

---

# Analyse du découplage des modes de rupture dans le cas tridimensionnel : modélisation analytique et numérique du comportement mécanique des milieux fissurés

**EL KABIR Soliman<sup>1</sup>, DUBOIS Frederic<sup>2</sup>, MOUTOU PITTI Rostand<sup>3</sup>, LAPUSTA Yuri<sup>4</sup>, RECHO Naman<sup>5</sup>**

<sup>1</sup> Université de Poitiers, Institut PPRIME, Bd Marie et Pierre Curie, 86962 Chasseneuil Cedex, France, soliman.el.kabir@univ-poitiers.fr

<sup>2</sup> Université de Limoges, Centre du génie Civil, GC2D, 19300 Egletons, France, frederic.dubois@unilim.fr

<sup>3</sup> Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, rostand.moutou\_pitti@uca.fr

<sup>4</sup> Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, naman.recho@uca.fr,

<sup>5</sup> Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, yuri.lapusta@sigma-clermont.fr,

---

*RÉSUMÉ.* La durabilité des structures dans le génie civil est confrontée à des problèmes de fissurations sous chargements mécaniques complexes associées souvent à des variations climatiques sévères. L'objectif principal de ce travail est de présenter une nouvelle modélisation mathématique pour les problèmes de fissurations tridimensionnelle sous chargement en mode mixte. Le modèle repose sur nouvelle intégrale, intitulée M3D, dont l'implémentation dans un logiciel par élément finis permet d'obtenir le taux de restitution d'énergie ou la ténacité associée. Les résultats montrent comment évolue la résistance à la fissuration en fonction de différents taux de mixité.

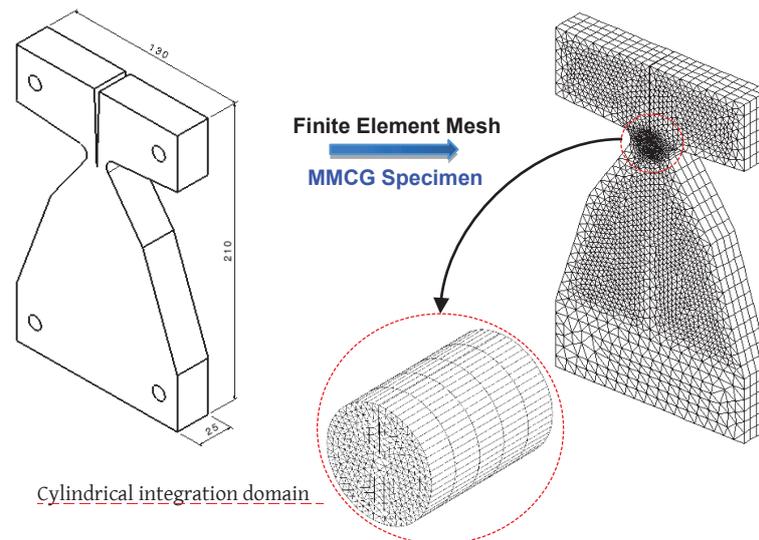
*ABSTRACT.* The complex mechanical loading and high climatic variations on civil engineering implies having a better understanding of their fracture mechanical behaviour. The main goal of this work is to present a new mathematical modeling for three-dimensional crack problems under mixed mode loading. The aim of this generalization is to propose a new parameter integral entitled M3D which computes the energy release rate. A numerical validation is presented under different loadings mode. Results are presented in terms of a parametric analysis of the energy release rate evaluation for different mixed-mode configurations.

*MOTS-CLÉS :* Mécanique de la rupture, modélisation tridimensionnelle, taux de restitution d'énergie, facteurs d'intensité de contraintes, intégrales invariantes.

*KEY WORDS:* Fracture mechanics, three dimensional modeling, energy release rate, stress intensity factors, invariants integrals.

---

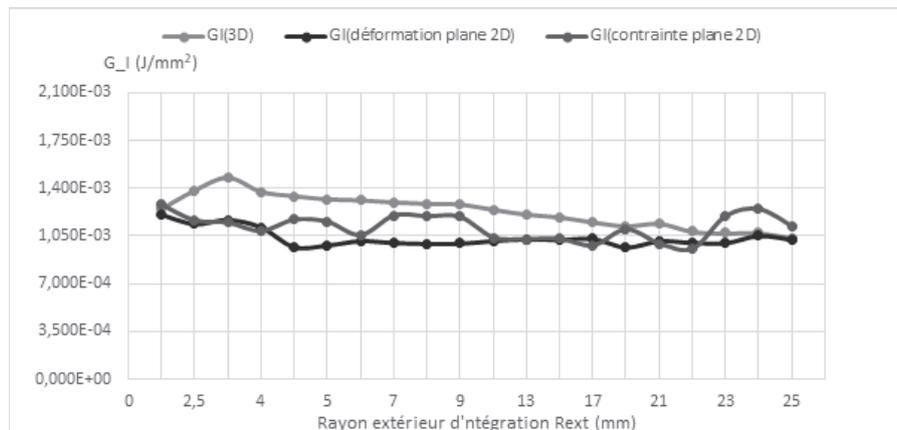




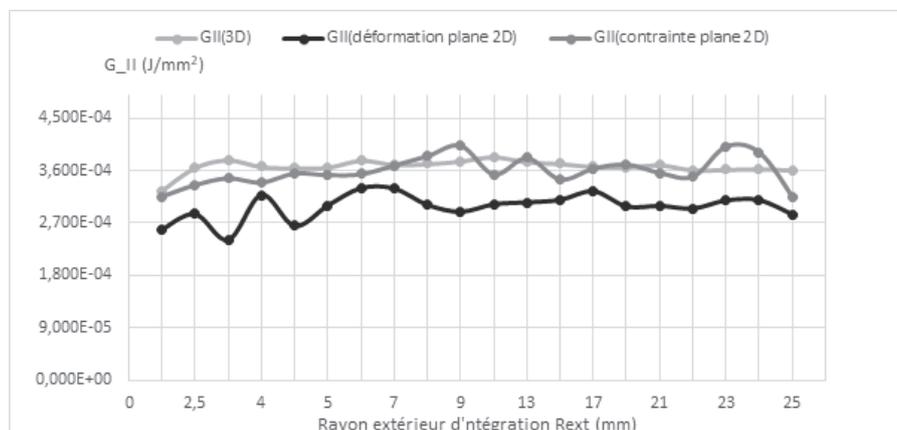
**Figure 2.** Description de l'éprouvette MMCG et du maillage éléments finis sous Castem.

### 3. Résultats et discussions

L'indépendance du domaine d'intégration dans le cas 3D à l'aide de l'intégrale M3D est vérifiée en représentant les différentes variations du taux de restitution d'énergie en fonction de plusieurs rayons d'intégration  $R_{ext}$  autour de la pointe de la fissure (Figure 2). Ces résultats sont comparés au cas 2D à l'aide de l'intégrale M2D.

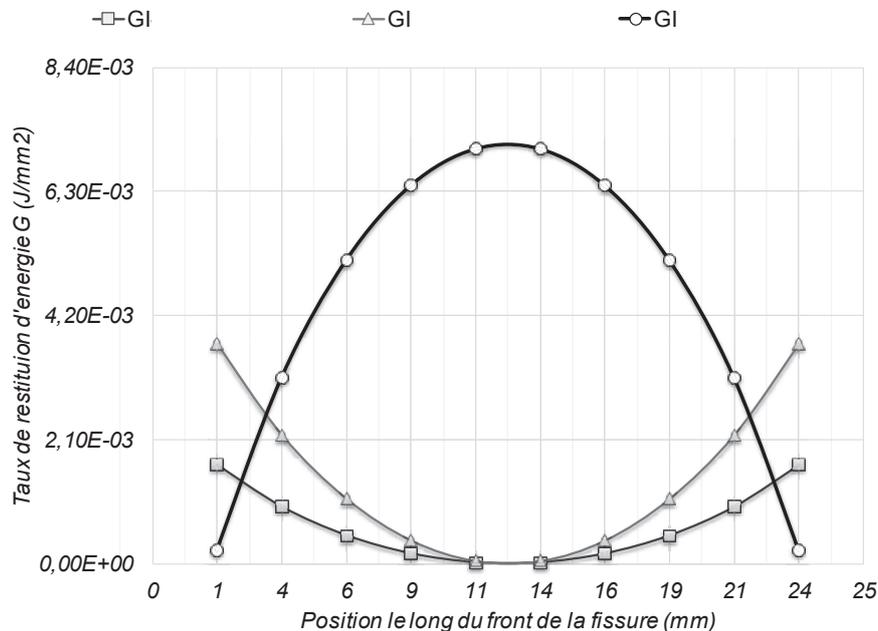


**Figure 3.** Evolution du taux de restitution d'énergie  $G_I$  en fonction du rayon d'intégration  $R_{ext}$ .



**Figure 4.** Evolution du taux de restitution d'énergie  $G_{II}$  en fonction du rayon d'intégration  $R_{ext}$ .

On y remarque une constance du taux de restitution d'énergie (moins de 10% de fluctuation) en fonction des couronnes en mode mixte (respectivement part du mode I, part du mode II). Ces observations valident l'indépendance du domaine d'intégration des résultats assurés par le modèle. Toutefois, la singularité des champs mécaniques en pointe de fissure cause une perturbation du domaine d'intégration autour du front de fissure.



**Figure 5.** Etude de l'effet du mode III pour une épaisseur de 20mm.

La Figure 3 montrent les différentes évolutions des taux du restitution d'énergie  $G_I$  (mode I),  $G_{II}$  (mode II) et  $G_{III}$  (mode III) le long du front de la fissure suivant l'épaisseur pour le cas d'une configuration qui favorise le mode III.

#### 4. Conclusion et perspectives

Ce travail permet de valider l'intégrale M3D pour le comportement élastique isotrope en fissuration stationnaire. La solution numérique résolue par le code aux éléments finis Cast3M, a permis de comparer le cas bidimensionnel avec le cas tridimensionnel. Les résultats obtenus sont satisfaisants pour l'ensemble des modes de sollicitation. L'étude numérique devra se poursuivre pour étudier les configurations du mode mixte qui combinent les modes de rupture I+II+III pour mettre en évidence la nécessité de modéliser un nouveau du champ mécanique virtuel nécessaire pour le découplage des modes de rupture. Il est également nécessaire d'aller vers l'étude de la fissuration tridimensionnelle en environnement variable.

#### 5. Bibliographie

- [ELK 18] EL KABIR S., DUBOIS F., MOUTOU PITT R., RECHO N., LAPUSTA Y., «A new analytical generalization of the J and G-theta integrals for planar cracks in a three-dimensional medium», *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 94, 2018, p. 101–109.
- [RIC 68] RICE J.R., «A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks», *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, 2, 1968, p. 379–386.
- [ELK 16] EL KABIR S., MOUTOU PITT R., RECHO N., LAPUSTA Y., DUBOIS F., «Numerical study of crack path by MMCG specimen using M integral», *International Journal of Structural Integrity*, vol. 10, 2016, p. 64–73.