0} jusqu'à la même pression moyenne p_{0max} et après sont déchargés suivant le même chemin de contraintes η_{K0} jusqu'à une pression moyenne de l'ordre de 6 à 12kPa. Ensuite, tous les échantillons subissent deux chemins de chargement-déchargement selon un ratio constant de contraintes η_1 et η_2 . Le premier et le deuxième déchargement sont faits respectivement jusqu'à $p(4 - 19kPa)$ et $p(8 - 29kPa)$. Le tableau 3 regroupe les valeurs de η_1 et η_2 et les p_{max} correspondant à chaque essai.

Tableau 3. Essais triaxiaux drainés sur l'argile reconstituée d'Otaniemi [KAR 08]

Test No	e_{0sim}	p_0	q_0	η_1	p_{1max}	η_2	p_{2max}
CAE 3516R	1.758	4.9	9.6	0.51	55.3	-0.53	85.1
CAE 3819R	1.802	-2.1	6.8	-0.31	39.0	0.77	91.2

Seulement les deux derniers cycles de chargement-déchargement sont modélisés ci-dessous en utilisant les lois d'écroissage présentées auparavant. La modélisation est faite aussi avec un modèle anisotrope sans écroissage rotationnel [SEK 77] ($\alpha = \alpha_{k0}$) et avec la loi isotrope de Cam-Clay Modifié [ROS 68] ($\alpha = 0$). La calibration des paramètres pour chaque modèle est faite avec l'algorithme génétique du code ModeFrontier développé par ESTECO. Le tableau 4 regroupe les paramètres spécifiques pour chaque loi d'ER. La figure 2 présente les résultats expérimentaux et numériques des essais drainés.

Concernant l'essai CAE 3516R, tous les modèles donnent globalement des prédictions similaires des déforma-

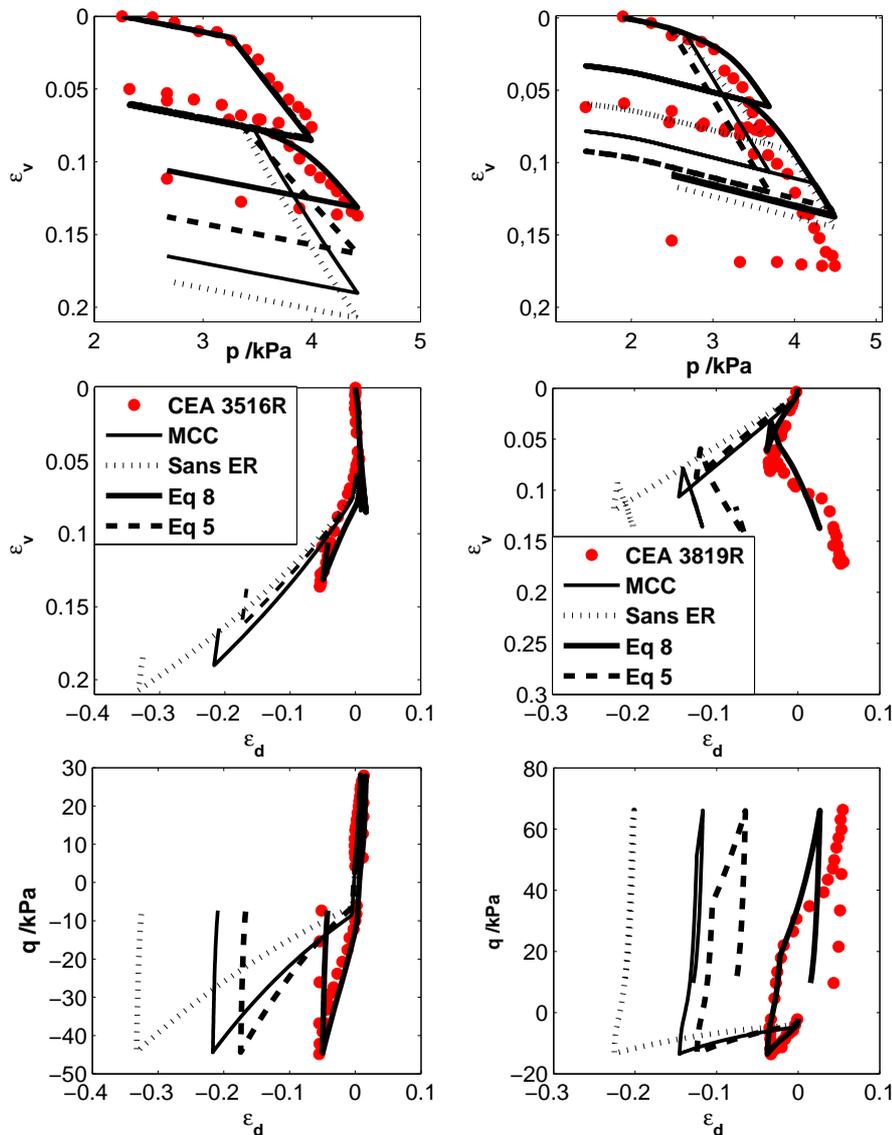


Figure 2. Essais triaxiaux drainés sur un échantillon reconstitué d'Otaniemi et les différentes modélisations (CAE 3516R à gauche et CAE 3819R à droite).

tions volumiques et déviatoriques durant la première phase de chargement η_1 . Par contre, le deuxième cycle η_2 est décrit différemment par chaque modèle. Cela est lié à l'évolution de l'anisotropie mécanique en premier cycle de chargement. Cette évolution étant décrite différemment par chaque modèle, des valeurs différentes de α sont

Tableau 4. Paramètres des lois d'ER étudiées

	ω	ω_d	br	ϕ_b (°)	A
Eq 5	-	-	8.0	31	0.02
Eq 9	48	0.85	-	-	-

obtenues en fin de la première phase, ce qui induit des prédictions différentes des déformations sous η_2 . Les modèles avec écrouissage rotationnel se rapprochent plus des courbes expérimentales que la loi isotrope et la loi anisotrope sans écrouissage rotationnel. Cela prouve que l'inclinaison de la surface de charge évolue avec le chargement et les déformations plastiques. On peut aussi remarquer que le modèle anisotrope sans écrouissage surestime plus les déformations durant la deuxième phase de chargement que le modèle MCC. En effet, durant la première phase l'anisotropie mécanique se dégrade de sa valeur initiale α_{k0} à α_{η_1} . Durant la deuxième phase de chargement, le matériau est par conséquent mieux présenté par un modèle isotrope qu'avec un modèle anisotrope sans écrouissage.

L'essai CAE 3519R comporte un chemin en extension. Les déformations plastiques prédites par des lois de comportement adoptées sont assez différentes dès le premier cycle de chargement. Les modèles avec ER reproduisent mieux l'essai. Ceci est particulièrement vrai pour la loi de Wheeler (équation 8) qui introduit une dépendance explicite aux déformations volumiques plastiques déviatoriques et aux déformations plastiques volumiques.

4. Problème aux limites : le cas d'une fondation circulaire

La pertinence d'un modèle de comportement (ou dans notre cas d'une loi d'écrouissage) ne peut être jugée avant d'étudier un problème aux limites. Ainsi, le cas d'une semelle circulaire rigide fondée sur le sol argileux d'Otaniémi est ci-dessous étudié.

La modélisation numérique est faite par le code éléments finis Lagamine développé à l'Université de Liège. La figure 3 présente le maillage et la géométrie de problème. Le diamètre de la fondation B est prise égale à $1m$. Le domaine du sol est $10m \times 10m$ et il est discrétisé en 350 éléments quadrilatères. Chaque élément fini a 8 nœuds et 4 points d'intégration de Gauss. Une modélisation axisymétrique est adoptée ; les déplacements horizontaux sont fixés le long des frontières à droite et à gauche du domaine alors que la partie basse est bloquée (déplacements horizontaux et verticaux).

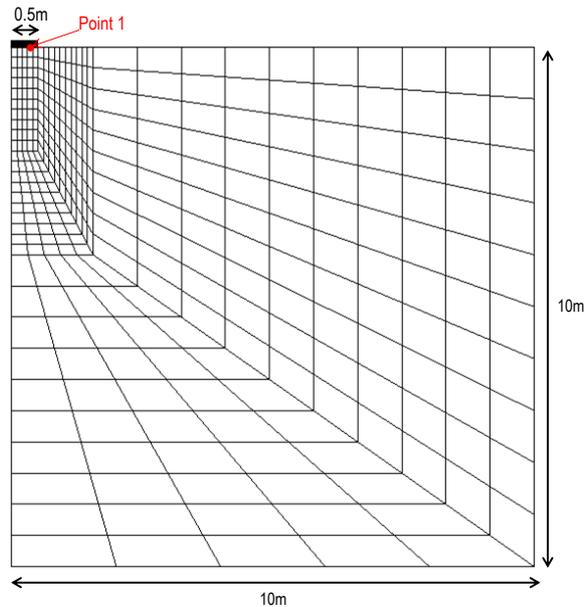


Figure 3. Géométrie et maillage.

4.1. Chemin de chargement

L'effet d'une charge verticale est reproduit par un déplacement vertical imposé numériquement sur la fondation. La semelle subit un déplacement graduel jusqu'à $0.1B$ soit 10cm .

4.2. Résultats numériques

La figure 4 présente les courbes contrainte verticale-déplacement vertical (tassement) pour les différents modèles de comportement étudiés. Le modèle isotrope (MMC) sous-estime les contraintes au niveau de la fondation par rapport aux modèles anisotropes. Les modèles anisotropes donnent des prédictions quasi-similaires des contraintes (on a une différence de 2 à 3kPa entre les trois modèles). La loi d'écroutissage de Wheeler (équation 8) produit moins d'anisotropie par rapport au modèle de Hachigushi (équation 5) comme le montre la figure 5. La courbe déplacement-contrainte résultante de Wheeler est alors la plus proche au modèle anisotrope sans écroutissage.

La figure 6 présente le chemin des contraintes pour chaque modèle ainsi que l'évolution des déformations plastiques au point 1 (voir figure 3). Le chemin des contraintes du modèle isotrope (MCC) s'éloigne plus de l'état critique par rapport aux modèles anisotropes. L'évolution des déformations plastiques est quasiment similaire pour tous les modèles anisotropes, alors que le modèle de MCC surestime les déformations volumiques plastiques et sous-estime les déformations déviatoriques plastiques. Ces remarques s'expliquent par l'inclinaison de la surface de charge : une surface inclinée se retrouve plus proche de l'état critique où les déformations déviatoriques plastiques sont plus importantes que les déformations volumiques.

La figure 7 présente la distribution de l'anisotropie (paramètre α) pour chaque modèle dans le sol en fin de char-

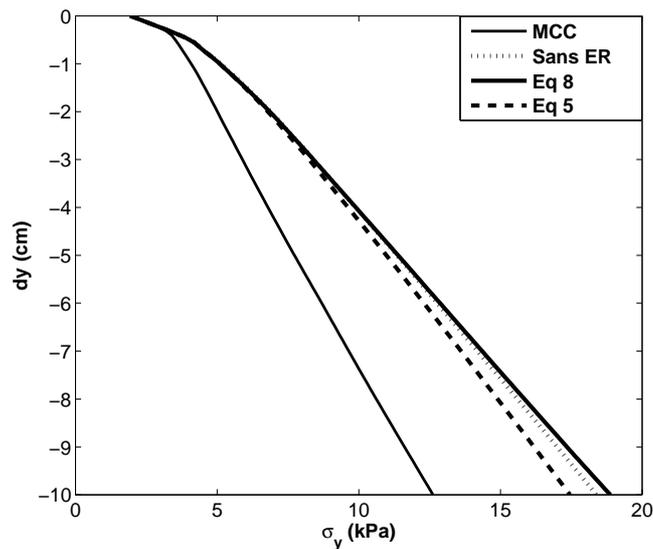


Figure 4. Evolution de la contrainte verticale-déplacement vertical (tassement).

gement. La loi d'écroutissage de Hachigushi (équation 5) produit des fortes variations d'anisotropie par rapport à la loi de Wheeler (équation 8), alors que la distribution des déformations plastiques est quasiment la même pour tous les modèles.

5. Conclusion

Tout au long de cette étude, nous avons tenté d'une part de cerner l'impact de l'hypothèse d'isotropie des sols argileux sur les calculs géotechniques et d'autre part d'étudier l'effet de l'écroutissage rotationnel sur la modélisation du comportement de l'argile naturelle. Ainsi, une comparaison des simulations des essais triaxiaux drainés à contrainte contrôlée de l'argile d'Otaniemi pour plusieurs modèles a été présentée. Il s'avère que la loi de Wheeler

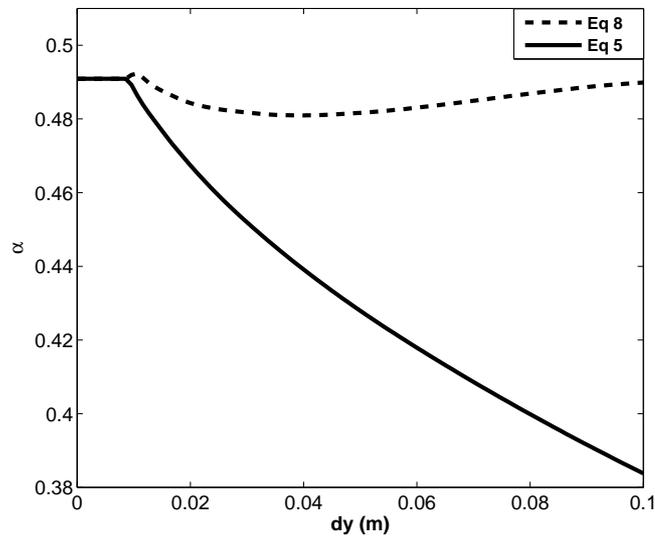


Figure 5. Evolution de la rotation de la surface de charge au point 1.

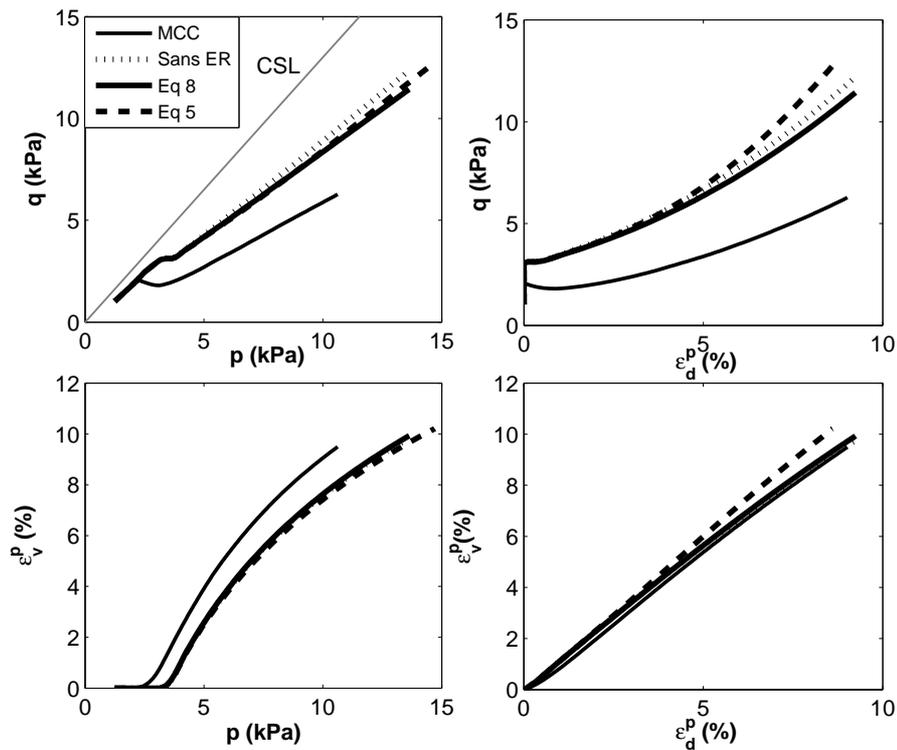


Figure 6. Chemin de contraintes et évolution des déformations plastiques avec le chargement au point 1.

donne des meilleurs résultats, du fait qu'elle prend en compte les déformations plastiques volumiques et déviatoriques.

Ensuite, la deuxième application a concerné une modélisation en éléments finis d'une semelle circulaire rigide fondée sur l'argile d'Otaniemi. Des résultats pour tous les modèles faisant objet de cet article ont été présentés. L'hypothèse d'un sol isotrope sous-estime largement les prédictions des contraintes alors que les trois modèles anisotropes donnent quasiment des résultats similaires. On peut donc conclure que le choix d'une loi de comportement anisotrope sans écrouissage rotationnel semble suffisante pour la prédiction du comportement d'une

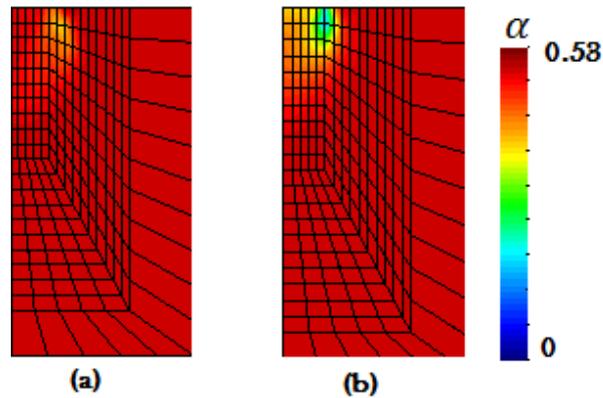


Figure 7. Distribution de l'anisotropie (paramètre α) dans le sol (a) Equation 5 (b) Equation 8.

fondation rigide dans les sols argileux soumise à des chargements verticaux non excentrés, comme celle étudiée dans cet article. Une autre alternative serait de choisir une loi d'écroutissage rotationnel dépendant des déformations plastiques volumiques et déviatoriques qui ne nécessite pas de paramètres supplémentaires [YIN 15].

6. Bibliographie

- [DAF 86] DAFALIAS Y. F., « An anisotropic critical state soil plasticity model », *Mechanics Research Communications*, vol. 13, n° 6, p. 341–347, Elsevier, 1986.
- [DAF 06] DAFALIAS Y. F., MANZARI M. T., PAPADIMITRIOU A. G., « SANICLAY : simple anisotropic clay plasticity model », *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 30, n° 12, p. 1231–1257, Wiley Online Library, 2006.
- [DAF 14] DAFALIAS Y., TAIEBAT M., « Rotational hardening with and without anisotropic fabric at critical state », *Géotechnique*, vol. 64, n° 6, p. 507–511, Thomas Telford Ltd, 2014.
- [HAS 98] HASHIGUCHI K., CHEN Z., « Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening », *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, vol. 22, n° 3, p. 197–227, London ; New York : J. Wiley, c1998-, 1998.
- [KAR 08] KARSTUNEN M., KOSKINEN M., « Plastic anisotropy of soft reconstituted clays », *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 45, n° 3, p. 314–328, NRC Research Press, 2008.
- [KOB 03] KOBAYASHI I., SOGA K., ILZUKA A., OHTA H., « Numerical interpretation of a shape of yield surface obtained from stress probe tests », *Soils and Foundations*, vol. 43, n° 3, p. 95–103, 2003.
- [ROS 68] ROSCOE K., BURLAND J., « On the generalized stress-strain behaviour of wet clay », 1968.
- [SEK 77] SEKIGUCHI H., « Induced anisotropy and time dependency in clay », *9th ICSMFE, Tokyo, Proc. Speciality session 9*, 1977.
- [SHE 00] SHENG D., SLOAN S., YU H., « Aspects of finite element implementation of critical state models », *Computational mechanics*, vol. 26, n° 2, p. 185–196, Springer, 2000.
- [TAV 90] TAVENAS F., LEROUEIL S., « Laboratory and in situ stress-strain-time behaviour of soft clays », *Int Symp Geotech Eng Soft Soils Mexico City*, vol. 2, p. 1–46, 1990.
- [WHE 03] WHEELER S. J., NÄÄTÄNEN A., KARSTUNEN M., LOJANDER M., « An anisotropic elastoplastic model for soft clays », *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 40, n° 2, p. 403–418, NRC Research Press, 2003.
- [YIN 15] YIN Z.-Y., YIN J.-H., HUANG H.-W., « Rate-dependent and long-term yield stress and strength of soft Wenzhou marine clay : experiments and modeling », *Marine Georesources & Geotechnology*, vol. 33, n° 1, p. 79–91, Taylor & Francis, 2015.