

---

# Ajustement des paramètres du Modèle d'Empilement Compressible sur des classes granulaires étendues

Rachid ZENTAR<sup>1</sup>, Mokrane BALA<sup>1</sup>, Pascal BOUSTINGORRY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut Mines Telecom Lille-Douai, LGCgE-GCE, 764 bd Lahure, BP 10838, 59508 Douai, France. mokrane.bala@imt-lille-douai.fr

<sup>2</sup>CHRYSO France, 7 rue de l'Europe - Z.I. - 45300 Sermaises du Loiret, France. pascal.boustingorry@chryso.com

---

*RÉSUMÉ. La compacité des granulats est la grandeur physique la plus représentative d'un mélange granulaire : elle associe la taille des grains (distribution granulaire) et leur morphologie (forme et rugosité). Il y a 20 ans, le modèle d'empilement compressible (MEC) a été développé par de Larrard. Ce modèle a défini trois paramètres importants dans la prédiction de la compacité à savoir : le coefficient d'effet de paroi, le coefficient d'effet de desserrement et l'indice de serrage. L'identification de ces paramètres a été réalisée sur des classes granulaires élémentaires étroites ce qui peut être long et difficile à réaliser. Dans le contexte actuel, les ressources en granulats s'appauvrissent de plus en plus. Une étude de formulation de béton impose dans ce cas des études fréquentes de compacité. Dans ce travail de recherche, nous avons élaboré une stratégie pour identifier les paramètres du MEC dans le cas des classes granulaires étendues. Cela afin de réduire le nombre d'essais à réaliser dans une étude de compacité de plusieurs classes granulaires. Les résultats de la modélisation montrent une bonne concordance avec l'expérience dans le cas des mélanges de granulats concassés et roulés.*

*ABSTRACT. The packing density of aggregates is the most representative physical parameter of the granular mixtures: it combines the grain size (particle size distribution) and the morphology of grains (shape and roughness). Twenty years ago, the Compressible Packing Model (CPM) was developed by de Larrard. This model involves three important parameters in the prediction of packing density: the wall effect coefficient, the loosening effect coefficient and the compaction index. The identification of these parameters has been made on elementary granular classes (small particle size distributions) which can be time consuming and difficult to achieve. Actually, aggregate resources are increasingly impoverished. In this case, concrete mix design require frequent optimization of packing density of granular mixtures. In this research work, we have elaborate a strategy to determine CPM parameters for large particle size distributions of granular mixtures. This allows reducing the number of tests to optimize packing density study of granular mixtures. The results of the modelling show a good agreement with the experiment in the case of crushed and rolled granular mixtures.*

*MOTS-CLÉS : Compacité, coefficients d'interaction, indice de serrage, granulats concassés, granulats roulés.*

*KEY WORDS: Packing density, interaction coefficients, compaction index, crushed aggregates, rolled aggregates.*

---

## 1. Introduction

Dans le domaine du génie civil, le béton représente une matière première indispensable offrant souvent le meilleur choix technico-économique pour la construction des ouvrages de bâtiment et de travaux publics. Les granulats dans le béton se présentent sous différentes tailles et formes. Ils atteignent jusqu'à 80% du volume total du béton et peuvent être d'origine naturelle, artificiels (sous-produit industriel) ou recyclés. La propriété la plus importante des granulats est leur compacité. Dans le béton, l'optimisation de la compacité des mélanges granulaires permet non seulement de minimiser la quantité de ciment incorporée, mais aussi d'améliorer sa performance et sa durabilité [Andersen 1995; De Larrard 2000].

Dans les méthodes classiques de formulation de béton, les mélanges granulaires sont déterminés par un procédé empirique, souvent à partir des courbes granulométriques dites « idéales », comme pour les travaux de Fuller & Thompson (1907) d'Andreasen & Andersen (1929) ou de Dreux (1970). Ces procédés ne permettent pas de prédire la compacité et nécessitent plusieurs séries d'expériences pour l'optimisation de l'empilement granulaire.

Avec l'émergence des bétons modernes et des bétons spéciaux au 20<sup>ème</sup> siècle (tels que les Bétons à Hautes Performances, les bétons autoplaçants,...), les méthodes de formulation de béton par les courbes granulométriques « idéales » se sont avérées difficiles, voir infructueuses, vu qu'on arrive rapidement à cinq échelles de grains qui sont : les ultrafines (additions minérales, fumées de silice, etc...), les fines (sables de carrières, fines calcaires,...), les sables (grossiers), les petits gravions et les gros gravillons. De plus, les sources de granulats naturels de qualité sont de plus en plus rares.

Afin de surmonter ces difficultés, plusieurs modèles ont été développés pour prédire la compacité d'un empilement granulaire multi-échelle. Bien que plusieurs approches existent pour la prédiction de la compacité [Reisi and Nejad 2011; Sadok et al. 2016; Roquier 2018], le MEC reste parmi les modèles les plus précis et les plus simples à appliquer. Dans le cadre du MEC, la prédiction de la compacité est possible après détermination des coefficients d'effet de paroi ( $b_{ji}$ ) et d'effet de desserrement ( $a_{ij}$ ) (Equations 1) ainsi que le coefficient d'indice de serrage ( $K$ ) (Equation 2). Des formules simplifiées des coefficients  $a_{ij}$  et  $b_{ji}$  (Equation 3) ont été proposées après calibration de ces derniers sur des mélanges binaires de granulats de différentes natures (concassés et roulés) [De Larrard 2000; Lecomte et al. 1997]. Les résultats de prédiction par le MEC donnent des erreurs qui ne dépassent pas 0,77% pour les granulats roulés et 1,71% pour les granulats concassés [De Larrard 2000].

$$a_{ij} = \beta_j \left( \left. \frac{\partial e}{\partial y_j} \right|_{y_j=0} + \frac{1}{\beta_i} \right) \quad b_{ji} = \frac{\frac{1}{\beta_j} - 1 - \left. \frac{\partial e}{\partial y_j} \right|_{y_j=1}}{\frac{1}{\beta_i} - 1} \quad [1]$$

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \frac{y_i / \beta_i}{C} \quad [2]$$

$$a_{ij} = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{d_j}{d_i}\right)^{1,02}} \quad b_{ji} = 1 - \left(1 - \frac{d_i}{d_j}\right)^{1,5} \quad [3]$$

$y_i$  étant les proportions volumiques de chacune des classes granulaires,  $\beta_i$  est leur compacité lorsqu'elles sont empilées isolément,  $e$  est l'indice des vides du mélange,  $d_i$  est le diamètre nominal maximal,  $C$  est la compacité mesurée pour une énergie de serrage donnée et  $\gamma_i$  est la compacité virtuelle du mélange donnée par l'Equation 4.

$$\gamma_i = \frac{\beta_i}{1 - \sum_{j=1}^{i-1} y_j \left(1 - \beta_j + \beta_j b_{ij} \left(1 - \frac{1}{\beta_i}\right)\right) - \sum_{j=i+1}^n y_j \left(1 - a_{ij} \frac{\beta_j}{\beta_i}\right)} \quad [4]$$

En effet, dans le MEC les fonctions de  $a$  et  $b$  ont été calibrées sur des classes granulaires élémentaires en respectant d'une part un rapport  $D_i/D_j < 4$  et d'autre part un rapport  $d_i/D_i > 0,1$  ( $d$  et  $D$  étant les diamètres minimal et maximal d'une classe granulaire) pour que les coupures élémentaires soient le plus unimodales possible [De Larrard 2000]. Dans le cadre d'une étude d'optimisation d'une formulation de béton, ce travail s'avère long et coûteux. Dans ce papier, nous allons calibrer le MEC dans le cas de classes granulaires étendues  $d/D < 0,1$  (notamment pour le sable) et pour des rapports  $D_i/D_j > 4$ . Cela ne nécessite aucun travail de tamisage au préalable pour obtenir des classes élémentaires. Notre objectif est d'économiser le temps et les matériaux dans les études de compacité des mélanges granulaires pour le béton.

## 2. Méthodes, matériel et matériaux

Les compacités ont été mesurées sur des mélanges binaires de granulats concassés et roulés afin de déterminer les coefficients d'interactions granulaires pour chaque type de granulats. Dans le Tableau 1 sont répertoriés les granulats de l'étude et les différentes combinaisons étudiées entre sable et graviers. En considérant le diamètre nominal maximal de chaque classe, l'effet du rapport des tailles  $D_1/D_2$  et de la forme des grains sur la compacité est mis en exercice. La variation des proportions d'une classe granulaire dans le mélange binaire s'élève à 5% dans les parties extrêmes de la courbe du mélange et à 10% au centre. Cela afin de mesurer l'impact des effets d'interaction granulaire vu précédemment (effet de paroi et effet de desserrement).

**Tableau 1.** Nature des granulats étudiées et programme expérimental sur les mélanges binaires

Type de granulats	Provenance	Classe granulaire d/D	Masse volumique réelle [t/m <sup>3</sup> ]	Mélanges binaires	Rapport D <sub>1</sub> /D <sub>2</sub>
Roulés	Chevrières	Sable 0/4	2,55	SC 0/4 + GC 12/20	5
		Gravier 4/10	2,43	SC 0/4 + GC 4/10	2,5
	Decize	Gravier 10/20	2,54	GC 4/10 + GC 12/20	2
Concassés	Boulonnais	Sable 0/4	2,69	SR 0/4 + GR 11/22	5
		Gravier 4/10	2,67	SR 0/4 + GR 4/10	2,5
		Gravier 10/20	2,67	GR 4/10 + GR 11/22	2

Les compacités des mélanges granulaires ont été mesurées selon le mode opératoire LPC N°61 [LEDEE et al. 2004]. Il consiste à appliquer des chocs successifs à un mélange granulaire placé dans un cylindre (table à secousses) lui permettant ainsi de se réarranger dans une configuration plus dense. Les matériaux ont été utilisés dans leur état brut (c.à.d sans tamisage à 63 microns). Cela n'influe pas les résultats de mesure de compacité à la table à secousses et n'affecte pas la répétabilité de l'essai [Bala et al. 2018a; Bala et al. 2018b].

## 3. Résultats et discussions

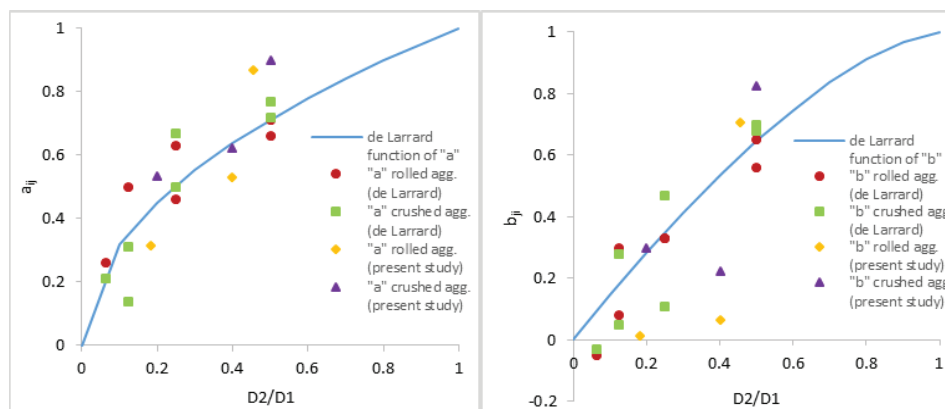
Les principales propriétés des granulats de l'étude sont répertoriées dans le Tableau 2. La masse volumique absolue a été mesurée selon la norme européenne NF EN 1097-6 et l'analyse granulométrique a été effectuée suivant la norme européenne NF EN 933-1.

**Tableau 2.** Principales caractéristiques des granulats de l'étude

Nature des granulats	Granulats calcaires concassés			Granulats alluvionnaires roulés		
	Sable 0/4	Gravier 4/10	Gravier 12/20	Sable 0/4	Gravier 4/10	Gravier 11/22
Teneur en fines < 63 µm [%]	6,2	1,0	0,8	1,3	1,7	0,1
d <sub>50</sub> [mm]	0,7	7,2	15,2	0,4	7,0	16,0
Module de finesse (pour les sables)	3,2	-	-	3,4	-	-
M.V absolue [g/cm <sup>3</sup> ]	2,726	2,735	2,711	2,626	2,648	2,626

Une première modélisation des compacités expérimentales a été effectuée avec les formules simplifiées des coefficients d'interactions (Equation 3). Dans ce cas, le MEC arrive à prédire les compacités expérimentales avec une erreur moyenne de 3,2% pour les granulats concassés et 1,7% pour les granulats roulés. Toutefois, les données expérimentales et théoriques analysées par de Larrard [De Larrard 2000] ont révélées une erreur moyenne de 1,71% pour les granulats concassés et 0,77% pour les granulats roulés. Afin d'optimiser les résultats de la modélisation, nous avons décidé de calibrer les coefficients d'interactions granulaires a et b sur nos mélanges granulaires binaires à l'aide des formules de l'Equation (2).

En effet, dans les travaux de de Larrard, les coefficients a et b ont été déterminés aux limites des courbes de variation de l'indice des vides en fonction des proportions des petits grains. En suivant ce cheminement et on se basant sur les formules de l'Equations (1) vu précédemment, nous avons procédé à l'étalonnage des coefficients a et b sur les granulats de l'étude. Les coefficients d'interactions déterminés sont donnés dans la Figure 1.



**Figure 1.** Coefficients d'effet de desserrement (à gauche) et de paroi (à droite) déterminés sur les mélanges de granulats concassés et roulés

Comme montré sur la Figure 1, les valeurs des coefficients  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  obtenues sur des classes granulaires larges sont semblables à celles trouvées par de Larrard [De Larrard 2000]. Après détermination des coefficients d'interaction sur les mélanges, une deuxième modélisation de la compacité a été réalisée. Les écarts entre le modèle et l'expérience ont pu être minimisés dans ce cas à 1,6% pour les granulats concassés et 0,9% pour les granulats roulés. Cela nous permet de dire qu'aucun travail de tamisage pour obtenir des classes granulaires élémentaires n'est nécessaire pour atteindre les meilleures performances du MEC. Cependant, il semble nécessaire de calibrer les coefficients d'interaction ou de définir de nouvelles fonctions pour les représentées.

#### 4. Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié la compacité des mélanges binaires de granulats concassés et roulés. Au bout de cette étude nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- ✓ Les résultats de modélisation par le MEC ont montré que le calcul des coefficients d'interactions granulaires par les formules simplifiées est insuffisant pour avoir une bonne prédiction.
- ✓ Les formules simplifiées de  $a$  et  $b$  ne prennent en considération que les paramètres de taille (diamètre maximale des granulats) sans les paramètres de forme (une seule loi pour les deux types de granulats).
- ✓ Les formules préétablies du MEC pour les coefficients d'interactions granulaires ( $a$  et  $b$ ) ne coïncident pas dans tous les cas avec les valeurs calées sur les courbes expérimentales des mélanges binaires.
- ✓ Il a été démontré aussi dans la présente étude que le MEC peut être appliqué sur des classes granulaires étendues sans avoir besoin de créer des sous-classes élémentaires.

Les perspectives de cette étude sont l'optimisation de la compacité des mélanges granulaires ternaires pour les bétons et le recours à des méthodes de l'intelligence artificielle qui permettront peut-être de ré-établir de nouvelles formules de calcul des paramètres du MEC, notamment les coefficients d'interaction granulaire.

#### Bibliographie

- ANDERSEN, P.J. 1995. Particle packing and concrete properties. *Materials Science of Concrete II*, 111–146.
- BALA, M., ZENTAR, R., AND BOUSTINGORRY, P. 2018a. Etude d'impact de la forme des granulats sur les paramètres du modèle d'empilement compressible. 36èmes Rencontres de l'AUGC, Saint-Etienne, France. 1–4.
- BALA, M., ZENTAR, R., AND BOUSTINGORRY, P. 2018b. Parameter analysis of the compressible packing model for Concrete application. 12th fib International PhD Symposium in Civil Engineering. Prague, Tchéque. 1–8.
- DE LARRARD, F. 2000. *Structures granulaires et formulation des bétons*. Etudes Rech. Lab. Ponts Chaussées, vol. OA 34, p. 414.
- LECOMTE, A., ZENNIR, A., AND DE LARRARD, F. 1997. Modèle de suspension solide et formulation de bétons calcaires en Lorraine. *BULLETIN-LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSEES*, 41–52.
- LEDEE, V., DE LARRARD, F., SEDRAN, T., AND BROCHU, F. 2004. Essai de compacité des fractions granulaires à la table à secousses: Mode opératoire. *Techniques et méthodes du LCPC. Méthode*.
- REISI, M. AND NEJAD, D.M. 2011. A numerical method to predict packing density of aggregates in concrete. *Advanced Materials Research*, Trans Tech Publ, 313–316.
- ROQUIER, G. 2018. A Theoretical Packing Density Model (TPDM) for ordered and disordered packings. *Powder Technology*. vol. 344. 343-362.
- SADOK, A., ZENTAR, R., AND ABRIAK, N.-E. 2016. Genetic programming for granular compactness modelling. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 1–13.