
Modélisation tridimensionnelle d'une poutre sandwich en utilisant la solution exact de Saint-Venant.

Mourad Khebizi^{1,2}, Mohamed Guenfoud¹, & Hamza Guenfoud¹

¹ Laboratoire de Génie civil et d'Hydraulique, Université 8 mai 1945, Guelma, Algérie.

² Département de génie civil, Université des Frères Mentouri, Constantine, Algérie.

E-mail : mourad_gc@yahoo.fr

RÉSUMÉ. Dans cette communication, nous avons présenté une modélisation tridimensionnelle du comportement mécanique d'une poutre sandwich sollicitée à la flexion simple, en utilisant la théorie des poutres de Saint-Venant (3D) dans laquelle la section est libre de se déformer dans son plan (effets de Poisson) et hors plan (gauchissement). Cette poutre est composée par une couche d'âme isotrope intercalée entre deux peaux isotropes. Les résultats numériques obtenus sont très satisfaisants et prouvent la performance de la modélisation tridimensionnelle.

ABSTRACT. In this communication, we present a three-dimensional mechanical behaviour modelling of functionally graded sandwich beam subjected to simple bending, by using the Saint-Venant's beam theory (3D) in which the section is free to deformed in its plane (Poisson's effects) and out of plane (warping). This beam is composed by an isotropic core layer intercalated between two isotropic. The numerical results obtained are very satisfactory and prove the performance of three-dimensional modelling.

MOTS-CLÉS : modélisation, poutre sandwich, théorie de Saint-Venant, comportement mécanique, flexion.

KEY WORDS: modelling, sandwich beam, Saint-Venant's theory, mechanical behaviour, bending.

1. Introduction

Dans ces dernières années, les matériaux composites sont largement utilisés dans le domaine de l'industrie. Parmi les matériaux composites, les structures sandwichs composées d'une âme légère intercalée entre deux peaux rigides et résistantes possèdent des propriétés spécifiques en flexion extrêmement intéressantes [MON 16]. Ces structures peuvent aussi posséder d'autres fonctionnalités, telles que l'isolation thermique, l'amortissement des vibrations ou encore la protection contre les chocs [MON 16]. Les structures sandwichs peuvent être des poutres, des plaques des coques.

L'utilisation fréquente des structures sandwichs nécessite le développement des modèles mathématiques précis capables de décrire les réponses statique, cyclique et dynamique de ces structures. Récemment, plusieurs chercheurs ont développé des modèles analytiques et numériques pour étudier le comportement thermique et mécanique de des structures sandwichs [VAL 17], [LIM 04], [BEK 07], [MIN 2002].

Les pluparts de ces modèles reposent sur des hypothèses simplificatrices, telles que celle liées à la cinématique de poutres. Par exemple, la théorie d'Euler-Bernoulli et celle de Timoshenko supposent que la section est indéformable (pour Bernoulli, la section reste en plus perpendiculaire à l'axe de la poutre après déformation).

C'est pourquoi nous avons étudié dans cet article, le comportement statique d'une poutre sandwich en utilisant la théorie de poutre exact construite sur la solution tridimensionnelle de Saint-Venant [LAD 98], [ELF 12], dans laquelle le modèle cinématique inclut la déformation de la section dans son plan (effets de Poisson) et hors plan (gauchissement). Cette théorie est assez différente des théories classiques d'Euler-Bernoulli, Timoshenko et de leurs extensions.

2. Applications

Dans cette section, nous avons étudié le comportement d'une poutre sandwich ($L=100mm$, $h=22mm$, $b=20mm$) sollicitée à la flexion simple. La poutre est composée par une couche d'âme intercalée entre deux peaux fines (figure 1). Les propriétés mécaniques de chaque couche sont présentées dans le tableau 1.

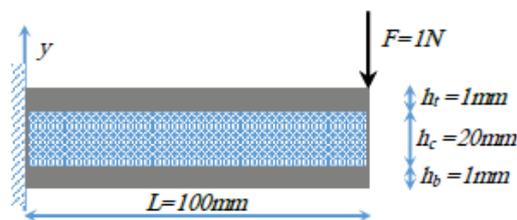


Figure 1. Géométrie et chargement de la poutre sandwich

Tableau 1. Propriétés mécaniques de la poutre sandwich.

Propriété mécanique	Couche de peau	Couche d'âme
Module de Young	7000000 Pa	105000 Pa
Coefficient de Poisson	0.345	0.495

Le logiciel CSB développé par El Fatmi et Zenzri [ELF 02] est utilisé dans ce travail pour modéliser la poutre sandwich en utilisant la théorie des poutres de Saint-Venant tridimensionnel dans laquelle la section est libre de se déformer dans son plan (effets de Poisson) et hors plan (gauchissement).

La figure 2 représente la variation de la flèche (w) le long de la ligne moyenne de poutre sandwich, obtenue par la solution tridimensionnelle de Saint-Venant.

La figure 2 représente les six (06) modes de déformations de la section de la poutre sandwich associés aux six efforts interne (T_x , T_y , N , M_x , M_y , M_t) : les trois modes en couleur rouge sont associés aux effets de Poisson, tandis que les trois modes en couleur bleu sont associés gauchissement (déformation hors plan de la section).

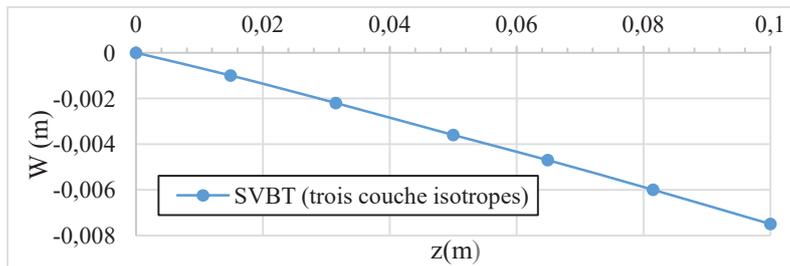


Figure 2. Déflexion le long de la ligne moyenne de la poutre sandwich, obtenue par la théorie de Saint-Venant

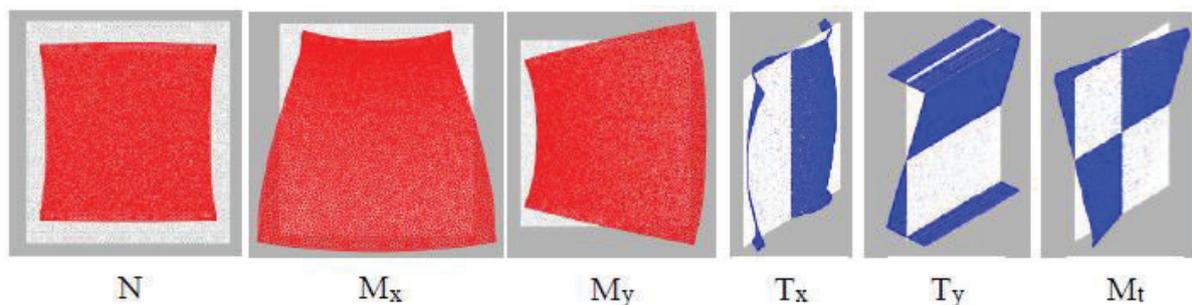
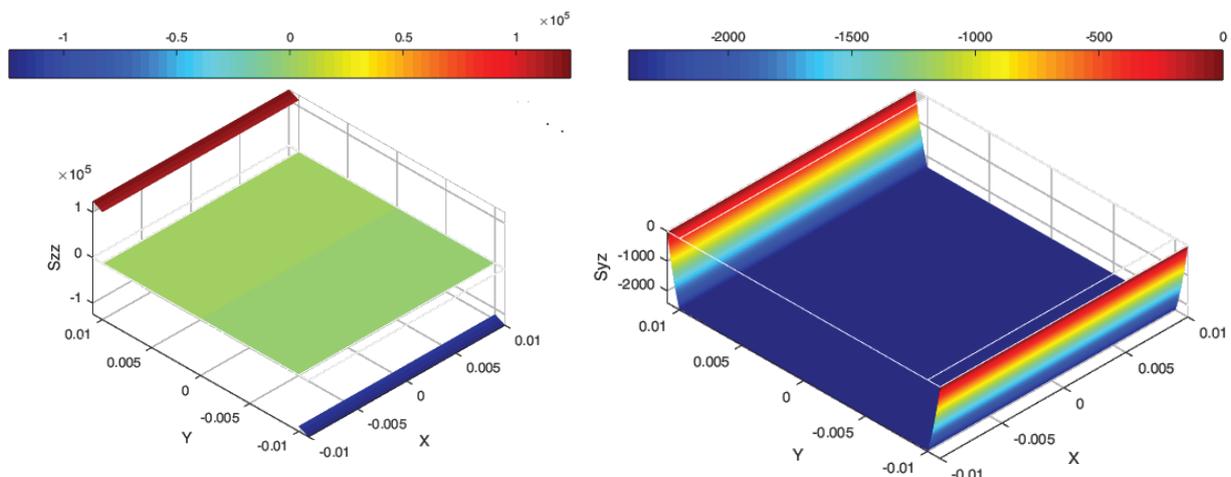


Figure 2. Modes de déformation de la section : Effets de Poisson associés à N , M_x , M_y et Gauchissement associés à T_x , T_y , M_t .

La figure 3 présente respectivement la distribution tridimensionnelle du champ de contrainte axiale, S_{zz} , et tangentielle, S_{yz} , au droit d'une section médiane ($z=L/2$) de la poutre obtenue par la théorie de Saint-Venant. Nous voyons sur la figure 3(a) que la contrainte axiale est maximale dans les deux couches de peaux. Par contre la contrainte axiale est presque nulle dans la couche d'âme de la poutre sandwich.

La figure 3(b) montre que la distribution de la contrainte tangentielle est uniforme sur la section de dans la couche d'âme avec une valeur maximale égale 2.40 kPa. Dans les couches de peaux nous avons constaté que la contrainte tangentielle est faible par rapport à celle de la couche d'âme.

La figure 4 montre l'allure de la distribution de la contrainte axiale et tangentielle à travers l'épaisseur de la poutre à $x = b/2$.



(a) : Contrainte axiale

(b) : Contrainte tangentielle

Figure 3. Distribution 3D du champ de contraintes au droit d' section médiane ($z=L/2$) de la poutre sandwich, obtenu par la théorie 3D de Saint-Venant.

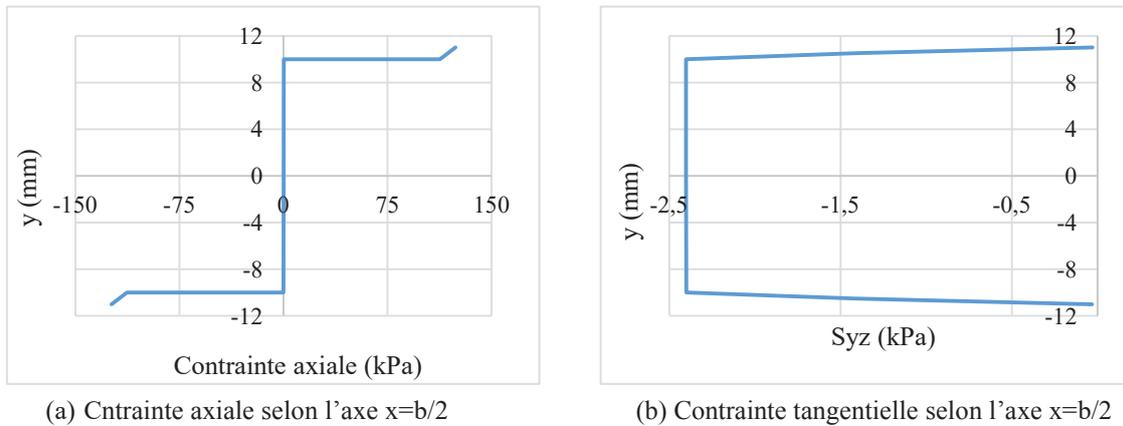


Figure 4. Distribution du champ de contrainte selon la hauteur d'une section à mi-travée ($z=L/2$ et $x=0$) de la poutre sandwich, obtenu par la théorie 3D de Saint-Venant. : (a) Contrainte axiale, (b) contrainte tangentielle

3. Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié le comportement mécanique d'une poutre sandwich en utilisant la théorie des poutres tridimensionnelles de Saint-Venant, dans laquelle le modèle cinématique prend en considération la déformation de la section dans son plan (Effets de Poisson) et hors plan (Gauchissement). Une application numérique a été étudiée, dans laquelle nous avons modélisé une poutre sandwich (console) sollicitée à la flexion simple et composée par deux couches de peau et une âme. Les résultats numériques obtenus montrent l'efficacité de notre modélisation tridimensionnelle.

4. Bibliographie

- [BEK 07] BEKUIT J.J.R.B., OGUAMANAM D.C.D, DAMISA O., « A quasi-2D finite element formulation for the analysis of sandwich beams », *Finite elements in analysis and design*, vol. 43, 2007, p. 1099-1107.
- [LAD 98] LADEVÈRE P., SIMMONDS J., « Nous concepts for linear beam theory with arbitrary geometry and loading », *European Journal of Mechanics, A. Solids*, vol. 17, n°3, 1998, p. 377-402.
- [ELF12] ELFATMI R., « A Matlab tool to compute the mechanical characteristics of any composite section », *Revue des Composites et des Matériaux Avancés*, vol. 3, 2012, p. 395-413.
- [ELF02] ELFATMI R., ZENZRI H., « On the structural behavior and the Saint Venant solution in the exact beam theory Application to laminated composite beams », *Computers and Structures*, vol. 80, 2002, p. 1441-1456.
- [LIM 04] LIM T.S., LEE C.S., LEE D.G., « Failure modes of foam core sandwich beam under static and impact loads », *Journal of composite materials*, vol. 38, n° 18, 2004, p. 1639-1662.
- [MIN 02] MINES R.A.W., ALIAS A., « Numerical simulation of the progressive collapse of polymer composite sandwich beam under static loading », *Somposites :Part A*, vol. 33, 2002, p. 11-26.
- [MON 16] MONTI A., *Elaboration et caractérisation mécanique d'une structure composite sandwich à base de constituants naturels*, Thèse de doctorat, Université de Maine, France, 2016.