
Nouvelle approche pour la formulation des BAP

Soumia Kheira SEBSADJI¹

¹ Laboratoire de Recherche LMST, Dépt de Génie Civil, USTO-MB, BP 1505 El Mnaouer, Oran, Algérie

Email : soumia.sebsadji@univ-usto.dz

RÉSUMÉ. Les bétons autoplaçants (BAP) sont des bétons caractérisés essentiellement par une mise en place sans vibration. Pour la formulation des BAP, plusieurs approches, pour la plupart empiriques, sont utilisées. Dans ce travail, une nouvelle approche analytique va être présentée. Cette approche se basera sur deux principes clés. Le premier, est l'application de la théorie d'optimisation de la pâte, dite « théorie de la pâte en excès ». Le deuxième, est le caractère fractal des distributions de taille des grains dans le béton. Une distribution de taille des grains est dite fractale, si elle suit une loi de puissance du type $N(\phi_i) \propto \phi_i^{-DF}$, $N(\phi_i)$ étant le nombre de grains de taille $> \phi_i$, l'exposant DF est une dimension non entière appelée dimension fractale, comprise entre 2 et 3. Il a été démontré que les courbes de référence continues de formulation de béton (Fuller...), et de ce fait la distribution de taille des grains du squelette solide du béton, qu'elles sont fractales. L'intérêt de cette approche est une meilleure maîtrise analytique et rationnelle de la formulation des BAP.

ABSTRACT. Self-Compacting Concrete (SCC) is a flowing concrete mixture that is able to consolidate under its own weight. Many mix design methods, in most empirical, was developed for SCC mixes. In this work, a new analytical approach is proposed, based on two key principles. The first is the application of the rheology of paste model called "excess paste theory". The second is to consider the Particle Size Distribution (PSD) of the combined aggregate concrete as fractal. A fractal PSD is a power law distribution of the form $N(\phi_i) \propto \phi_i^{-DF}$, where $N(\phi_i)$ is the number of particles with size $> \phi_i$ and the exponent DF is a non-whole number called fractal dimension, varying between 2 and 3. It was proved that numerous ideal grading curves (Fuller...) adopted for the concrete mix design, and therefore the PSD of the concrete skeleton, are fractal. The interest of this research is to develop an analytical and rational approach to formulate the SCC.

MOTS-CLÉS : dimension fractale, pâte en excès, Béton Auto-Plaçant BAP, formulation, distribution de taille des grains.

KEY WORDS: fractal dimension, excess paste, Self-Compacting Concrete SCC, mix design, particle size distribution

1. Introduction

Les bétons autoploçants (BAP) sont des bétons présentant une grande fluidité, leur permettant une mise en place sans vibration ; ils doivent être homogènes avec une bonne résistance à la ségrégation. De ce fait, les particularités de la composition des BAP sont un volume de pâte élevé, une quantité de fines élevée et l'utilisation d'adjuvants [CIM 05]. Pour la formulation des BAP plusieurs approches, pour la plupart empiriques, sont utilisées (approches japonaise, suédoise, du LCPC, etc.) [TUR^b 03]. Cette étude présente une nouvelle approche analytique pour la formulation des BAP, basée sur deux principes clés : (a) Les courbes optimales de formulation (Fuller, Andreasen & Andersen, etc.), et de ce fait les squelettes solides des bétons, présentent des distributions de taille de grains (DTG) fractales. (b) l'utilisation de la théorie dite de la *pâte en excès*, basée sur le principe que l'ouvrabilité du béton dépend du volume de pâte en excès par rapport au volume de pâte requis pour remplir les vides entre les granulats compactés [KIS 12]. La formulation consiste à déterminer la quantité de pâte en excès optimale pour fluidifier le BAP et limiter les problèmes de blocage.

2. Courbe granulométrique et nombre de grains d'un mélange granulaire de DTG fractale

Un mélange granulaire de distribution fractale est celui présentant après transformation, une distribution en loi de puissance du type : $N_C(\phi) \propto \phi^{-DF}$, $N_C(\phi)$ étant le nombre de grains de dimension $>\phi$ et l'exposant DF est une dimension non entière, comprise entre 2 et 3, appelée *dimension fractale* [CHO 06 ; LEC 92]. Ce mélange, d'étendue granulaire D/d , sera constitué de grains de n classes monodimensionnelles, selon une progression géométrique de raison λ , tel que la classe i = ensemble de grains de taille ϕ_i , retenus entre deux tamis successifs d'ouvertures ϕ_i et ϕ_{i+1} , selon les expressions suivantes :

$$\forall i \in [1, n]: \phi_i > \phi_{i+1} \text{ (tel que : } \phi_1 = D \text{ et } \phi_n = d); \text{ et : } \phi_i / \phi_{i+1} = \lambda \Rightarrow \phi_i = D / \lambda^{i-1} \quad [1]$$

Donc si l'effectif cumulé des grains $N_C(\phi) \propto \phi^{-DF} \Rightarrow N_C(\phi) = \mathcal{C} \phi^{-DF}$, on en déduit donc graphiquement N_i , les effectifs partiels des grains dans chaque taille ϕ_i , comme suit (\mathcal{C} : constante) :

$$N_C(\phi_i) = \mathcal{C} \phi_i^{-DF} \Rightarrow N_i = \mathcal{C} \phi_i^{-DF}, \text{ si } i=1 \text{ \& } N_i = \mathcal{C} (\phi_i^{-DF} - \phi_{i-1}^{-DF}), \forall i \in [2, n] \quad [2]$$

En partant de ces expressions, on peut développer une équation pour la courbe granulométrique d'un mélange granulaire fractal [SEB 13] comme suit, $R_C(\phi_i)$ étant le refus cumulé correspondant au tamis ϕ_i :

$$\forall i \in [1, n]: R_C(\phi_i) = \frac{D^{3-DF} - \phi_i^{3-DF}}{D^{3-DF} - d^{3-DF}}; \text{ si } DF < 3 \quad [3]$$

3. Théorie de la pâte en excès et application

Dans cette théorie, on détermine la quantité de pâte optimale pour atteindre un écoulement autoploçant du béton. Selon cette théorie, le béton est considéré comme un matériau bi-phasique : un squelette granulaire ($>\phi_{fines}$) et une pâte composée de ciment + toutes les fines du béton ($\leq\phi_{fines}$) (voir Fig. 1 [KIS 12]).

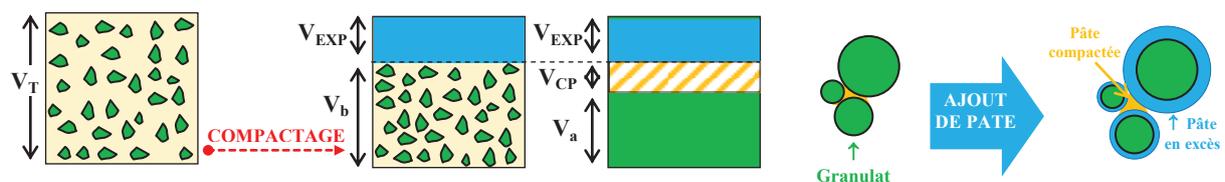


Figure 1. Illustration de la théorie de la pâte en excès

Dans la Fig. 1 :

$$V_T = V_{EXP} + V_b = V_{EXP} + V_{CP} + V_a = V_p + V_a \quad [4]$$

Tel que : V_T : vol. total ; V_p : vol. de pâte total ; V_{EXP} : vol. de pâte en excès ; V_b : vol. apparent des granulats compactés à l'état sec ; V_{CP} : vol. de la pâte compactée = volume du vide ; V_a : vol. absolu des granulats ($>\phi_{fines}$).

De plus : V_G est le vol. absolu des granulats ; V_{eau} : eau retenue par les granulats et V_{air} : air occlus entrant dans la composition d'1 m³ de béton, tel que [BUC 15] :

$$V_p + V_G + V_{air} + V_{eau} = 1 \text{ m}^3 \text{ de béton} \quad [5]$$

Dans notre approche, on a considéré que le squelette solide du béton (y compris la fraction fine) suit une distribution fractale. La démarche de la formulation d'un BAP selon notre approche est la suivante :

(a) L'épaisseur de la pâte en excès, notée e_i , n'est pas identique pour toutes les tailles des granulats, et est égale à :

$$\frac{D+2e_i}{D} = K = \frac{\phi_i+2e_i}{\phi_i} = K = \frac{d+2e_i}{d} = k \quad [6]$$

k est un facteur d'homothétie, déterminé expérimentalement. Ce facteur dépend du rapport G/S et de la nature des granulats (roulés/concassés). On a adopté des valeurs limites pour ce facteur ; $k \approx 1,064-1,233$ [MEB 14 ; BAR 05]. Des équations [1] et [6], on déduit l'épaisseur de pâte e_i pour chaque classe granulaire comme suit (Fig. 1) :

$$\frac{\phi_i+2e_i}{\phi_i} = k \Rightarrow e_i = \left(\frac{k-1}{2}\right)\phi_i \Rightarrow e_i = \left(\frac{k-1}{2\lambda^{i-1}}\right)D \quad [7]$$

(b) Pour une masse unitaire des grains, on détermine le nombre de grains/classe granulaire à partir de [2] :

$$N_i = \left(\frac{\lambda^{3-DF}-1}{\xi \rho}\right) \frac{\phi_i^{-DF}}{D^{3-DF}-d^{3-DF}} \quad [8]$$

Tel que : ρ est la densité des grains, ξ est le facteur de forme des granulats, pour une forme sphérique $\xi = \pi/6$.

(c) On détermine v_{EXPi} : le volume de pâte en excès correspondant à 1 grain de dimension ϕ_i , comme suit :

$$v_{EXPi} = \bar{v}_i - v_i = k^3 v_i - v_i = v_i (k^3 - 1) \quad [9]$$

Tel que : \bar{v}_i = volume 1 grain ϕ_i + pâte épaisseur e_i ; $v_i = v_i + v_{EXPi} = k^3 v_i$ et v_i = volume d'un grain $\phi_i = (\pi/6)\phi_i^3$

(d) de ce qui a précédé, on déduit V_{EXP} (pour la fraction $> \phi_{fines}$), expression obtenue après développements :

$$V_{EXP} = \sum_{i=1}^f N_i v_{EXPi} = (k^3 - 1) \frac{1}{\rho} \frac{D^{3-DF} - \phi_{fines}^{3-DF}}{D^{3-DF} - d^{3-DF}} \quad [10]$$

(e) On déduit aussi V_a à l'aide de l'expression suivante :

$$V_a = V_{>\phi_{fines}} = \frac{1}{\rho} \frac{D^{3-DF} - \phi_{fines}^{3-DF}}{D^{3-DF} - d^{3-DF}}, \quad \text{tel que : } V_{\leq\phi_{fines}} + V_{>\phi_{fines}} = V_{fines} + V_a \quad [11]$$

(f) On peut calculer la porosité d'un mélange granulaire fractal $Por = fct(DF \text{ et } d/D)$ (voir [CHO 06]) et on en déduit V_b et V_{CP} à l'aide des expressions suivantes :

$$V_b = \frac{V_a}{1 - Por} \quad [12]$$

$$V_{CP} = V_b - V_a = V_a \left(\frac{Por}{1 - Por}\right) \quad [13]$$

(g) On calculera le rapport G/S (en masse) [SEB 13]. Pour un BAP, ce rapport doit être proche de 1, pour une bonne ouvrabilité et pour éviter les problèmes de blocage. Le but est de déterminer DF correspondant à un BAP :

$$G/S = \frac{D^{3-DF} - \phi_{sable}^{3-DF}}{\phi_{sable}^{3-DF} - \phi_{fines}^{3-DF}} \quad [14]$$

(h) On exprime les différents volumes en % et on déduit la composition de 1 m³ de béton en fixant le % de l'air occlus et de l'eau retenue par les granulats dans le béton, tel que :

$$V_p + V_G = 1 \text{ m}^3 (1 - \%_{\text{air occlus}} - \%_{\text{eau retenue}}) ; \text{ tel que : } V_p = V_a + V_{CP} \text{ et } V_G = V_a \quad [15]$$

(i) Connaissant G/S et V_G , on peut déduire la teneur du gravier (gr) et celle du sable (s) (en vol. absolus) :

$$V_G = gr + s \Rightarrow V_G = gr + \frac{gr}{G/S} \Rightarrow gr = \frac{V_G}{1 + (1/G/S)} \quad [16]$$

4. Application et analyse des résultats

A l'aide des expressions développées dans ce travail, on a obtenu les résultats numériques présentés graphiquement aux Figs 2-4. Les variables considérées sont le facteur k , la dimension maximale des granulats D et la dimension fractale DF , $d = 1 \mu\text{m}$, $\phi_{sable} = 5 \text{ mm}$ (limite : gravier/sable), $\phi_{fines} = 80 \mu\text{m}$ (limite : sable/pâte).

Selon nos résultats, pour $G/S \approx 1,0 \pm 0,3$ (recommandé pour les BAP) ; DF à considérer est fonction de D (voir Fig. 3). Pour $D = 16$ à 20 mm ; DF de la DGT d'un BAP doit être : $2,3 \leq DF \leq 2,7$. Des Figs 4a & 4b, dans l'intervalle : $2,3 \leq DF \leq 2,7$, on peut déduire que : * le volume de pâte $\approx 41-44\%$ du volume total du béton * le volume total des granulats ($> 80 \mu\text{m}$) $\approx 51-55\%$ * le volume du gravier $\approx 13-34\%$ (volume plus sensible à la variation de DF) (pour une valeur moyenne de $k = 1,12$). Ces résultats semblent cohérents avec ceux expérimentaux issus de la littérature. Selon Turcry [TUR^a 03], dans un BAP, le volume de pâte doit être important, de l'ordre de $330-400 \text{ l/m}^3$ de béton. De plus, le volume total des granulats doit être de l'ordre de 62% , dont 36% de gravier. Ces valeurs semblent proches des résultats de calcul auxquels on a abouti dans ce travail.

5. Conclusion

La présente étude présente une approche analytique rationnelle pour la formulation des BAP, basée sur la théorie de la *pâte en excès* et l'optimisation de la DTG du squelette solide du béton, par le biais de la dimension fractale DF . Les résultats de calcul de cette étude semblent proches de ceux expérimentaux issus de la littérature, ce qui démontre la pertinence de cette approche pour une meilleure maîtrise de la formulation des BAP.

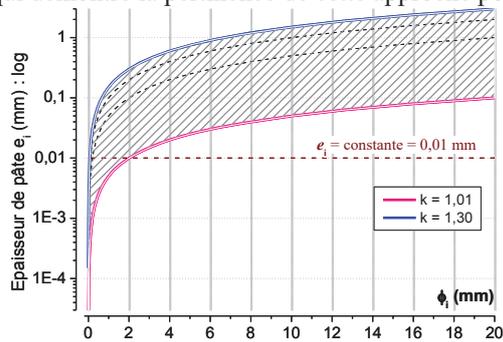


Figure 2. Variation de l'épaisseur de la pâte e_i en fonction de k et de la dimension des granules ϕ_i

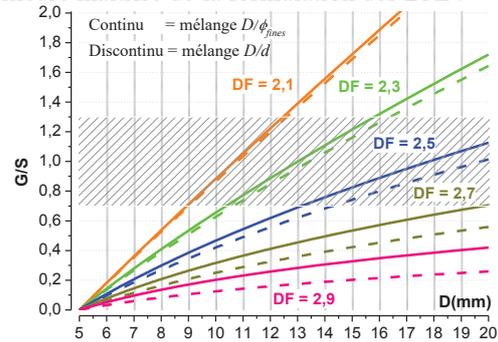


Figure 3. Variation du rapport G/S en fonction de DF et D

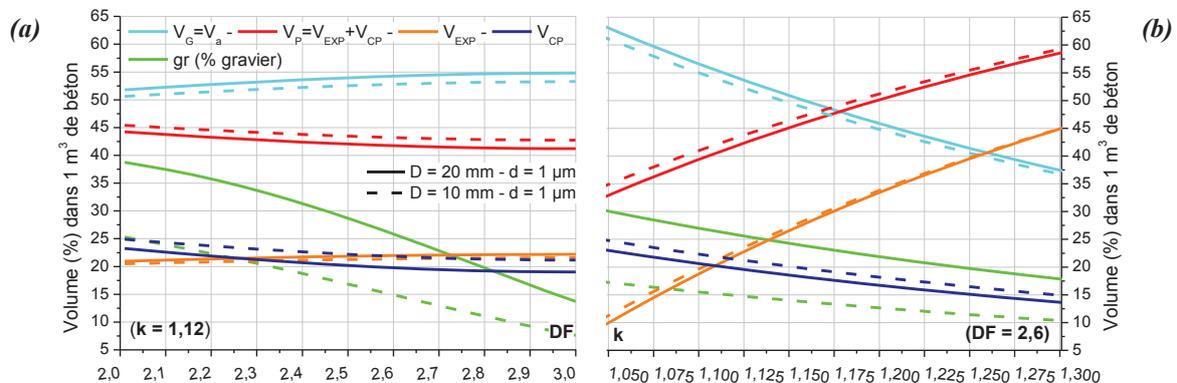


Figure 4. Variation des différents volumes composant 1 m^3 de BAP en fonction : (a) DF ; (b) k ($\phi_{fines} = 80 \mu\text{m}$ - $\phi_{sable} = 5 \text{ mm}$ - %air occlus = %eau retenue par les granules = 2% du volume du béton)

6. Bibliographie

- [BAR 05] EL BARRAK M., MOURET M., BASCOUL A., CLASTRES P., « Etude de l'interaction pâte-granules à l'état frais en vue d'une méthodologie de formulation des BAP », *Colloque Méditerranéen sur les Matériaux*, 6-7 déc. 2005, Oran
- [BUC 15] BUCHER R., DIEDERICH P., MOURET M., ESCADEILLAS G., CYR M., « Self-compacting concrete using flash-metakaolin: design method », *Materials and Structures*, vol. 48, n° 6, 2015, p. 1717-1737.
- [CHO 06] CHOUICHA K., « La dimension fractale et l'étendue granulaire comme paramètres d'identification des mélanges granulaires », *Materials and Structures*, vol. 39, n° 7, 2006, p. 665-681.
- [CIM 05] CIMBETON, « BAP et BHP : les nouvelles offres du matériau béton », extrait de « T43. Bétons et Génie Civil, Tome 2 : Les Nouvelles Solutions des Bétons Prêts à l'emploi », Paris, Editions Cimbéton, 2005
- [KIS 12] KISMI M., SAINT-ARROMAN J. C., MOUNANGA P., « Minimizing water dosage of superplasticized mortars and concretes for a given consistency », *Construction and Building Materials*, vol. 28, n° 1, 2012, p. 747-758.
- [LEC 92] LECOMTE A., THOMAS A., « Caractère fractal des mélanges granulaires pour bétons de haute compacité », *Materials and Structures*, vol. 25, n° 5, 1992, p. 255-264.
- [MEB 14] MEBROUKI A., BENDANI K., BOUHAMOU N., BELAS N., « Excess paste method to formulate a self-compacting concrete », *Journal of Building Materials and Structures*, vol. 1, n° 1, 2014, p. 23-29.
- [SEB 13] SEBSADJI S.K., Application du modèle fractal à l'étude des propriétés du béton, Thèse de doctorat, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO), 2013.

[TUR^a 03] TURCRY P., LOUKILI A., « Différentes approches pour la formulation des bétons autoplaçants : Influence sur les caractéristiques rhéologiques et mécaniques », *Revue française de génie civil*, vol. 7, n° 4, 2003, p. 425-450.

[TUR^b 03] TURCRY P., Retrait et Fissuration des Bétons Autoplaçants : Influence de la Formulation, Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2003.