

# Développement d'un outil numérique pour la prévision de la fissuration d'une structure en béton de fibres sous impact

Rana Akiki<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan, ENS Cachan/CNRS/Université Paris-Saclay, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France (akiki@lmt.ens-cachan.fr)

Prix Jeunes Chercheurs « René Houpert »

*RÉSUMÉ. Ce travail de recherche s'inscrit dans le cadre de la sécurité du transport des colis servant à confiner des déchets technologiques de faible radioactivité. Il s'agit de développer un outil numérique capable de simuler le comportement global d'une structure en béton de fibres soumise à des sollicitations dynamiques. Il permet également d'accéder à des informations plus locales telle que la fissuration, tant en terme de trajet que d'ouverture de fissure. Une campagne expérimentale comprenant des essais quasi-statiques et dynamiques est d'abord conduite et le comportement du matériau étudié est caractérisé. Ensuite, l'essai de flexion dynamique est modélisé afin de capturer à l'échelle globale les non-linéarités liées à la fissuration de la structure. Les paramètres associés à la loi de comportement sont identifiés via une procédure d'identification basée sur les simulations complètes des essais. La quantification de l'énergie de fissuration en dynamique est examinée et l'intérêt de prendre en compte les effets inertiels de structure dans le calcul de l'énergie de fissuration est montré. Enfin, à partir des résultats de la simulation globale de l'essai dynamique, deux méthodes de post-traitement numériques sont proposées afin d'extraire le trajet de fissuration et de calculer les ouvertures associées. Ces deux méthodes sont appliquées à un cas-test de poutre en flexion un-point dynamique et les résultats donnent une bonne estimation du trajet de fissure ainsi que des ouvertures.*

*ABSTRACT. This research work falls within the framework of the transport safety of radioactive waste containments. The aim of the work is to develop a numerical model capable of simulating the overall behaviour of a fiber-reinforced concrete structure subjected to dynamical loading. It also allows access to more local information such as cracking, both in terms of path and crack opening. First, an experimental campaign consisting of quasi-static and dynamic tests is conducted and the behaviour of the studied material is characterized. Then, the dynamic bending test is modeled in order to capture on a global scale the non-linearities related to the cracking of the structure. The parameters associated with the material model are identified via an identification procedure based on the complete simulations of the tests. The quantification of the dynamic fracture energy is discussed and the effect of taking into account the inertial structural effects in its computation is shown. Finally, after identifying an area of interest from the results of the global simulation, the crack path and relative crack opening are extracted using two post-processing methods. These methods are applied to a dynamic one-point bend test case and results show the capability of both methods to give a good estimation of crack path and openings.*

*MOTS-CLÉS : béton de fibres, dynamique, fissuration.*

*KEYWORDS: fibre-reinforced concrete, dynamics, cracking.*

Le travail de recherche s'inscrit dans le cadre de la sécurité des emballages servant à confiner les colis de déchets radioactifs technologiques. Afin de prouver leur capacité à résister aux sollicitations produites lors de la manutention, ces colis sont soumis à un ensemble de tests de certification. Cette thèse s'intéresse particulièrement au comportement à la chute de colis de confinement dans le cas accidentel le plus critique, le but étant de développer une méthode pour prédire le comportement mécanique des colis soumis à une chute. Les méthodologies actuelles permettant de qualifier les colis reposant intégralement sur des analyses expérimentales effectuées sur des structures à l'échelle 1, on souhaite associer à la démarche expérimentale une démarche de simulation en se dotant d'un outil numérique. Cet outil permettrait d'apporter en amont de la phase de certification un moyen supplémentaire pour faciliter la sélection de nouveaux matériaux et de solutions technologiques, optimisant la phase de développement d'un nouveau processus expérimental.

La démarche développée dans le cadre de ce travail de recherche associe des essais expérimentaux effectués sur le matériau objet de l'étude ainsi que des simulations numériques. La première étape consiste à réaliser un ensemble d'essais mécaniques qui devraient permettre de mieux comprendre les mécanismes de déformation et de fissuration de béton de fibres sous des sollicitations mécaniques, proches de celles rencontrées par le colis lors de l'impact. À cette fin, des essais statiques classiques de compression, fendage et flexion 3-points sont réalisés ainsi que des essais en dynamique aux barres de Hopkinson pour déterminer l'influence de la vitesse de chargement sur la réponse du matériau et en particulier sur son énergie de fissuration. Les données expérimentales de ces essais permettent par la suite d'identifier et de calibrer la loi de comportement macroscopique la plus adéquate à utiliser dans le modèle global permettant de simuler la chute de colis. La deuxième partie de cette étude est de modéliser et simuler le comportement du colis sujet à une chute selon les spécifications de l'épreuve technique [AIE 12]. La dernière partie consiste à mettre en œuvre une méthode de post-traitement des résultats des simulations numériques effectuées à l'échelle de la structure pour acquérir des informations plus fines à l'échelle de la micro-structure, telle que le trajet et l'ouverture de fissure. Dans l'ensemble de ce travail, les simulations réalisées ainsi que les post-traitements concernent l'essai de flexion dynamique.

## 2. Campagne expérimentale

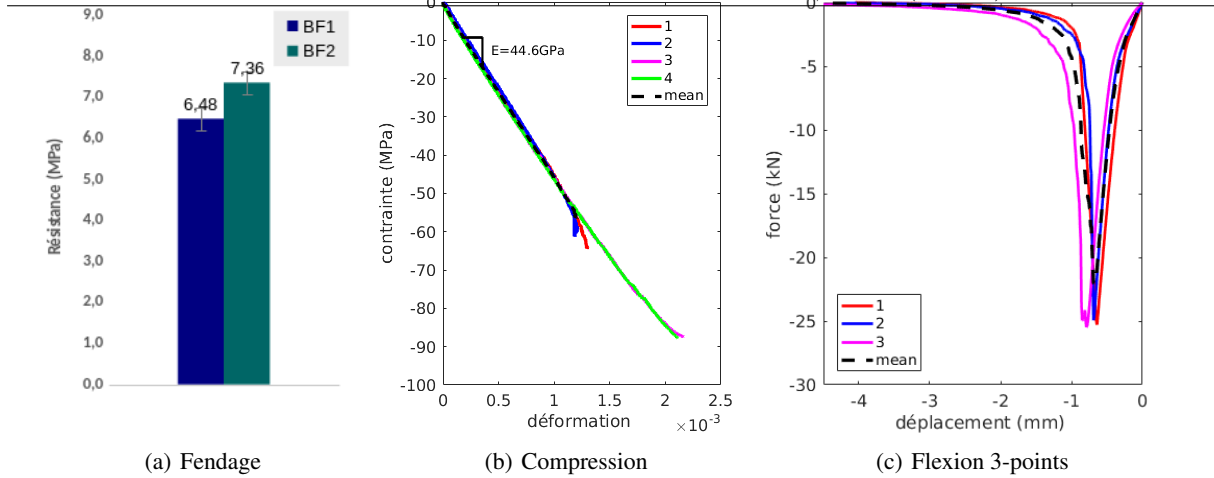
Afin de comprendre les mécanismes de déformation et de fissuration de béton de fibres sous des sollicitations mécaniques proches de celles rencontrées par les colis lors de l'impact et dans le but d'identifier la loi de comportement la plus adéquate à utiliser dans les simulations ainsi que ses paramètres, on se propose de réaliser un ensemble d'essais mécaniques.

### 2.1. Essais quasi-statiques

La campagne quasi-statique comporte des essais de fendage, de compression et de flexion 3-points. On s'intéresse à deux bétons : l'un avec des fibres plates en fonte amorphe (BF1 dans la suite) et l'autre avec des fibres métalliques à crochets (BF2 dans la suite). Les résultats globaux sont donnés aux figures 1(a), 1(b) et 1(c) pour les essais de fendage, compression et flexion 3-points respectivement. Quant aux essais de flexion sur éprouvettes entaillés, ils sont instrumentés par corrélation d'images afin de quantifier l'évolution de l'ouverture de fissure tout le long de l'essai permettant ainsi la quantification de l'énergie de fissuration. Les paramètres retenus sont résumés dans le tableau 1. On peut noter que les fibres présentes dans le BF1 n'apportent pas beaucoup de ductilité au matériau. Leur présence est principalement liée à des questions de durabilité.

**Tableau 1.** Résumé des paramètres retenus des essais

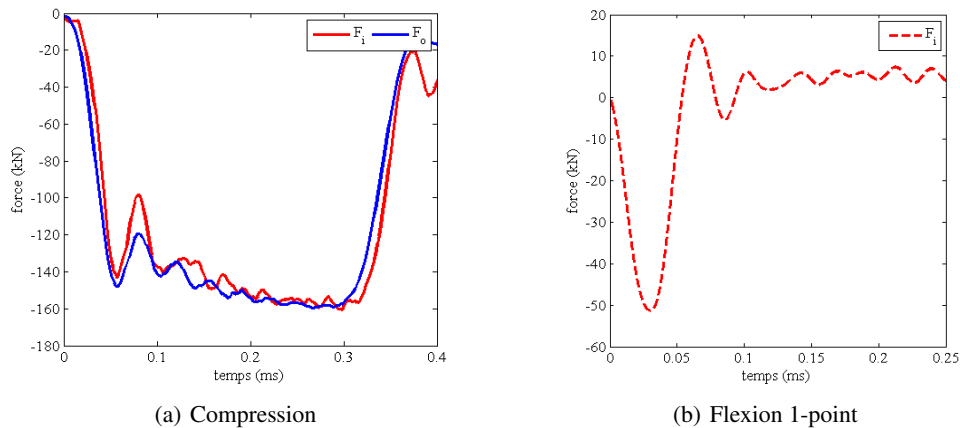
Paramètre	Unité	BF1	BF2
Résistance à la traction par fendage	MPa	6.9	7.4
Résistance à la traction par flexion	MPa	10.2	12.9
Résistance à la compression	MPa	76	87.4
Énergie de fissuration	N/m	900	9000
Module d'Young	GPa	44	41



**Figure 1.** Résultats de la campagne expérimentale quasi-statique.

## 2.2. Essais dynamiques

Sachant que le comportement du béton fibré diffère selon les vitesses de déformation, il est important de le tester sous des sollicitations dynamiques. Pour le faire, on utilise le dispositif expérimental des barres de Hopkinson [HOP 14]. Des essais de compression et de fendage dynamiques sont menés. On s'intéresse plus particulièrement à la résistance à la traction du matériau ainsi qu'à l'énergie de fissuration, paramètres caractéristiques de la rupture du matériau en traction. Ainsi, un essai de flexion 1-point est développé étant donné que les supports dans la configuration d'essai de flexion 3-points ne rentrent pas en jeu, avant la rupture de l'éprouvette [AKI 16]. Deux caméras rapides suivent l'essai de flexion 1-point des deux côtés de l'éprouvette et permettent l'extraction des champs de déplacements complets au cours de l'essai. De plus, le dépouillement des signaux classiques des barres de Hopkinson permet de fournir les efforts et les vitesses sur l'interface entre la barre et l'éprouvette. En compression, l'équilibre est atteint et les forces aux deux interfaces se superposent (Fig. 2(a)). En ce qui concerne l'essai de flexion 1-point, on a accès à l'effort au niveau de l'interface barre entrante-éprouvette (Fig. 2(b)).



**Figure 2.** Évolution des forces aux interfaces barre-éprouvette dans le temps pour les essais dynamiques.

## 2.3. Identification des paramètres par simulation d'essais

Lors de l'utilisation d'un modèle de comportement non linéaire, les informations dont on dispose n'ont pas de relation bijective avec les paramètres à déterminer. Ainsi, l'analyse inverse consiste à déterminer de manière indirecte les paramètres du modèle utilisé. On définit une fonction d'erreur, le résidu, qui quantifie la différence

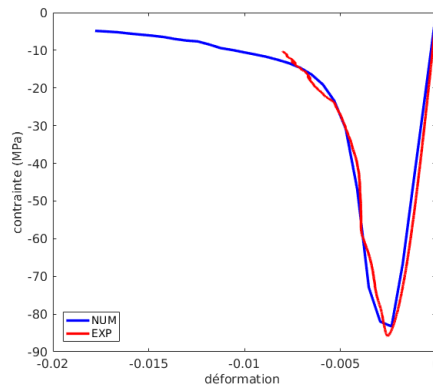
entre les informations issues des essais et de la simulation. On suppose en outre que la minimisation de cette fonction d'erreur donnera les paramètres réalistes du modèle et donc une modélisation optimale de la structure. La fonction *lsqnonlin* définie dans MATLAB, et basée sur l'algorithme des moindres carrés, permet de minimiser le résidu défini à l'équation 1. On choisit d'effectuer l'identification des paramètres à partir des simulations complètes des essais de compression et de traction quasi-statique ainsi que de l'essai de flexion 1-point dynamique. Le modèle utilisé pour la simulation numérique des essais avec LS-DYNA est décrit dans la partie 3.

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{sim}^{i,c}(\underline{x}) - f_{exp}^{i,c}}{\sum_{i=1}^n f_{exp}^{i,c}} \right)^2 + \left( \frac{y_{sim}^t(\underline{x}) - y_{exp}^t}{y_{exp}^t} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left( \frac{F_{sim}^{i,f}(\underline{x}) - F_{exp}^{i,f}}{\sum_{i=1}^n F_{exp}^{i,f}} \right)^2} \quad (1)$$

avec :

- $f_{sim}^{i,c}(\underline{x})$  : le point de la courbe force-déplacement de la réponse de la simulation en compression au pas de temps  $i$  pour le vecteur de paramètres  $\underline{x}$
- $f_{exp}^{i,c}$  : le point de la courbe force-déplacement de la réponse expérimentale en compression au pas de temps  $i$
- $y_{sim}^t(\underline{x})$  : la résistance en traction au pic obtenue par la simulation de l'essai pour le vecteur de paramètres  $\underline{x}$
- $y_{exp}^t$  : la résistance en traction au pic obtenue expérimentalement
- $F_{i,f}^{sim}(\underline{x})$  : le point de la courbe force-temps sur la face entrante de l'éprouvette de la réponse de la simulation en flexion 1-point au pas de temps  $i$  pour le vecteur de paramètres  $\underline{x}$
- $F_{i,f}^{exp}$  : le point de la courbe force-temps sur la face entrante de l'éprouvette de la réponse en flexion 1-point obtenue expérimentalement.

On montre la concordance entre les résultats expérimentaux et ceux de la simulation de l'essai de compression quasi-statique à la figure 3.



**Figure 3.** Réponses en compression : concordance entre expérimental et numérique.

### 3. Développement du modèle global

#### 3.1. Description du modèle

Dans l'approche envisagée, il est nécessaire de capturer à l'échelle globale les non-linéarités liées à la fissuration. D'où le besoin d'une modélisation continue pertinente à l'échelle de la structure.

Le processus de dégradation observé dans le matériau est décrit à l'échelle macroscopique dans un cadre continu avec une loi de comportement élasto-plastique avec endommagement et effet de vitesse, à savoir le modèle MAT-159 [MUR 07] implémenté dans LS-DYNA. Il s'agit d'une loi élasto-plastique avec endommagement où le comportement du matériau est élastique linéaire jusqu'à l'atteinte d'une certaine contrainte seuil. L'adoucissement (diminution des contraintes après l'atteinte du pic), la réduction du module d'Young ainsi que la dissymétrie du comportement en compression et traction sont pris en compte. Les effets de vitesse permettent de rendre compte

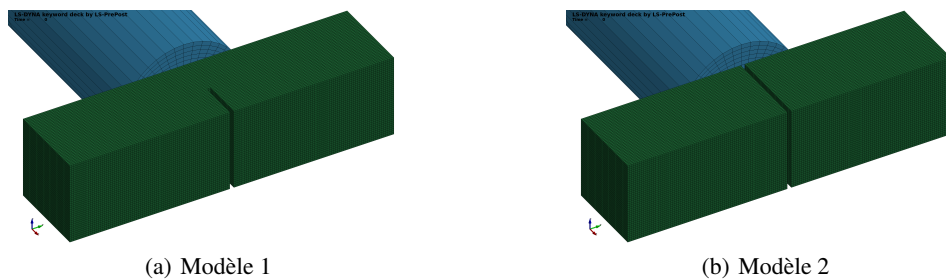
de l'amélioration des propriétés du matériau avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Les formulations d'effet de vitesse sont appliquées sur la surface de plasticité, d'endommagement (en décalant le seuil initial d'endommagement) ainsi que sur l'énergie de fissuration. Finalement, étant donné qu'il s'agit d'un modèle de comportement adoucissant, une méthode de régularisation est nécessaire pour éviter le problème de dépendance au maillage. Ainsi, dans le modèle l'énergie de fissuration est maintenue constante en introduisant une longueur interne ainsi qu'un paramètre énergétique.

**Tableau 2.** Détails du maillage EF

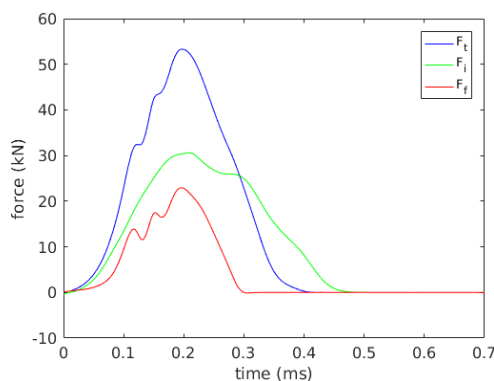
Entité	Nœuds	Éléments
Impacteur	4329	3680
Barre entrante	22126	20700
Échantillon	115816	107100

### 3.2. Méthode de calcul de l'énergie de fissuration en dynamique

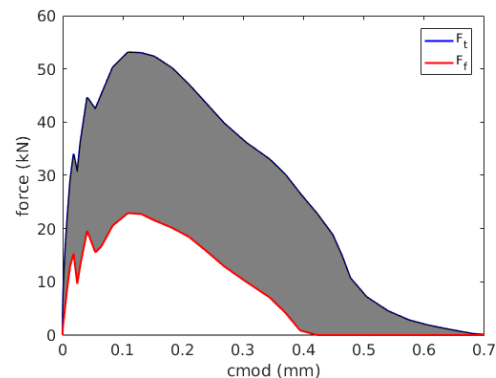
La méthode proposée ci-après est similaire à celle adoptée en quasi-statique. Ayant la force entrante et le déplacement au point de chargement, l'énergie de rupture dynamique est obtenue. Cependant, en raison de l'inertie de la poutre, la force de contact entre l'échantillon et la barre ne correspond pas à la charge réelle nécessaire à la rupture de la poutre. En effet, une partie de la force appliquée sert à accélérer la poutre depuis sa position de repos, tandis que seule une partie de la force d'impact sert en réalité à déformer et fissurer l'échantillon. Afin d'obtenir la force de "rupture" de l'échantillon, la charge inertielle doit être soustraite de la force mesurée au contact entre la barre et l'éprouvette. Il suffit alors de quantifier les efforts inertiels structurels et de les prendre en compte en les éliminant de l'effort total.



**Figure 4.** Les 2 modélisations nécessaires pour l'estimation de la force d'inertie structurelle et de la force effective.



**Figure 5.** Les forces "totale", "inertielle" et "effective".



**Figure 6.** L'énergie de fissuration selon la prise en compte ou pas des efforts inertiels.

Pour ce faire, on propose deux modèles : le premier représente l'essai de flexion 1-point aux barres de Hopkinson avec une éprouvette entaillée à mi-hauteur (Fig. 4(a)). Celui-ci permet de calculer l'effort total. Le second

représente le même usage mais avec une éprouvette entaillée 2017 toute la hauteur et (ainsi) formée de deux blocs indépendants (Fig. 4(b)). Il permet de remonter aux forces d'inertie structurelle devant être retranchée de l'effort total afin d'obtenir la force effective.

Les forces, totale, inertielle et effective, obtenues à partir des deux modèles présentés précédemment sont tracées sur la figure 5. L'énergie de fissuration, selon qu'on considère  $F_t$  ou qu'on soustrait la part inertielle  $F_i$  des forces, est représentée sous la courbe force-ouverture de fissure à la figure 6 pour les deux cas. Cette énergie est clairement sur-estimée dans le cas où on ne retranche pas la part des forces inertielles du calcul (partie en gris à la figure 6).

#### 4. Post-traitement numérique pour l'extraction de la fissuration

Les approches classiques de modélisation continue basées sur l'endommagement ou la plasticité permettent de décrire l'effet mécanique de la fissuration mais ne donnent généralement pas accès à l'ouverture de fissure. Elles doivent alors être complétées par des méthodes permettant la description de la discontinuité du déplacement. L'approche continue est ainsi explorée avec deux méthodes de post-traitement utilisées pour quantifier la fissuration qui sont décrites par la suite, suivie d'un cas d'application d'une poutre soumise à un chargement de flexion 1-point dynamique.

##### 4.1. Recherche topologique et approche continue-décontinue pour l'ouverture de fissure

Considérons un matériau isotrope avec un comportement non linéaire dont l'état est défini par un tenseur de déformation  $\varepsilon$  et un tenseur de contrainte  $\sigma$ . En faisant l'hypothèse que la partie du matériau étant dans un régime élastique conserve les mêmes propriétés que le matériau vierge initial, on peut exprimer la déformation anélastique selon :

$$\varepsilon^{an} = \varepsilon^{tot} - C^{-1} : \sigma \quad (2)$$

avec  $\varepsilon^{tot}$  la déformation totale et  $C$  le tenseur d'élasticité.

Dans le cadre des matériaux quasi-fragiles, en faisant l'hypothèse que l'ensemble des non linéarités participe au processus de fissuration, on peut associer la déformation anélastique au processus d'endommagement qui pourrait être, en considérant certaines hypothèses, caractéristique de la fissuration. A partir de cette quantité, on cherche à déterminer les quantités caractéristiques de la fissuration (i.e. position et ouverture).

Une première étape consiste à localiser la position de la fissure. Cette information, correspondant à une donnée topologique, peut être identifiée à partir de l'analyse d'un champ représentatif de la fissuration. La méthode considérée est explicitée en détail dans [BOT 15]. La procédure exposée dans ce travail propose une modification de la méthode initiale afin de déterminer la direction de la fissuration. Soit un point  $P_i$  du domaine  $\Omega$  et un champ de déformation anélastique  $\varepsilon^{an}$ . La direction de la normale à la fissure  $\theta_{fiss}$  est définie par le problème de maximisation suivant l'équation :

$$\theta_{fiss} = \max_{\theta} \{ \theta \in [0, \pi[; |[u]|(\theta, \varepsilon^{an}) \} \quad (3)$$

On se propose d'exprimer une quantification de l'ouverture de fissure en mode I sous une forme générale en se basant sur le formalisme proposé dans [DUF 12]. Cette méthode se base sur une analogie entre le champ de déformation issu d'une discontinuité forte et le champ de déformation obtenu par un calcul aux éléments finis. Afin de permettre cette comparaison, Dufour et al. [DUF 08] propose d'appliquer un filtre sur les champs de déformation grâce à un produit de convolution avec une fonction  $\phi$ . En considérant une hypothèse supplémentaire pour égaliser les deux champs convolués, on aboutit à une quantification de l'ouverture de fissure  $[|u|]$ . L'hypothèse choisie est de considérer les maximums des champs convolués comme égaux au droit de la fissure (i.e.  $x_f = x_0$ ). On obtient alors l'ouverture de fissure telle que :

$$[|u|] = \int_{\ell} \varepsilon_{FE}(s) \cdot \phi(x_0 - s) ds \quad (4)$$

##### 4.2. Approche globale/locale pour l'extraction de la fissure

Cette méthode se base sur une analyse globale réalisée sur l'ensemble de la structure à l'aide d'un modèle non-linéaire basé sur une discrétisation par éléments finis. Elle consiste ensuite en une ré-analyse non-intrusive à l'échelle locale. Elle est réalisée avec un modèle discret afin d'en extraire des informations fines concernant les fissures. La méthode considérée étant détaillée dans [OLI 13], on explicite en bref les étapes successives de

l'analyse. La région d'intérêt (ROI) est d'abord définie en fonction de la zone de chargement résultant de l'analyse globale. Ensuite, les conditions aux limites sont générées en extrayant le champ de déplacement continu et en l'appliquant sur les bords non libres de la ROI; le transfert du champ de déplacement de l'échelle globale à l'échelle locale est fait via les fonctions de forme des éléments finis utilisés pour le calcul global. Puis, afin d'assurer une corrélation optimale entre le modèle local et le modèle global, les paramètres du modèle discret sont identifiés. Le calcul local est fait ensuite avec le modèle particulière DEAP initialement proposé par Delaplace [DEL 08].

### 4.3. Cas-test : Post-traitement numérique de l'essai de flexion 1-point dynamique

Nous proposons dans cette dernière partie, l'étude d'un cas test sous sollicitations dynamiques. Une éprouvette prismatique de section carrée de dimension  $d=4\text{cm}$  et de longueur  $4d$  entaillée à mi-hauteur, a été soumise à un chargement de flexion un-point aux barres de Hopkinson. Le matériau est un béton fibré et présente les caractéristiques suivantes :  $E=41\text{GPa}$ ,  $f'_c=84\text{MPa}$ ,  $f_t=7.1\text{MPa}$  et  $\nu=0.23$ . La vitesse du projectile est limitée à  $8\text{ m/s}$ . Pour le post-traitement à l'échelle locale avec le modèle aux éléments discrets DEAP, le maillage de la zone de ré-analyse, constitué de 3500 particules, est superposé au maillage global sur la figure 7. Les lignes rouges indiquent les frontières sur lesquelles les déplacements globaux sont appliqués. On extrait la carte de résidus du

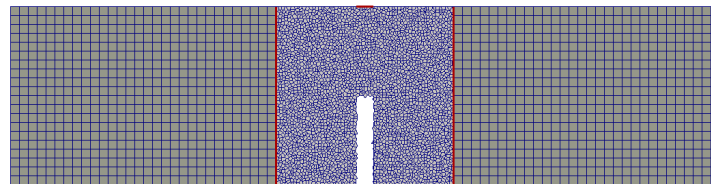


Figure 7. Maillage aux éléments discrets de la zone de ré-analyse.

post-traitement de l'essai aux barres de Hopkinson via la corrélation d'images numériques à la Fig. 8(a)). Le résidu étant l'écart quadratique moyen entre les niveaux de gris des images de référence et déformée, il peut être considéré comme un indicateur de la fissuration. Le trajet de fissuration expérimental, marqué en jaune sur la figure 8(a), est comparable à ceux obtenus numériquement (Figs. 8(b) et 8(c)). Il en est de même pour la longueur de fissure. À noter que pour l'approche aux éléments discrets, l'aléa introduit dans la génération de maillage ainsi que dans les seuils de rupture des poutres peut être à l'origine de différences en termes de trajets de fissures. Les ouvertures de fissure obtenus par l'approche aux éléments discrets sont en adéquation avec ceux obtenus par la méthode de discontinuité forte.

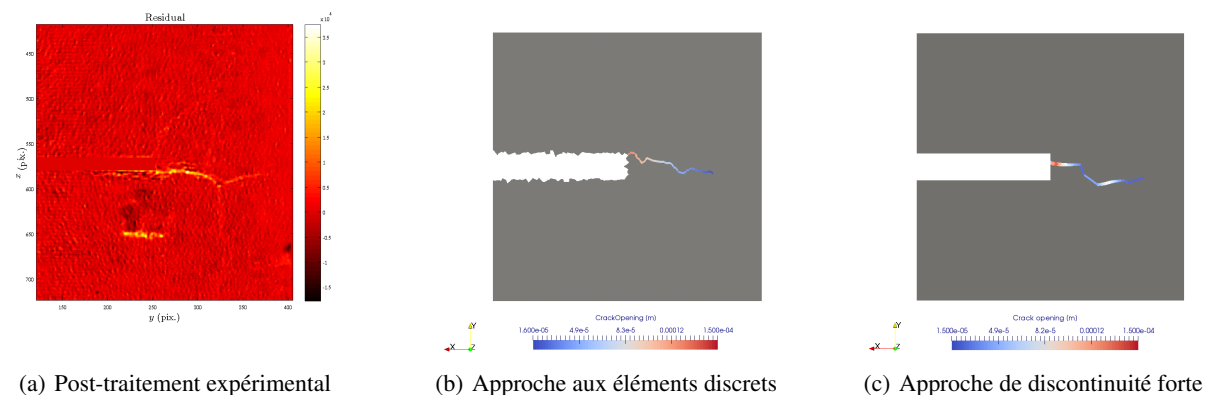


Figure 8. Trajets de fissure obtenus expérimentalement et numériquement via les deux approches.

## 5. Conclusion

La campagne expérimentale présentée, menée sur des éprouvettes en béton de fibres, avait pour objectif de comprendre le comportement global et local de ce matériau. La mise en œuvre de l'essai de flexion 1-point dy-

namique est décrit. L'ensemble des essais sont réalisés en 2017, identifiés par le paramètre "matériau" de la loi de comportement qui sera utilisée pour la modélisation globale de l'essai de chute de colis. Un accent particulier est mis sur le paramètre d'énergie de fissuration dynamique. En effet, il est nécessaire de prendre en compte les effets inertiels structurels afin d'éviter de le sur-estimer. La méthode développée pour quantifier l'énergie de fissuration effective en dynamique est ainsi décrite. Ensuite, sachant que la simulation de l'essai donne accès à des informations globales quant au comportement à la rupture de la structure, une ré-analyse locale du calcul élément fini via deux méthodes permet l'extraction d'informations à propos de la fissuration : l'une basée sur une comparaison d'un champ issu d'une discontinuité forte et du même champ issu d'un calcul éléments finis et l'autre est une méthode globale/locale qui introduit un modèle mécanique aux éléments discrets à l'échelle plus fine pour obtenir des informations sur la fissure en utilisant le champ de déplacement issu du calcul élément fini comme conditions aux limites. Un premier cas-test de post-traitement numérique, avec les deux approches proposées, d'une poutre soumise à un essai de flexion 1-point dynamique, donne accès aux informations quantitatives relatives à la fissuration. Le trajet de fissure ainsi que la longueur de fissure retrouvés numériquement sont assez comparables à ceux extraits expérimentalement. Les ouvertures de fissure obtenus via les deux approches de post-traitement numérique sont bien en adéquation. Une comparaison des ouvertures de fissure entre expérimental et numérique est prévue afin de valider les deux approches, le but final étant d'extraire les informations fines relatives à la fissuration d'un colis soumis à un impact.

## 6. Bibliographie

- [AIE 12] AIEA, Règlement de transport des matières radioactives, rapport n° SSR-6, Agence Internationale de l'Energie Atomique, 2012.
- [AKI 16] AKIKI R., GATUINGT F., GIRY C., SCHMITT N., STÉFAN L., « Modeling and simulation for an optimized design of a dynamic bending test », *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, p. 242–253, 2016.
- [BOT 15] BOTTONI M., DUFOUR F., GIRY C., « Topological search of the crack pattern from a continuum mechanical computation », *Engineering Structures*, p. 346–359, 2015.
- [DEL 08] DELAPLACE A., Modélisation discrète appliquée au comportement des matériaux et des structures, PhD thesis, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches de l'École Normale Supérieure de Cachan, 2008.
- [DUF 08] DUFOUR F., PIJAUDIER-CABOT G., CHOINSKA M., HUERTA A., « Extraction of a crack opening from a continuous approach using regularized damage models », *Computers and Concrete*, p. 375–388, 2008.
- [DUF 12] DUFOUR F., LEGRAIN G., PIJAUDIER-CABOT G., HUERTA A., « Estimation of crack opening from a two-dimensional continuum-based finite element computation », *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, p. 1813–1830, 2012.
- [HOP 14] HOPKINSON B., « A Method of Measuring the Pressure Produced in the Detonation of High Explosives or by the Impact of Bullets », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 213, p. 37-456, 1914.
- [MUR 07] MURRAY Y., Users Manual for LS-DYNA Concrete Material Model 159, rapport, 2007.
- [OLI 13] OLIVER-LEBLOND C., DELAPLACE A., RAGUENEAU F., RICHARD B., « Non-intrusive global/local analysis for the study of fine cracking », *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, p. 973–992, 2013.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier New AREVA pour le financement du projet dans le lequel cette étude s'inscrit.